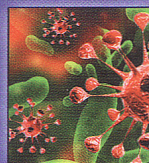
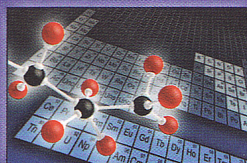




СОВРЕМЕННАЯ НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА



# ЭНЦИКЛОПЕДИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

САМЫЕ НЕОБХОДИМЫЕ  
НАУЧНЫЕ ДАННЫЕ  
И ФАКТЫ В ОДНОЙ КНИГЕ



Математика • Физика • Химия • Биология • Астрономия  
География • История • Религия • Культура



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
КЛУБ СЕМЕЙНОГО ДОСУГА

ББК 087.5  
ББК 92  
Э68

Никакая часть данного издания не может быть  
скопирована или воспроизведена в любой форме  
без письменного разрешения издательства

Дизайнер обложки *Андрей Цепотан*

ISBN 978-966-14-1305-3 (Украина)  
ISBN 978-5-9910-1585-1 (Россия)

- © Depositphotos/Oleksiy Fedorov, Iarygin Andrii, Andreus, Elnur Amikishiyev, Wolfgang Filser, Kostyantyn Pankin, plrang, обложка, 2011
- © Книжный Клуб «Клуб Семейного Досуга», издание на русском языке, 2011
- © Книжный Клуб «Клуб Семейного Досуга», художественное оформление, 2011
- © ООО «Книжный клуб «Клуб семейного досуга»», г. Белгород, 2011

# АЛГЕБРА

## Виды чисел

Число — абстракция, количественная характеристика объектов.

**Натуральные числа** — числа, которые используют при счете. Множество натуральных чисел обозначается  $N$ .

$$N = \{1, 2, 3 \dots\}$$

**Целые числа** — это натуральные и отрицательные числа. Множество целых чисел обозначается  $Z$ . Появление целых чисел продиктовано необходимостью вычитания одного натурального числа из другого.

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$$

**Рациональные числа** — числа, представленные в виде дроби  $m/n$  ( $n \neq 0$ ), где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное число. Для рациональных чисел определены все четыре арифметические действия: сложение, вычитание, умножение и деление (кроме деления на ноль). Множество рациональных чисел обозначается  $Q$ .

$$Q = \left\{ \dots -3, -2, -1, -\frac{3}{4}, -\frac{5}{8}, 0, 1, \frac{5}{6}, 2, 3, \dots \right\}$$

**Иррациональные числа** не являются рациональными, то есть они не могут быть представлены в виде дроби  $m/n$ , где  $m$  — целое число,  $n$  — натуральное число. Обозначаются  $I$ . Примерами иррациональных чисел могут быть  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\pi$ ,  $e$ .

**Действительные, или вещественные числа** представляют собой множество рациональных и иррациональных чисел ( $I$ , не представимых в виде отношения целых и натуральных). Множество действительных чисел обозначается  $R$ . Кроме подразделения на рациональные и иррациональные действительные числа также подразделяются на алгебраические и трансцендентные. При этом каждое трансцендентное число является иррациональным, каждое рациональное число — алгебраическим.

**Алгебраическое число** — это число, удовлетворяющее алгебраическому уравнению с целыми коэффициентами. Примером алгебраического числа является, например,  $2^{1/2}$ , которое является корнем многочлена  $x^2 - 2$ , а также  $i$  ( $-i$ ). Множество алгебраических чисел обозначается  $A$ .

**Трансцендентные числа** — это вещественные или комплексные числа, не являющиеся алгебраическими, иными словами, числа, не являющиеся корнем многочлена с рациональными коэффициентами. Примерами трансцендентных чисел могут быть  $e$ ,  $\pi$ .

**Комплексные числа.** Комплексное число  $z$  — это упорядоченная пара (последовательность конечного числа элементов, частный случай кортежа)  $z = (x; y)$  или, что то же самое, комплекс, состоящий из двух вещественных чисел  $x$  и  $y$ . Обозначаются  $C$ .

Число  $x$  — **вещественная часть** комплексного числа  $z$ , обозначается  $\text{Re } z$ .

Число  $y$  — **мнимая часть** комплексного числа  $z$ , обозначается  $\text{Im } z$ .

Таким образом:  $z = \text{Re } z + i \text{Im } z$ .

В **алгебраической форме** комплексные числа записывают:  $z = x + iy$ , где  $i$  — **мнимая единица**, для которой выполняется равенство  $i^2 = -1$ .

Для комплексных чисел справедливы коммутативный, ассоциативный и дистрибутивный законы.

Применение операций сложения, умножения, вычитания и деления к двум комплексным числам приводит к комплексным числам, таким образом множество комплексных чисел образует алгебраически замкнутое поле.

Комплексное число  $a+ib$  при  $b=0$  соответствует действительному числу  $a=a+i \times 0$ , значит, поле комплексных чисел включает поле действительных чисел в качестве подмножества.

Числа вида  $0+ib$  называются **чисто мнимыми**.

**Свойства комплексных чисел.**

- 1) Два комплексных числа  $a+ib$  и  $c+id$  являются равными тогда и только тогда, когда  $a=c$  и  $b=d$ .
- 2) Суммой двух комплексных чисел  $a+ib$  и  $c+id$  является комплексное число  $a+c+i(b+d)$ .
- 3) Произведением двух комплексных чисел  $a+ib$  и  $c+id$  является комплексное число  $ac-bd+i(ad+bc)$ .

Результатом сложения, вычитания, произведения двух комплексных чисел может быть действительное число.

Результатом умножения двух сопряженных комплексных чисел  $a+ib$  и  $a-bi$  является действительное число:

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 - abi + abi - b^2 i^2 = a^2 + b^2.$$

Произведение двух чисто мнимых чисел — действительное число:

$$ib \times id = i^2 bd = -bd.$$

- 4) Частное комплексного числа  $a+bi$  и комплексного числа  $c+di \neq 0$  является операцией, обратной умножению:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

Если  $c+di=0$ , выражение теряет смысл, так как деление на ноль является неопределенностью на множестве комплексных чисел.

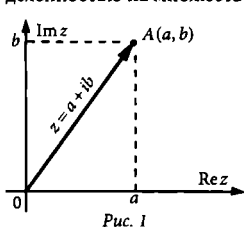


Рис. 1

### Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Любому комплексному числу  $z = a+ib$  можно поставить в соответствие точку на координатной плоскости, где  $\text{Re } z$  соответствует абсциссе точки  $A(a; b)$ , а  $\text{Im } z$  — ординате (рис. 1).

Таким образом, поле комплексных чисел может быть представлено на комплексной плоскости.

### Интерпретация комплексного числа как вектора.

Комплексное число  $z = a+ib$  можно представить как вектор  $\vec{z}$  с координатами  $(a; b)$  (рис. 2).

Модуль комплексного числа соответствует длине вектора  $\vec{z}$ :  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

Модуль комплексного числа  $z$  обычно обозначают  $|z|$  или  $r$ .

Аргументом комплексного числа  $z = a+ib$ , ( $z \neq 0$ ) называют величину угла  $\varphi$  между положительным направлением действительной оси и вектором  $\vec{z}$  (угол положительный, если происходит поворот против часовой стрелки, отрицательный — по часовой стрелке).

Аргумент комплексного числа обозначается  $\varphi = \arg z$ .

Для числа  $z=0$  аргумент не определен.

Заданием модуля и аргумента комплексное число определяется однозначно. Обратное неверно: если задано комплексное число  $z \neq 0$ , то его модуль определяется однозначно, а аргумент — нет.

**Тригонометрическое представление комплексного числа.** Абсциссу  $a$  и ординату  $b$  комплексного числа  $z = a+ib$  можно выразить через его модуль  $r$  и аргумент  $\varphi$  (полярные координаты числа  $z$ ):

$$a = r \cos \varphi$$

$$b = r \sin \varphi$$

$$\text{тогда } z = a + ib = r(\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

**Матричное представление.** Каждое комплексное число  $x + iy$  можно представить как матрицу вида  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ . В этом случае, очевидно, будет выполняться соответствие:  $1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

## Знаки операций

Символ	Название
$+, \pm$	Плюс, плюс-минус
$-$	Минус
$:/, \div$	Деление
$\sim$	Пропорциональность
$=, \neq$	Равенство Неравенство
$\times, \cdot$	Умножение
$\Rightarrow$	Импликация, следование «если..., то...», «следовательно»
$\Leftrightarrow$	Равносильность
$\wedge$	Конъюнкция, «и»
$\vee$	Дизъюнкция, «или»
$\neg$	Отрицание, «не»
$\forall$	Квантор всеобщности, «для любых...», «для всех...»
$\exists$	Квантор существования, «существует»
$:=, \Leftrightarrow$ , $\text{def}$ $=$	«Равно/равносильно по определению», везде, «по определению»
$\{ \}, [ ], ()$	Множество элементов, «множество...»
$\{ \{ \}, \{ \}$	Множество элементов, удовлетворяющих условию «множество всех... таких, что верно...»
$\emptyset, \{ \}$	«Пустое множество»
$\in$ $\notin$	Принадлежность/непринадлежность к множеству: «принадлежит», «из», «не принадлежит»

Символ	Название
$\subseteq, \subset$	«Является подмножеством», «включено в»
$\subsetneq$	Собственное подмножество: «является собственным подмножеством», «строго включается в»
$\cup$	Объединение: «объединение ... и ...», «..., объединенное с ...»
$\cap$	Пересечение: «пересечение ... и ...»; «..., пересеченное с ...»
$\setminus$	Разность множеств: «разность ... и ...», «минус», «... без ...»
$\rightarrow$	«Из ... в», «везде»
$\mapsto$	«Отображается в», «везде»
$\mathbb{N}$	Натуральные числа «Эн»
$\mathbb{Z}$	Целые числа, «Зед»
$\mathbb{Q}$	Рациональные числа, «Ку»
$\mathbb{R}$	Вещественные числа, или действительные числа «Эр»
$\mathbb{C}$	Комплексные числа «Це»
$<$ $>$	Сравнение; «меньше чем», «больше чем»
$\leq$ $\geq$	Сравнение; «меньше или равно»; «больше или равно»
$\approx$	Приблизительное равенство: «приблизительно равно»
$\sqrt[n]{a}$	Арифметический корень $n$ -й степени: «корень $n$ -й степени из ...»

Символ	Название
$\infty, +\infty, -\infty$	Бесконечность, «плюс/минус бесконечность»
$  $	Модуль числа (абсолютное значение), модуль комплексного числа или мощность множества
$\Sigma$	Сумма, сумма ряда: «сумма ... по ... от ... до ...»
$\Pi$	Произведение: «произведение ... по ... от ... до ...»
$!$	Факториал: « $n$ факториал»
$\int dx$	Интеграл: «интеграл (от ... до ...) функции ... по (или $d$ ) ...»
$\frac{df}{dx}, f'(x)$	Производная: «производная ... по ...»
$\frac{d^n f}{dx^n}, f^{(n)}(x)$	Производная $n$ -го порядка: « $n$ -я производная ... по ...»
$\sin$	Синус
$\cos$	Косинус
$\operatorname{tg}$	Тангенс
$\operatorname{ctg}$	Котангенс
$\sec$	Секанс
$\operatorname{cosec}$	Косеканс
$\arcsin$	Арксинус
$\arccos$	Арккосинус
$\operatorname{arctg}$	Арктангенс
$\operatorname{arcctg}$	Арккотангенс
$\operatorname{sh}$	Синус гиперболический

Символ	Название
$\operatorname{ch}$	Косинус гиперболический
$\operatorname{th}$	Тангенс гиперболический
$\operatorname{cth}$	Котангенс гиперболический
$\operatorname{sch}$	Секанс гиперболический
$\operatorname{csch}$	Косеканс гиперболический
$\lg a$	Логарифм десятичный числа $a$
$\ln a$	Логарифм натуральный числа $a$
$\log_b a$	Логарифм числа $a$ по основанию $b$
$\lim$	Предел
$\Delta$	Треугольник
$\angle$	Угол
$^\circ$ ' "	Градус Минута Секунда
$\parallel$	Параллельность
$\perp$	Перпендикулярность
$\sim$	Подобие, $\Phi_1 \sim^k \Phi$ : фигура $\Phi_1$ подобна фигуре $\Phi$ с коэффициентом $k$
$\overrightarrow{AB}, \overline{AB}, \underline{a}, \underline{a}, \underline{a}$	Вектор
$ \overrightarrow{AB} ,  \overline{AB} ,  \underline{a} ,  \underline{a} , a$	Длина вектора, модуль, абсолютная величина
$\operatorname{const}$	Постоянная

# Законы элементарной алгебры

## Порядок выполнения операций

Порядок выполнения операций указывается скобками. Если скобок нет, то приоритетность, в порядке убывания, следующая.

1. Возведение в степень.
2. Вычисление функции.
3. Умножение и деление.
4. Сложение и вычитание.

## Некоторые свойства операций

### ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН (КОММУТАТИВНОСТЬ)

Сложение:  $a+b=b+a$ ;  $a-b=a+(-b)$       Умножение:  $a \times b = b \times a$ ,  $\frac{a}{b} = a \left( \frac{1}{b} \right)$

### СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН (АССОЦИАТИВНОСТЬ)

Сложение:  $(a+b)+c=a+(b+c)$       Умножение:  $(ab)c=a(bc)$

### РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН (ДИСТРИБУТИВНОСТЬ)

Умножение:  $c(a+b)=ca+cb$       Возведение в степень:  $(ab)^c = a^c b^c$

## Транзитивность

Равенства	Если $a=b$ и $b=c$ , то $a=c$
Порядка	Если $a>b$ и $b>c$ , то $a>c$
Параллельности	$a \parallel b$ и $b \parallel c$ , то $a \parallel c$
Импlications	$a \Rightarrow b$ и $b \Rightarrow c$ , то $a \Rightarrow c$
Эквивалентности	$a \Leftrightarrow b$ и $b \Leftrightarrow c$ , то $a \Leftrightarrow c$
Включения подмножества	Если $b$ является подмножеством $a$ , а $c$ является подмножеством $b$ , тогда $c$ является подмножеством $a$
Делимости	Если $a$ делится на $b$ , и $b$ делится на $c$ , тогда $a$ делится на $c$ .

## Рефлексивность

Равенства	$a=a$
Параллельности	$a \parallel a$
Подобия геометрических фигур	Фигура $a$ подобна самой себе, причем коэффициент подобия $k=1$

## Аддитивность

Равенства	Если $a=b$ , то $a+c=b+c$ для любого $c$
Неравенства	Если $a>b$ , то $a+c>b+c$ для любого $c$
Площади (объема)	Площадь (объем) фигуры равна сумме площадей (объемов) ее частей, если этих частей конечное число

## Степень

Число  $c$  называется  $n$ -ной степенью числа  $a$ , если  $c = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ .

**Свойства степеней:**

1.  $(ab)^n = a^n b^n$ .
2.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .
3.  $a^n a^m = a^{n+m}$ .
4.  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ , где  $n > m$ .
5.  $(a^n)^m = a^{nm}$ .
6. Запись  $a^{nm}$  не обладает свойством ассоциативности (сочетательности), то есть в общем случае левая ассоциативность не равна правой ассоциативности  $(a^n)^m \neq a^{(n^m)}$ , результат будет зависеть от последовательности действий, например  $(2^2)^3 = 4^3 = 64$ , а  $2^{(2^3)} = 2^8 = 256$ .

**Арифметический корень**

Алгебраические выражения, содержащие операцию извлечения корня, называются **иррациональными**.

**Арифметическим корнем**  $n$ -ной степени из числа  $a$  называют неотрицательное число,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

**Радикал** — это математический знак (измененное латинское  $r$ ), которым обозначают действие извлечения корня  $n$ -ной степени из данного числа  $a$ , а также результат извлечения корня, т. е. число вида  $\sqrt[n]{a}$ .

В поле действительных чисел корень имеет только одно решение или ни одного, если это корень четной степени из отрицательного числа. В поле комплексных чисел корень  $n$ -ной степени имеет  $n$  решений.

**Алгебраическим корнем**  $n$ -ной степени из числа  $a$  называется множество всех корней из этого числа. Алгебраический корень четной степени имеет два значения: положительное и отрицательное.

**ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ**

- $\sqrt[n]{0} = 0$ ;  $\sqrt[n]{1} = 1$ .
- Арифметический корень может быть разложен в бесконечный ряд по формуле:

$$(1+x)^{s/t} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\prod_{k=0}^{n-1} (s+t-kt)}{(s+t)n!t^n} x^n \right), \text{ где } |x| < 1.$$

Если корни рассматривать на множестве действительных чисел, то:

- корень четной степени из положительного числа имеет два значения, равные по абсолютной величине и противоположные по знаку;
- корень четной степени из отрицательного числа в множестве действительных чисел не существует;
- корень нечетной степени из положительного числа имеет только одно действительное значение, которое положительно;
- корень нечетной степени из отрицательного числа имеет только одно действительное значение, которое отрицательно;
- корень любой натуральной степени из нуля равен нулю.

Таким образом, множество действительных чисел не замкнуто относительно извлечения корня четной степени, а результат этого действия (корень) не однозначен.

Множество действительных чисел замкнуто относительно извлечения корня нечетной степени, а результат этого действия однозначен.

## ПРАВИЛА ДЕЙСТВИЙ НАД КОРНЯМИ

(для:  $a, b$  и  $c \in \mathbb{R}$  и  $n$  и  $k \in \mathbb{N}$ )

Для корня нечетной степени	Для корня четной степени
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc}$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc} \quad (a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0)$
$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$	$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}, \quad (abc \geq 0)$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \quad (b \neq 0)$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \quad (a \geq 0, b > 0)$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad (b \neq 0)$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad \left(\frac{a}{b} \geq 0, b \neq 0\right)$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$	$\sqrt[n]{k} \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{ka}, \quad (a \geq 0)$
$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}, \quad (a \geq 0)$
$\sqrt[2m+1]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[(2m+1)n]{a}$	$\sqrt[n]{a^{2k}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^{2k}, \quad (a \in \mathbb{R})$
$\sqrt[(2k+1)(2n+1)]{a} = \sqrt[2k+1]{\sqrt[2n+1]{a}}$	

ИСКЛЮЧЕНИЕ ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ  
ИЗ ЧИСЛИТЕЛЯ (ЗНАМЕНАТЕЛЯ) ДРОБНОГО ВЫРАЖЕНИЯ

При исключении иррациональности из числителя (знаменателя) числитель и знаменатель выражения умножают на множитель, сопряженный с числителем (знаменателем).

Сопряженным множителем относительно иррационального выражения  $A$  называют всякое не равное тождественно нулю выражение  $B$ , которое в произведении с  $A$  не содержит знака корня, т. е.  $AB$  рационально.

Основные случаи исключения иррациональности из знаменателей дробных выражений (аналогично выполняется исключение иррациональности из числителей):

- Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt[n]{a^k}}$ , где  $n > k$ ,  $a > 0$ ,  $A$  — некоторое выражение.

Сопряженные выражения:  $\sqrt[n]{a^{n-k}}$ , так как  $\sqrt[n]{a^k} \cdot \sqrt[n]{a^{n-k}} = a$ . Окончательный вид дроби:  $\frac{A}{\sqrt[n]{a^k}} = \frac{A \sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^k} \cdot \sqrt[n]{a^{n-k}}} = \frac{A \sqrt[n]{a^{n-k}}}{a}, \quad (a > 0).$

- Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt{a \pm b}}.$

Окончательный вид дроби:  $\frac{A}{\sqrt{a \pm b}} = \frac{A(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{A(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$  при

$a \geq 0, b \geq 0, a \neq b; \frac{A}{\sqrt{a \pm b}} = \frac{A\sqrt{a}}{2a} = \frac{A\sqrt{b}}{2b},$  если  $a > 0, a = b.$

$$\frac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b.$$

3. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}}$  и вида  $\frac{A}{\sqrt[3]{a^2} \pm \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$ .

Выражения  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$  и  $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ , а также  $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$  и  $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$  взаимно сопряжены, так как их произведения  $(a+b)$  и  $(a-b)$  рациональны. Окончательный вид дроби:

$$\frac{A}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{A(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})} = \frac{A(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{a+b},$$

где  $a$  и  $b$  — любые действительные числа, причем  $a+b \neq 0$ .

$$\frac{A}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{A(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})} = \frac{A(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{a-b}, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — любые}$$

действительные числа, причем  $a \neq b$ .

$$\frac{A}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \frac{A(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} = \frac{A(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{a+b}, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — любые}$$

действительные числа, причем  $a+b \neq 0$ .

$$\frac{A}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \frac{A(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})} = \frac{A(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{a-b}, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — любые}$$

действительные числа, причем  $a \neq b$ .

4. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}}$ .

Сопряженный множитель можно определить из тождества:  $(x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}) = x^n - y^n$ . Если принять  $x = \sqrt[n]{a}$ ,  $y = \sqrt[n]{b}$ , то получим  $(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{b^{n-1}}) = a - b$ . Окончательный вид дроби:

$$\frac{A}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}} = \frac{A(\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{b^{n-1}})}{a-b}, \text{ где } a \neq b \text{ (} a > 0, b > 0, \text{ если } n \text{ —}$$

четное;  $a, b$  — любые действительные числа, если  $n$  — нечетное).

5. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$ .

Сопряженный множитель можно определить из тождества  $(x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + x(-y)^{n-2} + (-y)^{n-1}) = x^n + (-1)^n y^n$ . Если принять  $x = \sqrt[n]{a}$ ,  $y = \sqrt[n]{b}$ , то  $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}} - \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + (-1)^{n-2} \sqrt[n]{ab^{n-2}} + (-1)^{n-1} \sqrt[n]{b^{n-1}}) = a + (-1)^n b$ . Оконча-

$$\text{тельный вид дроби: } \frac{A}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}} = \frac{A(\sqrt[n]{a^{2k-1}} + \sqrt[n]{a^{2k-2}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{2k-2}} + \sqrt[n]{b^{2k-1}})}{a-b}, \text{ где}$$

$a$  и  $b$  — любые действительные числа и  $a+b \neq 0$ .

$$\frac{A}{\sqrt[2k+1]{a} + \sqrt[2k+1]{b}} = \frac{A \left( \sqrt[2k+1]{a^{2k}} - \sqrt[2k+1]{a^{2k-1}b} + \dots - \sqrt[2k+1]{ab^{2k-1}} - \sqrt[2k+1]{b^{2k}} \right)}{a+b}, \text{ при } a > 0, b > 0, a \neq b.$$

6. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ , вида  $\frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}}$  и вида  $\frac{A}{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}$ .

Множителем, сопряженным со знаменателем данной дроби, является  $(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}) \times (a + b - c - 2\sqrt{ab})$ . Окончательный вид дроби:

$$\frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{A(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})(a + b - c - 2\sqrt{ab})}{(a + b - c)^2 - 4ab}, \text{ где } a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, (a + b - c)^2 - 4ab \neq 0.$$

7. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}}$ , причем  $ab = cd$ .

Множителем, сопряженным со знаменателем данной дроби, является  $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - (\sqrt{c} + \sqrt{d})$ . Окончательный вид дроби:

$$\frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}} = \frac{A((\sqrt{a} + \sqrt{b}) - (\sqrt{c} + \sqrt{d}))}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{c} + \sqrt{d})^2} = \frac{A(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} - \sqrt{d})}{a + b - c - d},$$

где  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0, a + b \neq c + d$ .

8. Дроби вида  $\frac{A}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}$ .

Из тождества  $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ . Если принять  $x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c}$ , то  $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c^2} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{ac} - \sqrt[3]{bc}) = a + b + c - 3\sqrt[3]{abc}$ .

Умножив полученное выражение на  $B = (a + b + c)^2 + 3(a + b + c)\sqrt[3]{abc} + 9\sqrt[3]{(abc)^2}$ , получим  $(a + b + c - 3\sqrt[3]{abc}) \cdot B = (a + b + c)^3 - 27abc$ .

$$\text{Окончательный вид дроби: } \frac{A(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c^2} - \sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{ac} - \sqrt[3]{bc}) \cdot B}{(a + b + c)^3 - 27abc},$$

при  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} \neq 0, (a + b + c)^3 \neq 27abc$ .

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СЛОЖНОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Выражения вида  $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$  называются сложными квадратными корнями (радикалами). Для их преобразования пользуются формулой:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}},$$

где  $A > 0, B > 0$  и  $A^2 - B > 0$ .

Эта формула упрощает сложный радикал, если  $A^2 - B$  — точный квадрат (число  $n$  называется точным квадратом, если оно является квадратом какого-либо целого числа, то есть существует такое целое  $s$ , что  $n = s^2$ ).

## Логарифм

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  — это показатель степени, в которую надо возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ . Обозначается  $\log_a b$ . Таким образом:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b; \log_a 1 = 0 \text{ (следует из } a^0 = 1); \log_a a = 1 \text{ (следует из } a^1 = a)$$

### ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

Пусть  $a > 0$ ,  $a \neq 0$ . Тогда:

$\log_a(bc) = \log_a  b  + \log_a  c , (bc > 0)$	Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a  b  - \log_a  c , \left(\frac{b}{c} > 0\right)$	Логарифм частного равен разности логарифмов делимого и делителя
$\log_a(b^p) = p \log_a  b , (b^p > 0);$ как следствие: $\log \sqrt[m]{b} = \frac{\log b}{m}$	Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания Логарифм корня равен логарифму подкоренного числа, деленному на степень корня
$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$	Если в основании логарифма находится степень, то величину, обратную показателю степени, можно вынести за знак логарифма
$\log_{a^p} b^q = \frac{p}{q} \log_a b$	
$\log_{a^k} b^k = \log_a b$	
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	Замена основания логарифма
$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	
$a^{\log_c d} = d^{\log_c a}$	

### ДЕСЯТИЧНЫЙ ЛОГАРИФМ

Логарифм по основанию 10 называют десятичным и обозначают  $\log_{10} x = \lg x$ .

**Некоторые тождества для десятичных логарифмов:**

$$10^{\lg x} = x; \lg 10^n = n; \lg 1 = 0; \lg 0,1 = -1; \lg 10 = 1.$$

### НАТУРАЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ

Логарифм по основанию  $e$  называют **натуральным** и обозначают  $\log_e x = \ln x$ .

## Системы координат

**Система координат** — способ определения положения точки или тела с помощью чисел или других символов.

Совокупность чисел, определяющих положение точки, называется **координатами этой точки**.

Существует несколько систем координат, используемых в математике.

## ДЕКАРТОВА (ПРЯМОУГОЛЬНАЯ) СИСТЕМА КООРДИНАТ

Эту систему координат образуют две (на плоскости) или три (в пространстве) взаимно перпендикулярные оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (соответственно абсцисса, ордината, аппликата) (рис. 3, 4).

Точка пересечения осей т.  $O$  — **начало координат**.

Координатная ось  $OX$  — ось абсцисс, ось  $OY$  — ось ординат, ось  $OZ$  — ось аппликата. Положительные направления отсчета по каждой из осей обозначают стрелками.

**Единичный отрезок** — величина, принимаемая за единицу при изображении декартовой системы координат. Единичный отрезок обычно отмечается на каждой из осей.

Прямоугольная система координат (любой размерности) также описывается набором ортов (единичных векторов, абсолютная величина (модуль) которых равна 1), сонаправленных с осями координат. Количество ортов равно размерности системы координат, и все они перпендикулярны друг другу.

В трехмерном пространстве орты обычно обозначаются  $i, j, k$  или  $e_x, e_y, e_z$ .

Единицы измерения по всем осям равны друг другу, поэтому декартова система называется ортонормированной (рис. 3, 4).

Четыре угла (I, II, III, IV), образованные осями координат  $OX$  и  $OY$ , называются координатными углами или квадрантами.

Положение точки в декартовой системе координат обозначается:  $C(x; y; z)$ .

Координата положительна, если находится на положительной полуоси, и отрицательна, если на отрицательной.

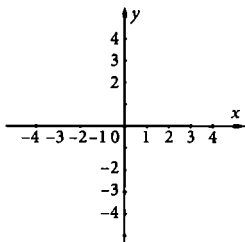


Рис. 3

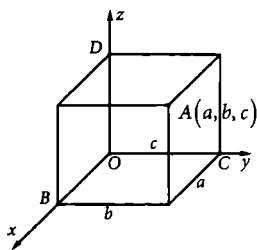


Рис. 4

## ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

**Полярная система координат** — двумерная система, в которой каждая точка на плоскости определяется полярным углом и полярным радиусом (рис. 5).

Основными понятиями этой системы являются точка отсчета (полюс) и луч, начинающийся в этой точке (полярная ось).

$\rho$  — расстояние от точки до полюса, координата.

$\varphi$  — угол между полярной осью и отрезком, соединяющим полюс и рассматриваемую точку ( $\varphi$  положительный, если происходит поворот против часовой стрелки, отрицательный в противоположном случае).

$\varphi$  определен неоднозначно: координатам  $(\rho; \varphi + 2\pi n)$  соответствует одна и та же точка при  $n \in \mathbb{N}$ .

Для полюса  $\rho = 0$ , а угол  $\varphi$  не определен.

$\varphi$  задают либо в градусах, либо в радианах.

Пусть  $R$  — область, которую образуют полярная кривая  $r(\varphi)$  и лучи  $\varphi = a$  и  $\varphi = b$ , где  $0 < b - a < 2\pi$  (рис. 6). Площадь этой области находится определенным интегралом

$$\frac{1}{2} \int_a^b [r(\varphi)]^2 d\varphi.$$

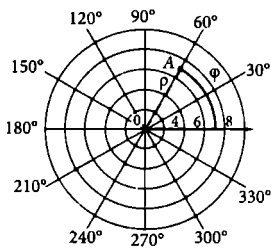


Рис. 5

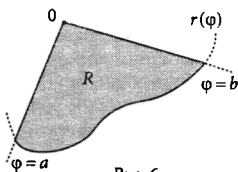


Рис. 6

**Связь полярной и декартовой систем координат.** Полярные координаты можно перевести в декартовы с помощью тригонометрических функций.

Пусть  $(x; y)$  — координаты точки в декартовой системе координат,  $(\rho; \varphi)$  — в полярной. Тогда:

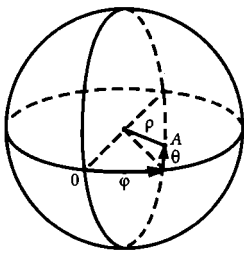


Рис. 7

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi. \end{cases}$$

Формулы обратного перехода:

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \varphi = \arctg \frac{y}{x}, \quad x \neq 0, \\ \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad x = 0, y > 0, \\ \varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad x = 0, y < 0. \end{cases}$$

**Полярные координаты в пространстве.** В трехмерном пространстве вводят третью координату — угол  $\theta$  (рис. 7).

Сферическими координатами точки в трехмерном пространстве являются:

$\rho$  — расстояние от точки до полюса,

$\varphi$  — угол между полярной осью и проекцией радиус-вектора точки на выбранную экваториальную плоскость (содержащую полярную ось),

$\theta$  — угол между радиус-вектором точки и его проекцией на экваториальную плоскость.

Система координат, состоящая из полюса, экваториальной плоскости и полярной оси, лежащей в ней, называется **сферической системой координат**.

Тройку сферических координат можно перевести в декартову систему следующими преобразованиями:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi; \\ y = r \sin \theta \sin \varphi; \\ z = r \cos \theta. \end{cases}$$

## Уравнения

### ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**Алгебраическое уравнение** — уравнение, которое можно преобразовать так, что в левой части будет многочлен от неизвестных, а в правой — ноль:  $P(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) = 0$ , где  $P$  — многочлен с коэффициентами из поля рациональных чисел.

Степень многочлена называется **степенью уравнения**.

Простейшие алгебраические уравнения:

- линейное уравнение — уравнение 1-й степени с одним неизвестным вида  $ax + b = 0$ , имеющее один действительный корень;
- квадратное уравнение — уравнение 2-й степени  $ax^2 + bx + c = 0$ , которое в зависимости от значения коэффициентов может иметь либо два различных, либо два совпадающих действительных корня, либо не иметь действительных корней. Алгебраическое уравнение  $n$ -ной степени не может иметь более  $n$  корней.

**Трансцендентное уравнение** — уравнение, не являющееся алгебраическим. Обычно это уравнения, содержащие показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции.

Трансцендентное уравнение — это уравнение вида  $f(x) = g(x)$ , где функции  $f$  и  $g$  являются аналитическими функциями и по крайней мере одна из них не является алгебраической.

Решить уравнение означает найти множество всех его решений (корней) или доказать, что таковых нет.

Равносильными называются уравнения, множества корней которых совпадают. Равносильными также считаются уравнения, не имеющие корней.

## ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Линейное уравнение** — это уравнение, обе части которого могут быть выражены многочленами (от неизвестных) первой степени.

Линейное уравнение можно привести к виду:  $ax + b = 0$ .

Количество решений зависит от параметров  $a$  и  $b$ .

Если  $a = b = 0$ , то уравнение имеет бесконечное множество решений, поскольку  $\forall a \in \mathbb{R} : a \cdot 0 = 0$ .

Если  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , то уравнение не имеет решений, поскольку  $\nexists a \in \mathbb{R} : a \cdot 0 = -b \neq 0$ .

Если  $a \neq 0$ ,  $b = 0$ , то уравнение имеет единственное решение  $x = -b/a$ .

## КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Квадратное уравнение** — уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$ .

Квадратное уравнение с действительными коэффициентами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  может иметь от 0 до 2 действительных корней в зависимости от значения дискриминанта  $D = b^2 - 4ac$ .

### Формулы для корней квадратного уравнения при различных значениях дискриминанта

Значения дискриминанта	Формула корней
При $D > 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ; два корня
При $D = 0$	$x = \frac{-b}{2a}$ ; один корень (или, иначе, два равных или совпадающих корня), кратности 2
При $D < 0$	Вещественных корней нет; существуют два комплексных корня, выражающиеся либо формулой: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ без использования извлечения корня из отрицательного числа, либо формулой: $x_{1,2} = \frac{-b \pm i \sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}$

## Виды квадратных уравнений

$x^2 + px + q = 0$ , где $a = 1$ (приведенное уравнение)	$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
---	--

$ax^2 + 2kx + c = 0, D = 4(k^2 - ac)$	при $D > 0$ : $x_1 = \frac{-k - \sqrt{k^2 - ac}}{a}, x_2 = \frac{-k + \sqrt{k^2 - ac}}{a};$ при $D = 0$ : $x_1 = -k/a$
$ax^2 + bx = 0, b \neq 0$	$x_1 = 0, x_2 = -b/a$
$ax^2 + c = 0, ac < 0$	$x_1 = -\sqrt{-c/a}, x_2 = \sqrt{-c/a}$
$ax^2 = 0$	$x_1 = 0$

### Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения (формулы Виета)

Если  $x_1, x_2$  — корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , то:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для уравнения  $x^2 + bx + c = 0$ :  $x_1 + x_2 = -b, x_1 \times x_2 = c$ .

### Разложение квадратного трехчлена на множители

Если  $D > 0$ :  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .

Если  $D = 0$ :  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$ .

### Биквадратное уравнение

Биквадратное уравнение  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  сводится к квадратному уравнению заменой  $x^2 = y$ .

## ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Показательное уравнение — уравнение вида  $a^x = b, a > 0, a \neq 1$ .

При  $b > 0$  единственный корень  $x = \log_a b$ . При  $b \leq 0$  уравнение корней не имеет.

## ЛОГАРИФИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Логарифмические уравнения — уравнения вида  $\log_a x = b, a > 0, a \neq 1$ .

Единственный корень  $x = a^b$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

### Решение простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a = -1$	$a = 0$	$a = 1$
$\sin x = a,  a  \leq 1$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$	$x = -\pi/2 + 2\pi n$	$x = \pi n$	$x = \pi/2 + 2\pi n$

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a = -1$	$a = 0$	$a = 1$
$\cos x = a,$ $ a  \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$	$x = \pi + 2\pi n$	$x = \pi/2 + \pi n$	$x = 2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a,$ $a \in (-\infty; \infty)$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$	$x = -\pi/4 + \pi n$	$x = \pi n$	$x = \pi/4 + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = a,$ $a \in (-\infty; \infty)$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$	$x = -3\pi/4 + \pi n$	$x = \pi/2 + \pi n$	$x = \pi/4 + \pi n$

## ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ МОДУЛЬ

Вид уравнения	Решение
$ f(x)  = A, \text{ где } A \in \mathbb{R}$	Если $A < 0$ , то корней нет. Если $A = 0$ , то уравнение сводится к уравнению вида $f(x) = 0$ . Если $A > 0$ , то: $\begin{cases} f(x) = A, \\ f(x) = -A. \end{cases}$
$ f(x)  = g(x)$	Сводится к системе: $\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases}$ $\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ -f(x) = g(x) \end{cases}$ или $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ -f(x) = g(x). \end{cases}$
$ f(x)  =  g(x) $	Сводится к равносильному уравнению вида $f^2(x) = g^2(x)$ . или $\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$

## ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ

Метод решения уравнений любого типа с помощью введения нового неизвестного, относительно которого уравнение имеет более простой вид.

Наиболее часто встречающиеся виды замен

Вид замены	Примечание
Степенная замена $y = x^n$	Заменой $y = x^2$ биквадратное уравнение приводится к квадратному

Вид замены	Примечание
Замена многочлена $y = P_n(x)$ или $y = \sqrt{P_n(x)}$	Наиболее часто встречается замена $y = ax^2 + bx + c$ или $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
Дробно-рациональная замена $y = P_n(x)/Q_m(x)$ , где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ — многочлены $n$ -ной и $m$ -ной степени соответственно	

## Простейшие неравенства

### ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  заданы на некоторых числовых множествах  $X_1$  и  $X_2$ . **Неравенством** с одной неизвестной называют отношение вида  $f(x) < g(x)$ . (Вместо знака  $<$  могут стоять знаки  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ .)

**Область допустимых значений** неравенства (ОДЗ) — множество значений переменной  $x$ , на котором обе части неравенства одновременно определены и имеют смысл.

Число  $a$  — **решение неравенства**, если при подстановке его вместо переменной  $x$  получаем верное числовое неравенство  $f(a) < g(a)$ .

**Решить неравенство** — значит найти все его решения или доказать, что их не существует.

**Множеством решений неравенства** называется совокупность всех его решений.

Часто это бесконечные числовые промежутки.

Решение неравенств во многом сходно с решением уравнений.

**Равносильными** на множестве  $X$  называются два неравенства:  $f(x) < g(x)$ ,  $f_1(x) < g_1(x)$ , если на этом множестве неравенства имеют одни и те же решения, то есть если каждое решение неравенства  $f(x) < g(x)$  является решением неравенства  $f_1(x) < g_1(x)$ , и наоборот: два неравенства, не имеющие решений на каком-либо множестве, также считаются равносильными на этом множестве.

### Основные преобразования неравенства в равносильное ему

Константу можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком.
Обе части неравенства можно умножить или разделить на $a = \text{const}$ , $a > 0$ ; если $a < 0$ , то знак неравенства меняется на противоположный.
Пусть неравенство имеет вид $f(x) \cdot g(x) > \varphi(x) \cdot g(x)$ или $f(x) \cdot g(x) < \varphi(x) \cdot g(x)$ . Деление обеих его частей на $g(x)$ , как правило, недопустимо, поскольку может привести к потере решений.
Пусть функции $f(x)$ , $g(x)$ и $h(x)$ определены на множестве $X$ , тогда неравенства $f(x) > g(x)$ и $f(x) + h(x) > g(x) + h(x)$ равносильны на этом множестве.
Пусть $h(x) > 0$ на множестве $X$ , тогда неравенства $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x)h(x) > g(x)h(x)$ равносильны на этом множестве.
Пусть $h(x) < 0$ на множестве $X$ , тогда неравенства $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x)h(x) < g(x)h(x)$ равносильны на этом множестве.
Пусть $f(x) \geq 0$ , $g(x) \geq 0$ на множестве $X$ , тогда неравенства $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f^2(x) > g^2(x)$ равносильны на этом множестве.

## РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Выражение вида  $(x - a_1)^{n_1} (x - a_2)^{n_2} \dots (x - a_k)^{n_k} < 0$  называется рациональным неравенством. (Вместо знака  $<$  могут стоять знаки  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ .)

Основным методом решения неравенств является метод интервалов.

**Решение неравенств, содержащих квадратный трехчлен**  $ax^2 + bx + c$ .

Пусть  $D = b^2 - 4ac$  — дискриминант квадратного трехчлена.

Вид неравенства	$D < 0$	$D > 0$	$D = 0$
$a > 0$ , $ax^2 + bx + c \geq 0$	$x \in (-\infty; \infty)$	$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; \infty)$	$x = -\frac{b}{2a}$
$a > 0$ , $ax^2 + bx + c > 0$	$x \in (-\infty; \infty)$	$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; \infty)$	Решений нет
$a < 0$ , $ax^2 + bx + c \geq 0$	Решений нет	$x \in [x_1; x_2]$	$x = -\frac{b}{2a}$
$a < 0$ , $ax^2 + bx + c > 0$	Решений нет	$x \in (x_1; x_2)$	Решений нет

Если неравенство имеет знак меньше ( $<$ ) или меньше или равно ( $\leq$ ), нужно умножить неравенство на  $-1$  и свести к виду, приведенному в таблице.

## ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Если в неравенство входят функции под знаком корня, то такие неравенства называют **иррациональными**.

Неравенство	Равносильная ему система
Неравенство вида $\sqrt[n]{f(x)} < \varphi(x)$ (при $n \in \mathbb{N}$ )	$\begin{cases} \varphi(x) > 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) < \varphi^{2n}(x). \end{cases}$
Неравенство вида $\sqrt[n]{f(x)} > \varphi(x)$	Совокупность систем: $\begin{cases} \varphi(x) \geq 0, \\ f(x) > \varphi^{2n}(x); \end{cases} \text{ и } \begin{cases} \varphi(x) < 0, \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$

## НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ

Функция  $y = |x|$  называется **абсолютной величиной** (модулем). Для каждого  $x \in \mathbb{R}$ :

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0; \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

### Свойства модуля

$$|x| \geq 0; \quad |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0; \quad |x \times y| = |x| \times |y|; \quad |x : y| = |x| : |y|, \text{ где } y \neq 0;$$

$$\sqrt[m]{x^m} = |x|, \text{ где } m \text{ — четное число}; \quad |x|^n = x^n, \text{ где } n \text{ — четное число}; \quad |x + y| \leq |x| + |y|;$$

$$|x - y| \geq |x| - |y|$$

Стандартный способ решения неравенств — выведение из-под знака модуля.

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Решение любых тригонометрических неравенств в конечном итоге сводится к решению простейших.

Функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  имеют период  $T = 2\pi$ , поэтому неравенства вида  $\sin x > a$  и  $\cos x > a$  (вместо знака  $>$  могут стоять знаки  $<$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ) достаточно решить сначала на каком-нибудь отрезке длины  $2\pi$ .

Множество решений получают прибавлением к каждому из найденных на этом отрезке решений  $2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Функции  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$  имеют период  $\pi$ , поэтому множество решений получают, прибавляя к найденным на соответствующих интервалах решениям  $\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Вид неравенства	Множество решений неравенства
$\sin x > a$ ( $ a  < 1$ )	$x \in (\arcsin a + 2\pi n, \pi - \arcsin a + 2\pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\sin x < a$ ( $ a  < 1$ )	$x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi n, \arcsin a + 2\pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\cos x > a$ ( $ a  < 1$ )	$x \in (-\arccos a + 2\pi n, \arccos a + 2\pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\cos x < a$ ( $ a  < 1$ )	$x \in (\arccos a + 2\pi n, 2\pi - \arccos a + 2\pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x > a$	$x \in (\operatorname{arctg} a + \pi n, \pi/2 + \pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x < a$	$x \in (-\pi/2 + \pi n, \operatorname{arctg} a + \pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x > a$	$x \in (\pi n, \operatorname{arctg} a + \pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x < a$	$x \in (\operatorname{arctg} a + \pi n, \pi + \pi n), \forall n \in \mathbb{Z}$

# Начала математического анализа

## Функция

**Функцией** в математике называют такую зависимость между элементами множеств, когда каждому элементу одного из множеств ставится в соответствие единственный элемент другого множества.

Принято писать:  $f(x) = y$ , где множество  $x$  — область задания или определения функции,  $x$  является аргументом функции или независимой переменной; множество  $y$  — область значений функции — множество, образующееся в результате применения функции,  $y$  называют зависимой переменной.

Функция считается заданной, если:

- задана область определения функции  $X$ ;
- задана область значений функции  $Y$ ;
- известно правило (закон) соответствия, причем такое, что для каждого значения аргумента может быть найдено только одно значение функции.

Числовая функция может быть представлена графически, с помощью уравнения (аналитически) и с помощью таблицы.

## ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ ФУНКЦИИ

**Функция возрастает** на некотором промежутке, если с увеличением значения аргумента, принадлежащего этому промежутку, увеличивается значение функции. Примером функции, возрастающей на всей числовой прямой, является экспонента:  $f(x) = e^x$ .

**Функция убывает** на некотором промежутке, если с увеличением значения аргумента, принадлежащего этому промежутку, уменьшается значение функции. Примером функции, убывающей на всей числовой прямой, является показательная функция  $f(x) = a^x$ , если  $a < 1$ , например  $y = 0,5^x$ .

Возрастающие и убывающие функции являются **монотонными**.

В общем случае **монотонной является функция**, приращение которой на некотором промежутке либо неотрицательно, либо неположительно.

## ДОСТАТОЧНЫЕ ПРИЗНАКИ МОНОТОННОСТИ ФУНКЦИИ

Если  $f'(x) > 0$  в каждой точке интервала  $(a, b)$ , то функция  $f(x)$  возрастает на этом интервале.

Если  $f'(x) < 0$  в каждой точке интервала  $(a, b)$ , то функция  $f(x)$  убывает на этом интервале.

Можно найти интервалы монотонности функций: точки, в которых производная функции равна нулю или не существует, делят область определения функции на интервалы, внутри которых производная сохраняет знак.

## НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ

Сумма нескольких возрастающих функций является возрастающей функцией.

Произведение неотрицательных возрастающих функций есть возрастающая функция.

Если функция  $f$  возрастает, то функции  $cf$ , ( $c > 0$ ) и  $f + c$ , где  $c$  — некоторая константа, также возрастают, а функция  $cf$ , ( $c < 0$ ) убывает.

Если функция  $f$  возрастает и сохраняет знак, то функция  $1/f$  убывает.

Если функция  $f$  возрастает и неотрицательна, то  $f^n$ , где  $n \in \mathbb{N}$ , также возрастает.

Если функция  $f$  возрастает и  $n$  — нечетное число, то  $f^n$  также возрастает.

Композиция  $g(f(x))$  возрастающих функций  $f$  и  $g$  также возрастает.

## НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

Функция  $f$  непрерывна в точке  $a$ , если для любого числа  $\varepsilon > 0$  найдется такое число  $\delta > 0$ , что для всех значений аргумента условие  $|x - a| < \delta$  влечет  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ .

Другими словами, функция  $f$  непрерывна в точке  $a$ , если она имеет предел в данной точке и этот предел совпадает со значением функции в данной точке:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Функция  $f$  непрерывна на множестве  $E$ , если она непрерывна в каждой точке данного множества.

## ТОЧКИ РАЗРЫВА ФУНКЦИИ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Пусть  $f(x)$  определена в некоторой проколотой окрестности точки  $a$  (т. е. окрестность точки, из которой исключена эта точка).

Точка  $a$  в таком случае называется **точкой разрыва** функции  $f(x)$ , если  $f(x)$  либо не определена в точке  $x = a$ , либо определена, но не является непрерывной в ней.

Функция  $f(x)$  имеет **точку разрыва первого рода**, если в этой точке существуют и конечный левосторонний предел  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$  и правосторонний предел  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ .

Для точек разрыва первого рода возможны два варианта.

1. Левосторонний и правосторонний пределы равны друг другу:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ .

Такая точка называется **точкой устранимого разрыва**.

2. Левосторонний и правосторонний пределы не равны друг другу:

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+0} f(x).$$

Модуль разности значений односторонних пределов

$$\left| \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) - \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) \right| \text{ называется скачком функции.}$$

Функция  $f(x)$  имеет **точку разрыва второго рода** при  $x = a$ , если по крайней мере один из односторонних пределов не существует или равен бесконечности.

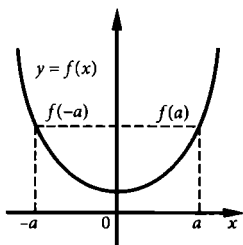


Рис. 8

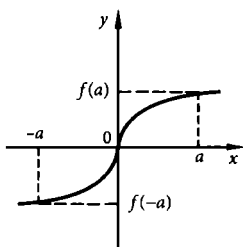


Рис. 9

## ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ ФУНКЦИИ

Функция является четной, если выполняется равенство вида:  $f(-x) = f(x)$ .

График четной функции симметричен относительно оси ординат (рис. 8).

Функция является нечетной, если выполняется равенство вида:  $f(-x) = -f(x)$ .

График нечетной функции симметричен относительно начала координат (рис. 9).

## ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ

**Критической точкой** функции называется такая точка ее области определения, в которой производная функции обращается в ноль или не существует.

**Критические точки** функции, в которых она меняет знак производной (функция из возрастающей становится убывающей или наоборот), называются **точками экстремума**.

**Экстремум** — это максимальное или минимальное значение функции на заданном множестве:

- если достигается минимум — **точка минимума**,
- если максимум — **точка максимума**.

Функция  $y = f(x)$  имеет **локальный минимум** в точке  $x_0$ , если существует такая проколота окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$ , принадлежащих этой окрестности, имеет место неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .

Иначе говоря, если при переходе через критическую точку функция из убывающей становится возрастающей, то в этой точке достигается наименьшее значение хотя бы на небольшом участке ее области определения.

При исследовании функции с помощью производной, если  $f'(x) < 0$  при  $x < x_0$  и  $f'(x) > 0$  при  $x > x_0$ , т. е. производная меняет знак при переходе через точку  $x_0$ , то функция имеет в точке  $x_0$  локальный минимум (на рис. 10 локальные минимумы синусоиды в точках  $(-\pi/2 + 2\pi k; -1)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ).

Функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет **локальный максимум**, если значение функции в этой точке больше, чем ее значения во всех точках некоторого интервала, содержащего точку  $x_0$ , т. е. если существует такая проколота окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$ , принадлежащих этой окрестности, имеет место неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ .

Иначе говоря, если при переходе через критическую точку функция из возрастающей становится убывающей, то в этой точке достигается наибольшее значение хотя бы на небольшом участке ее области определения.

При исследовании функции с помощью производной, если  $f'(x) > 0$  при  $x < x_0$  и  $f'(x) < 0$  при  $x > x_0$ , т. е. производная меняет знак при переходе через точку  $x_0$ , то

функция имеет в точке  $x_0$  локальный максимум (на рис. 10 локальные максимумы синусоиды в точках  $(\pi/2 + 2\pi k; 1)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ).

Если описанные выше неравенства строгие, то  $x_0$  называется точкой **строгого локального максимума или минимума** соответственно.

Точка  $x_0$  называется точкой **абсолютного (глобального) минимума (максимума)**, если значение функции в этой точке минимально (максимально) по сравнению со значениями во всех точках функции.

**Необходимое условие существования экстремума.** Если дифференцируемая функция  $y = f(x)$  имеет в точке  $x = x_0$  экстремум, то ее производная в этой точке обращается в ноль.

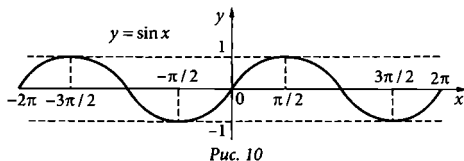


Рис. 10

Касательная к графику функции в точке экстремума параллельна оси абсцисс.

**Достаточные условия существования экстремума.** Пусть функция непрерывна на некотором интервале, содержащем критическую точку  $x_0$ , и дифференцируема во всех точках этого интервала (кроме, быть может, самой точки  $x_0$ ). Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак с плюса на минус, то в точке  $x = x_0$  функция имеет максимум. Если же при переходе через  $x_0$  слева направо производная меняет знак с минуса на плюс, то функция имеет в этой точке минимум.

Пусть  $f$  дважды дифференцируема в точке  $x_0$ ,  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) \neq 0$ .

Если  $f''(x_0) < 0$ , то  $x_0$  — точка локального максимума.

Если  $f''(x_0) > 0$ , то  $x_0$  — точка локального минимума.

Пусть  $f$   $n$  раз непрерывно дифференцируема в точке  $x_0$  и

$f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$ ,  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ .

Если  $n$  — четное и  $f^{(n)}(x_0) < 0$ , то  $x_0$  — точка локального максимума.

Если  $n$  — четное и  $f^{(n)}(x_0) > 0$ , то  $x_0$  — точка локального минимума.

Если  $n$  — нечетное, то  $x_0$  не является точкой локального экстремума.

## ВЫПУКЛАЯ (ВОГНУТАЯ) ФУНКЦИЯ

График функции  $y = f(x)$  называют **выпуклым** (выпуклым вниз) на промежутке  $(a; b)$ , если он расположен выше касательной, проведенной в любой точке  $(x; y)$ ,  $x \in ]a; b[$  (рис. 11).

Если же график функции лежит ниже касательной — он называется **вогнутым** (выпуклым вверх) (рис. 12).

1. Если  $f'$  возрастает на  $]a; b[$ , то  $f$  выпукла на  $]a; b[$  (если  $f'$  строго возрастает, то  $f$  строго выпукла).

2. Если  $f''(x) \geq 0 \forall x \in ]a; b[$ , то  $f$  выпукла вниз.

3. Если  $f''(x) \leq 0 \forall x \in ]a; b[$ , то  $f$  выпукла вверх.

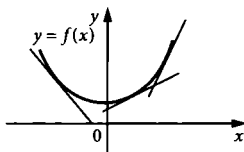


Рис. 11

**Точки перегиба.** Пусть функция  $y = f(x)$  определена в некоторой окрестности точки  $x_0$ , непрерывна в точке  $x_0$  и имеет в этой точке конечную или бесконечную производную. Если при переходе через точку  $x_0$  функция  $f$  меняет направление выпуклости, то  $x_0$  называют точкой перегиба функции  $f$ , а точку  $(x_0; y_0)$  — точкой перегиба графика функции  $f$ .

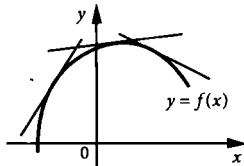


Рис. 12

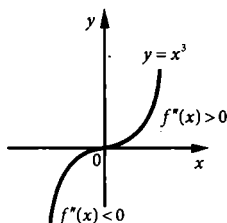


Рис. 13

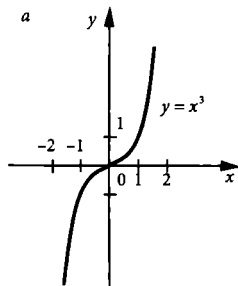
График функции переходит с одной стороны касательной, проведенной в точке  $(x_0; y_0)$ , на другую сторону. Точки перегиба  $f$  — точки экстремума для  $f'$  (на рис. 13 точка  $O(0; 0)$  — точка перегиба функции  $f(x) = x^3$ ).

**Необходимое условие наличия перегиба:**  $f''(x_0) = 0$  или не существует.

**Достаточные условия наличия перегиба:**

1. Если  $f''(x)$  меняет знак при переходе через точку  $x_0$ , то  $x_0$  — точка перегиба.
2. Если  $f''(x_0) = f'''(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$ , а  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ , то при  $n$  четном  $x_0$  — точка перегиба, при  $n$  нечетном  $x_0$  не является точкой перегиба.

## ОГРАНИЧЕННАЯ И НЕОГРАНИЧЕННАЯ ФУНКЦИИ



6

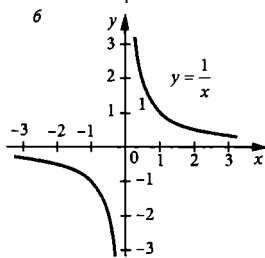


Рис. 14

Если существует такое  $B$ , что для любого  $x \in A$  выполняется неравенство  $f(x) \leq B$ , то функция  $f$  называется ограниченной сверху на множестве  $A$  (см. рис. 14; примером функции, ограниченной сверху на множестве  $(-\infty; 0)$  является функция  $y = 1/x$ ).

Если существует такое  $b$ , что для любого  $x \in A$  выполняется неравенство  $f(x) \geq b$ , то функция  $f$  называется ограниченной снизу на множестве  $A$  (см. рис. 15; примером функции, ограниченной снизу на всей числовой оси, является функция  $y = x^2$ ).

Пример функции, ограниченной на всей числовой оси, — функция  $y = \sin x$  (рис. 10).

Если функция не является ограниченной на множестве, то говорят, что она не ограничена (см. рис. 14; примером неограниченной функции на множестве  $(-\infty; \infty)$  является функция  $y = x^3$ ).

## АСИМПТОТА

Прямая называется **асимптотой** графика функции  $y = f(x)$ , если расстояние от переменной точки  $M$  графика функции до этой прямой при удалении точки  $M$  в бесконечность стремится к нулю, то есть точка графика функции при своем стремлении в бесконечность должна неограниченно приближаться к асимптоте.

Вертикальная асимптота — прямая вида  $x = a$  при условии существования пределов:

1.  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty$ ;
2.  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$ .

Для функции  $y = k/x$  прямая  $x = 0$  является вертикальной асимптотой при  $x \rightarrow \pm\infty$  (рис. 16).

Горизонтальная асимптота — прямая вида  $y = a$  при условии существования предела  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a$ .

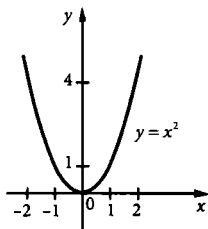


Рис. 15

Для функции  $y = e^x$  прямая  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$  является горизонтальной асимптотой (рис. 17).

Наклонная асимптота — прямая вида  $y = kx + b$  при условии существования пределов:

1.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = k$ ;
2.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = b$ .

Если хотя бы один из двух упомянутых выше пределов не существует (или равен  $\infty$ ), то наклонной асимптоты при  $x \rightarrow +\infty$  (или  $x \rightarrow -\infty$ ) не существует.

Для функции  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  наклонная асимптота — прямая  $y = x/2$  (рис. 18).

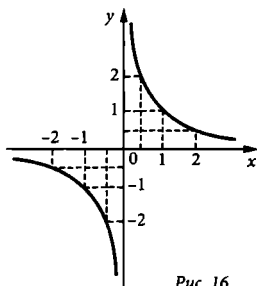


Рис. 16

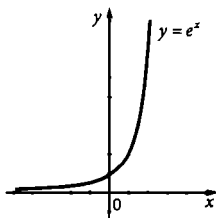


Рис. 17

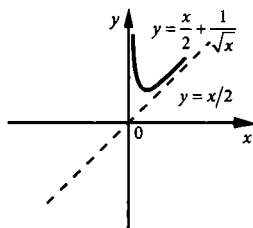


Рис. 18

## ПЕРИОДИЧНОСТЬ ФУНКЦИИ

Функция  $f(x)$  — **периодическая**, если существует такое  $T$ , отличное от нуля, что для любого  $x$  из области определения функции имеет место:  $f(x + T) = f(x)$ . Такое наименьшее число называется **периодом функции**. Все тригонометрические функции являются периодическими.

## ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ

Пусть функция  $y = f(x)$  строго монотонная (возрастающая или убывающая) и непрерывная на области определения  $x \in (a; b)$ , область значений этой функции  $y \in (c; d)$ , тогда на интервале  $(c; d)$  определена непрерывная строго монотонная функция  $x = g(y)$  с областью значений  $(a; b)$ , которая является обратной для  $y = f(x)$ .

Решение уравнения  $y = f(x)$  описывают через обратные функции.

Уравнение  $f(x) = y_0$  при каждом  $y_0$  имеет не более одного решения.

Условие того, что функция имеет обратную, заведомо выполняется, если функция строго возрастает или строго убывает.

Если функция  $g$  является обратной для функции  $f$ , то и функция  $f$  является обратной для функции  $g$ , потому что равенства  $y = f(x)$  и  $x = g(y)$  по определению обратной функции равносильны, т. е. может существовать только одна пара чисел  $x$  и  $y$ , между которыми выполняется как зависимость  $y = f(x)$ , так и зависимость  $x = g(y)$ .

**Свойства взаимно обратных функций**  $y = f(x)$  и  $x = g(y)$ :

- Пусть  $f$  и  $g$  — взаимно обратные функции. Это означает, что равенства  $y = f(x)$  и  $x = g(y)$  равносильны. Подставив одно из этих равенств в другое, получим два тождества  $f(g(y)) = y$  и  $g(f(x)) = x$ .

- Из первого свойства видно, что область определения функции  $y = f(x)$  совпадает с областью значений функции  $x = g(y)$  и наоборот.
- Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой  $y = x$ .
- Если  $y = f(x)$  возрастает, то и  $x = g(y)$  возрастает; если  $y = f(x)$  убывает, то и  $x = g(y)$  убывает.

Для степенных функций  $y = x^a$  обратными являются степенные функции  $x = y^{1/a}$ .

Для показательных функций  $y = a^x$  обратными являются логарифмические  $x = \log_a y$ .

Для тригонометрических функций обратными являются обратные тригонометрические функции.

## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

**Элементарные функции** — функции, которые можно получить с помощью конечного числа арифметических действий и композиций (т. е. применения одной функции к результату другой; композиция функций  $F$  и  $G$  обычно обозначается  $G \circ F$ ) из следующих основных элементарных функций: многочлен, рациональная, степенная, показательная и логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические.

Каждую элементарную функцию можно задать формулой, то есть набором конечного числа символов, соответствующих используемым операциям. Все элементарные функции непрерывны на своей области определения.

Иногда к основным элементарным функциям относят также гиперболические и обратные гиперболические функции, хотя они могут быть выражены через перечисленные выше основные элементарные функции.

В общем случае элементарные функции можно разделить на трансцендентные и алгебраические. Последние в свою очередь делятся на иррациональные и рациональные (целые и дробные).

**Алгебраическими** называют функции, составленные из букв и цифр, соединенных знаками действий сложения, умножения, вычитания, деления, возведения в степень и извлечения корня.

Алгебраические **рациональные функции** разделяются на **целые рациональные функции** (многочлены) и **дробные рациональные функции** (отношение многочленов).

**Иррациональными** называются алгебраические функции, содержащие знак корня.

**Трансцендентными** называют функции, не являющиеся алгебраическими, то есть они образованы при помощи возведения в иррациональную степень, логарифмирования, с использованием тригонометрических и обратных тригонометрических операций.

## ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Для одной переменной линейная функция описывается уравнением 1-й степени:  $kx + b = y$ , где  $k$  и  $b$  — действительные числа.

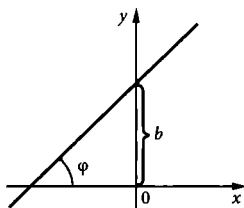


Рис. 19

Графиком этой функции является прямая (рис. 19).

Постоянная  $k$  является тангенсом угла  $\varphi$ , который образует прямая с положительным направлением оси абсцисс.

При  $k > 0$  прямая образует острый угол с осью абсцисс.

При  $k < 0$  прямая образует тупой угол с осью абсцисс.

При  $k = 0$  прямая параллельна оси абсцисс.

$b$  является показателем ординаты точки пересечения прямой с осью ординат.

При  $b = 0$  прямая проходит через начало координат (однородная линейная функция).

Основное свойство линейных функций: приращение функции пропорционально приращению аргумента, то есть функция является обобщением **прямой пропорциональности** (см. раздел «Прямая пропорциональность»).

1. Область определения:  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ , т. е. все множество  $R$ .

2. Область значений:

при  $k \neq 0$   $E(y) = (-\infty; +\infty)$ , т. е. все множество  $R$ ;

при  $k = 0$   $E(y) = b$ .

3. Четность (нечетность) функции:

если  $k \neq 0, b \neq 0$ , то функция не является четной или нечетной;

если  $k \neq 0, b = 0$ , то функция нечетная;

если  $k = 0$ , то функция четная (при  $b \neq 0$ );

если  $k = 0, b = 0$ , то функция равна нулю (четная и нечетная одновременно).

4. Функция обращается в ноль:

если  $k \neq 0$ , то  $y = 0$  при  $x = -b/k$ ;

если  $k = 0, b \neq 0$ , то нулей нет;

если  $k = 0, b = 0$ , то  $y = 0$  при  $x \in R$ .

5. Промежутки монотонности:

если  $k = 0, b > 0$ , то функция возрастает при  $x \in R$  ( $k > 0$  при любом  $b$ );

если  $k = 0, b < 0$ , то функция убывает при  $x \in R$  ( $k < 0$  при любом  $b$ );

если  $k = 0, b = 0$ , то функция постоянна при  $x \in R$  ( $k = 0$  при любом  $b$ ).

## Линейная функция нескольких переменных

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Описывается уравнением вида  $f(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ , где  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  — некоторые константы.

Областью определения линейной функции является все  $n$ -мерное пространство переменных  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , вещественных или комплексных.

При  $a_0 = 0$  линейная функция называется однородной, или линейной формой.

Если все переменные  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  и коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  — вещественные числа, то графиком линейной функции  $y$  в  $(n+1)$ -мерном пространстве переменных  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  является  $n$ -мерная гиперплоскость  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ , в частности при  $n=1$  — прямая на плоскости.

## ПРЯМАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

Частный случай линейной функции.

Описывается уравнением вида  $y = kx$ , где  $k$  — коэффициент пропорциональности (или угловой коэффициент).

График функции — прямая, проходящая через начало координат и образующая с осью абсцисс угол  $\alpha$ , тангенс которого равен  $k$  (рис. 20).

1. Область определения:  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ , т. е. все множество  $R$ .

2. Область значений:

при  $k \neq 0$ :  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ , т. е. все множество  $R$ ;

при  $k = 0$ :  $E(y) = 0$  при  $x \in R$ .

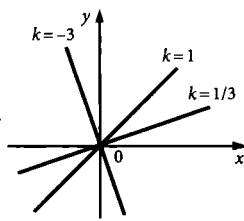


Рис. 20

3. Четность (нечетность) функции:

$y = kx$  — нечетная функция, т. к.  $f(-x) = k(-x) = -kx = -f(x)$ .

4. Функция обращается в ноль:

если  $k \neq 0$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ ;

если  $k = 0$ ,  $y = 0$  при  $x \in \mathbb{R}$ .

5. Промежутки монотонности:

если  $k > 0$ , функция возрастает;

если  $k < 0$ , функция убывает на всей числовой прямой.

## ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

Описывается уравнением вида  $y = k/x$ , где  $k$  — коэффициент обратной пропорциональности,  $k \neq 0$ .

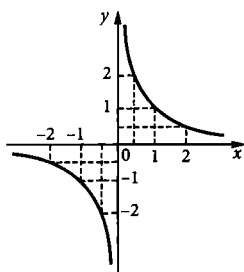


Рис. 21

График обратной пропорциональности — гипербола (рис. 21).

Произведение координат точек гиперболы есть величина постоянная, равная  $k$ , что следует из уравнения гиперболы.

1. Область определения:  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

2. Область значений:  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

3. Четность (нечетность) функции:

функция нечетная, т. к.  $f(-x) = \frac{k}{-x} = -\frac{k}{x} = -f(x)$ .

4. Функция не обращается в ноль.

5.  $x = 0$  является вертикальной асимптотой при  $x \rightarrow \pm\infty$ .

6. В точке  $x = 0$  имеет разрыв второго рода, т. к.  $f(x) \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow 0+$  и  $f(x) \rightarrow -\infty$  при  $x \rightarrow 0-$ .

7. Промежутки монотонности:

функция монотонно убывает при  $x < 0$  и при  $x > 0$ , но не монотонная в целом из-за точки разрыва  $x = 0$ .

## КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

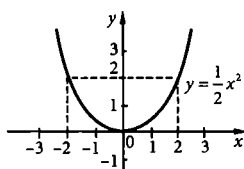


Рис. 22

Описывается уравнением вида  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — постоянные,  $a \neq 0$ .

В простейшем случае, когда  $b = c = 0$ , функция сводится к виду  $y = ax^2$ .

График функции  $y = ax^2$  — квадратная парабола, проходящая через начало координат. Парабола имеет ось симметрии  $OY$  — ось параболы (рис. 22).

Точка  $O$  пересечения параболы с ее осью — вершина параболы.

График функции  $y = ax^2 + bx + c$  — также квадратная парабола (рис. 23).

Ее вершина в точке  $B$  имеет координаты:

$$x_B = -\frac{b}{2a}, \quad y_B = c - \frac{b^2}{4a}.$$

Форма и расположение квадратной параболы в системе координат зависит от двух параметров: коэффициента  $a$  и дискриминанта  $D = b^2 - 4ac$ .

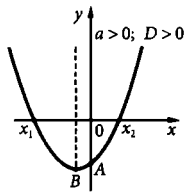


Рис. 23

$x_1$  и  $x_2$  — точки пересечения параболы с осью  $OX$  (нули функции) являются корнями уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ . Абсциссы этих точек:  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ ;  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ .

Все возможные случаи для квадратной параболы показаны на рис. 23, 24.

- Область определения:  
 $D(y) = (-\infty; +\infty)$ , т. е. все множество  $\mathbf{R}$ .
- Область значений:  
 $E(y) = [-D/4a; +\infty)$ , если  $a > 0$ ;  
 $E(y) = (-\infty; -D/4a]$ , если  $a < 0$ .
- Четность (нечетность) функции:  
четная при  $b = c = 0$ .
- Функция обращается в ноль:  
при  $D < 0$  не имеет нулей;  
при  $D = 0$  ноль функции при  $x = -b/2a$ ;  
при  $D > 0$  нули функции являются корнями  
квадратного уравнения  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .

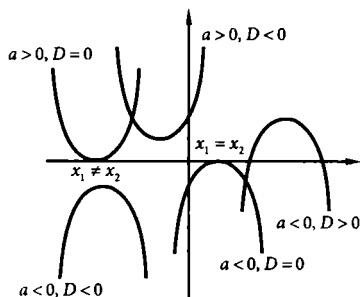


Рис. 24

- Промежутки монотонности:
  - промежуток убывания при  $a > 0$  (возрастания при  $a < 0$ )  $(-\infty; -b/2a]$ ;
  - промежуток возрастания  $a > 0$  (убывания  $a < 0$ )  $[-b/2a; +\infty)$ .
- Экстремумы: минимум функции при  $a > 0$  (максимум при  $a < 0$ )  $f(x)_{\min} = -D/4a$ .

## СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

Описывается уравнением вида  $y = ax^n$ , где  $a$  — некоторый масштабный множитель,  $n \in \mathbf{R}$ .

При  $n \in \mathbf{N}$  графиками степенных функций являются параболы  $n$ -го порядка (рис. 25).

При  $n \in \mathbf{N}$  графиками степенных функция вида  $y = ax^{-n}$  являются гиперболы  $n$ -го порядка (рис. 26).

При  $n = 1$  (рис. 25) функция является прямой пропорциональностью (см. раздел «Прямая пропорциональность»):  $y = ax$ .

При  $n = 2$  (рис. 25) функция является квадратной параболой (см. раздел «Квадратная парабола»):  $y = ax^2$ .

При  $n = -1$  (рис. 26) функция является обратной пропорциональностью или гиперболой (см. раздел «Обратная пропорциональность»):  $y = k/x$ .

Таким образом, эти функции есть частные случаи степенной функции.

При  $n = 0$  (рис. 25) степенная функция превращается в постоянную величину:  $y = a$ . Ее график — прямая, параллельная оси  $X$ , исключая начало координат, т. к.  $0^0$  — есть неопределенность.

При  $n = 2a$ , где  $a \in \mathbf{N}$ , т. е. для всех четных положительных показателей степени (рис. 27)  $y = x^{2a}$ .

- Область определения:  $D(f) = \mathbf{R}$ .
- Область значений:  $E(f) = [0; +\infty[$ .
- Четность (нечетность) функции: функция четная.
- Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .
- Промежутки монотонности: строго убывает на  $]-\infty; 0]$  и строго возрастает на  $[0; +\infty[$ .

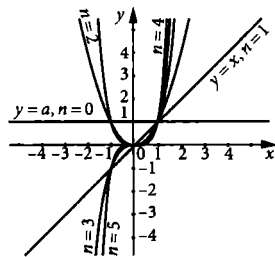


Рис. 25

6. Экстремумы: минимум функции при  $x = 0$ .

При  $n = 2a - 1$ , где  $a \in \mathbb{N}$ , т. е. для всех нечетных положительных показателей степени (рис. 28):  $y = x^{2a-1}$ .

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .
5. Промежутки монотонности: строго возрастает.

При  $n = -2a$ , где  $a \in \mathbb{N}$ , т. е. для всех четных отрицательных показателей степени (рис. 29)  $y = 1/x^{2a}$ .

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]0; +\infty[$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция четная.
4. Функция не обращается в ноль.
5. Функция асимптотически приближается к  $y = 0$ , которая является горизонтальной асимптотой при  $x \rightarrow \pm\infty$ .
6. В точке  $x = 0$  имеет разрыв второго рода, т. к.  $f(x) \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow 0+$  и  $f(x) \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow 0-$ .
7. Промежутки монотонности: строго возрастает на  $]-\infty; 0[$  и строго убывает на  $]0; +\infty[$ .

При  $n = -(2a - 1)$ , где  $a \in \mathbb{N}$ , т. е. для всех нечетных отрицательных показателей степени (рис. 30):  $y = 1/x^{2a-1}$ .

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

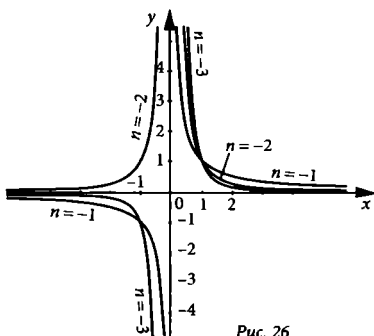


Рис. 26

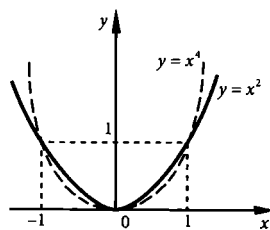


Рис. 27

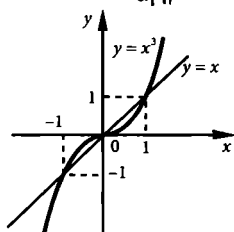


Рис. 28

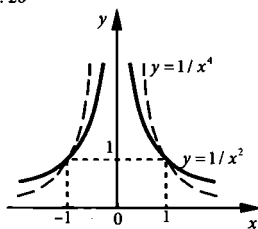


Рис. 29

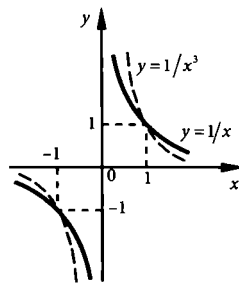


Рис. 30

3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Функция не обращается в ноль.
5. Прямая  $y = 0$  является горизонтальной асимптотой при  $x \rightarrow \pm\infty$ .
6. В точке  $x = 0$  имеет разрыв второго рода, т. к.  $f(x) \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow 0+$  и  $f(x) \rightarrow -\infty$  при  $x \rightarrow 0-$ .
7. Промежутки монотонности: строго убывает на  $]-\infty; 0[$  и  $]0; +\infty[$ .

При  $n \notin \mathbb{N}$ :  $y = x^n$ .

1. Область определения:  $D(f) = ]0; +\infty[$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]0; +\infty[$ .

При некоторых  $n$   $D(f)$  и  $E(f)$  могут быть шире.

## ЭКСПОНЕНТА

Частный случай показательной функции  $f(x) = a^x$ , где  $a = e$  (основание натуральных логарифмов  $e = 2,7182818284590452\dots$ ) (рис. 31).

Описывается уравнением вида  $y = e^x \equiv \exp(x)$ .

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]0; +\infty[$ .
3. Промежутки монотонности: функция строго возрастает.
4. Функция не обращается в ноль.
5. Горизонтальной асимптотой является прямая  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$ .

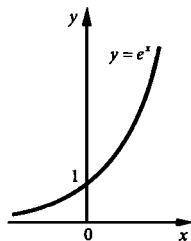


Рис. 31

## ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

Описывается уравнением вида  $y = a^x$ .

Пусть  $a$  — неотрицательное действительное число,  $x$  — рациональное число, которое можно представить в виде:  $x = m/n$  (где  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ). Тогда  $y = a^x$  определяется следующим образом: если  $x > 0$ , то  $a^x = \sqrt[n]{a^m}$ ; если  $x = 0$ , то  $a^x = 1$ , график представляет собой прямую, параллельную оси  $X$ , т. е. функция превращается в постоянную; если  $x < 0$ , то  $a^x = \frac{1}{a^{|x|}}$  (для  $a > 0$ ).

Показательная функция с произвольным положительным основанием может быть выражена через экспоненту — используя функцию натурального логарифма  $\ln x$ , можно выразить показательную функцию:  $y = e^{x \ln a}$ .

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]0; +\infty[$ .
3. Промежутки монотонности: при  $0 < a < 1$  функция строго убывает, при  $a > 1$  строго возрастает (рис. 32).
4. Функция не обращается в ноль.
5. При  $0 < a < 1$  горизонтальной асимптотой является прямая  $y = 0$  при  $x \rightarrow +\infty$ . При  $a > 1$  горизонтальной асимптотой является прямая  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$ .

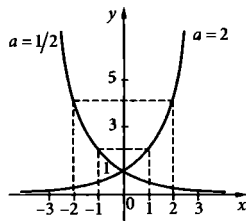


Рис. 32

## ЛОГАРИФИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Функция вида  $f(x) = \log_a x$ . Определена при  $a > 0, a \neq 1, x > 0$ .

В общем случае область определения:  $D(y) = ]0; +\infty[$ , область значений  $E(y) = ]-\infty; +\infty[$ . Функция является обратной к показательной функции. Ее график

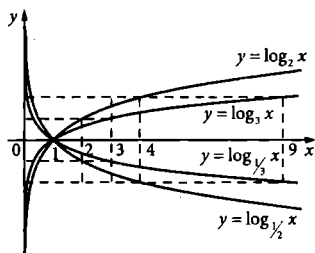


Рис. 33

может быть получен поворотом графика показательной функции вокруг биссектрисы 1-го координатного угла.

### Логарифм с основанием $a$

Описывается уравнением вида  $y = \log_a x$ , где  $a > 0, a \neq 1$  (рис. 33).

1. Область определения:  $D(f) = ]0; +\infty[$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
3. Промежутки монотонности: при  $0 < a < 1$  строго убывает, при  $a > 1$  строго возрастает.
4. Функция обращается в ноль при  $x = 1$ , т. к.  $\log_a 1 = 0$ .
5. При  $0 < a < 1$  и при  $a > 1$  вертикальной асимптотой является прямая  $x = 0$  при  $x \rightarrow 0$ .

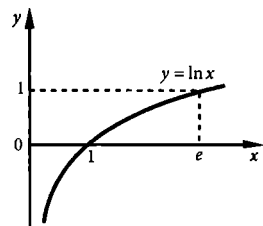


Рис. 34

### Логарифм натуральный

Описывается уравнением вида  $y = \ln x$  (рис. 34).

1. Область определения:  $D(f) = ]0; +\infty[$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
3. Промежутки монотонности: строго возрастает.
4. Функция обращается в ноль при  $x = 1$ , т. к.  $\ln 1 = 0$ .
5. Вертикальной асимптотой является прямая  $x = 0$  при  $x \rightarrow 0$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

### Синусоида

Описывается уравнением вида  $y = \sin x$  (рис. 35).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = [-1; 1]$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Периодичность: периодическая с периодом  $\omega = 2\pi$ .
5. Промежутки монотонности: на каждом из промежутков  $[-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k]$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ , строго возрастает, на  $[\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k]$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ , строго убывает.
6. Экстремумы: функция имеет локальные максимумы в точках  $(\pi/2 + 2\pi k; 1)$ , локальные минимумы в точках  $(-\pi/2 + 2\pi k; -1)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
7. Функция обращается в ноль при  $x = \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

### Косинусоида

Описывается уравнением вида  $y = \cos x$  (рис. 36).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .

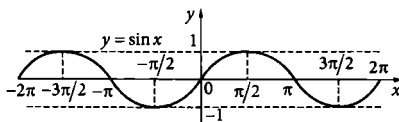


Рис. 35

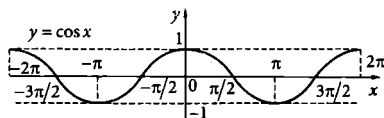


Рис. 36

- Область значений:  $E(f) = ]-1; 1[$ .
- Четность (нечетность) функции: функция четная.
- Периодичность: период  $\omega = 2\pi$ .
- Промежутки монотонности: функция убывает при  $x \in [2\pi k; \pi + 2\pi k]$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ ; возрастает при  $x \in [-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Экстремумы: функция имеет локальные максимумы в точках  $(2\pi k; 1)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ ; локальные минимумы в точках  $(\pi + 2\pi k; -1)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Функция обращается в ноль при  $x = \pi/2 + \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

### Тангенсоида

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{tg} x$  (рис. 37).

- Область определения:  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + \pi k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
- Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
- Периодичность: период  $\omega = \pi$ .
- Промежутки монотонности: функция строго возрастает на каждом из промежутков  $]-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k[$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Функция обращается в ноль при  $x = \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Прямые  $x = \pi/2 + \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ , являются вертикальными асимптотами, т. е.  

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + \pi k - 0} \operatorname{tg}(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + \pi k + 0} \operatorname{tg}(x) = +\infty.$$
- Функция терпит разрывы второго рода в точках, где она не определена. Точки разрыва при  $x = (2k-1)\pi/2$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

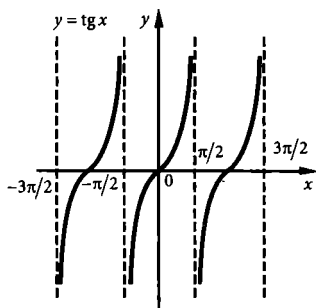


Рис. 37

### Котангенсоида

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{ctg} x$  (рис. 38).

- Область определения:  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
- Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
- Периодичность: период  $\omega = \pi$ .
- Промежутки монотонности: функция строго убывает на каждом из промежутков  $[\pi k; \pi + \pi k[$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Функция обращается в ноль при  $x = \pi/2 + \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .
- Прямые  $x = \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ , являются вертикальными асимптотами, т. е.  

$$\lim_{x \rightarrow \pi k + 0} \operatorname{ctg}(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \pi k - 0} \operatorname{ctg}(x) = -\infty.$$
- Функция терпит разрывы второго рода в точках, где она не определена. Точки разрыва при  $x = \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

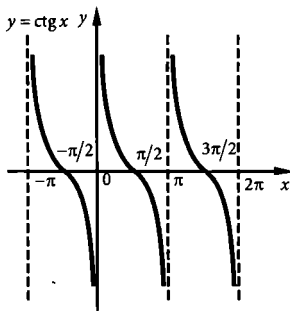


Рис. 38

## ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ (АРКФУНКЦИИ)

### Арксинус

Описывается уравнением вида  $y = \arcsin x$  (рис. 39).

1. Область определения:  $D(f) = [-1; 1]$ .
2. Область значений:  $E(f) = [-\pi/2; \pi/2]$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Промежутки монотонности: строго возрастает.
5. Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .

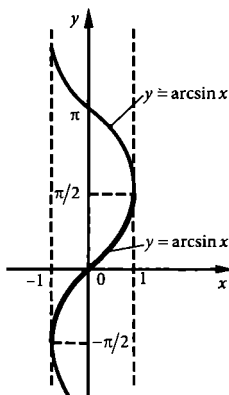


Рис. 39

### Арккосинус

Описывается уравнением вида  $y = \arccos x$  (рис. 40).

1. Область определения:  $D(f) = [-1; 1]$ .
2. Область значений:  $E(f) = [0; \pi]$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция не является ни четной, ни нечетной.
4. Промежутки монотонности: строго убывает.
5. Функция обращается в ноль при  $x = 1$ .



Рис. 40

### Арктангенс

Описывается уравнением вида  $y = \arctg x$  (рис. 41).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]-\pi/2; \pi/2[$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Промежутки монотонности: строго возрастает.
5. Горизонтальными асимптотами являются прямые  $y = -\pi/2$  при  $x \rightarrow -\infty$  и  $y = \pi/2$  при  $x \rightarrow \infty$ .
6. Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .

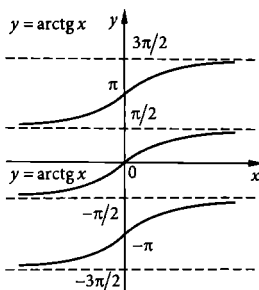


Рис. 41

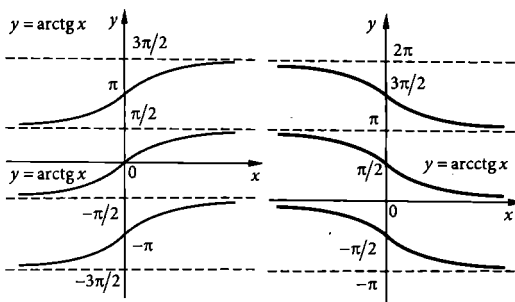


Рис. 42

## Арктангенс

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{arcsctg} x$ . (рис. 42).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ]0; \pi[$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция не является ни четной, ни нечетной.
4. Промежутки монотонности: функция строго убывает.
5. Горизонтальными асимптотами являются прямые  $y = \pi$  при  $x \rightarrow -\infty$  и  $y = 0$  при  $x \rightarrow +\infty$ .
6. Функция не обращается в ноль.

## ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

**Гиперболические функции** — семейство элементарных функций, выражающихся через экспоненту и тесно связанных с тригонометрическими функциями.

### Синус гиперболический

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  (рис. 43).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R}$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Промежутки монотонности: строго возрастает.
6. Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .

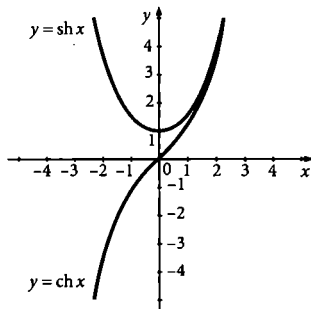


Рис. 43

### Косинус гиперболический

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  (рис. 43).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = [1; +\infty[$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция четная.
4. Промежутки монотонности: строго убывает на  $] -\infty; 0[$  и строго возрастает на  $] 0; +\infty[$ .
5. Экстремумы: точка  $(0; 1)$  является минимумом этой функции.
6. Функция не обращается в ноль.

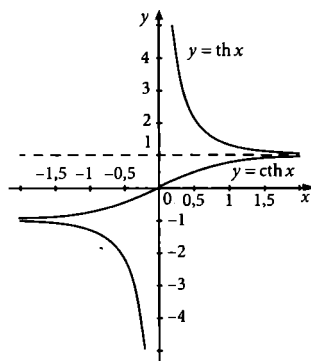


Рис. 44

### Тангенс гиперболический

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  (рис. 44).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R}$ .
2. Область значений:  $E(f) = ] -1; 1[$ .

3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Промежутки монотонности: строго возрастает.
5. Горизонтальные асимптоты:  $y = -1$  (при  $x \rightarrow -\infty$ ) и  $y = 1$  (при  $x \rightarrow +\infty$ ).
6. Функция обращается в ноль при  $x = 0$ .

### Котангенс гиперболический

Описывается уравнением вида  $y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$  (рис. 44).

1. Область определения:  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
2. Область значений:  $E(f) = \mathbb{R} \setminus ]-1; 1[$ .
3. Четность (нечетность) функции: функция нечетная.
4. Промежутки монотонности: убывает на промежутках  $]-\infty; 0[$  и  $]0; +\infty[$ .
5. Горизонтальные асимптоты:  $y = -1$  (при  $x \rightarrow -\infty$ ) и  $y = 1$  (при  $x \rightarrow +\infty$ ).  
Вертикальная асимптота:  $x = 0$  при  $x \rightarrow 0$ .
6. Функция не обращается в ноль.

### Последовательность

**Последовательность** — это частный случай функции. Последовательность представляет собой набор элементов некоторого множества, пронумерованный натуральными числами. Иными словами, это функция вида  $y = f(x)$ ,  $x$  принадлежит  $N$ , где  $N$  — множество натуральных чисел (или функция натурального аргумента), обозначается  $y = f(n)$  или  $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$

### Свойства последовательностей

Монотонные последовательности		Периодическая последовательность
Возрастающая последовательность	Убывающая последовательность	Последовательность является периодической, если существует такое натуральное число $T$ , что, начиная с некоторого $n$ , выполняется равенство $x_n = x_n + T$ . Число $T$ — это длина периода.
Последовательность $(x_n)$ возрастающая, если каждый ее член (кроме первого) больше предыдущего: $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$ $\dots < x_n < x_{n+1} < \dots$	Последовательность $(y_n)$ убывающая, если каждый ее член (кроме первого) меньше предыдущего: $y_1 > y_2 > y_3 > \dots$ $\dots > y_n > y_{n+1} > \dots$	

### АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и постоянного числа  $d$ , называют **арифметической прогрессией**. Число  $d$  называют **разностью (шагом)** арифметической прогрессии. Любой член арифметической прогрессии вычисляется по формуле  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .

### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Числовую последовательность, все члены которой отличны от нуля и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением на постоянное число  $q$ , называют **геометрической прогрессией**. Число  $q$  называют **знаме-**

нате́м геометрической прогрессии. Любой член геометрической прогрессии вычисляется по формуле  $b_n = b_1 q^{n-1}$ .

## Дифференциальное исчисление

**Дифференциальное исчисление** — раздел математического анализа, в котором изучаются понятия производной и дифференциала и способы их применения к исследованию функций.

### Основные теоремы дифференциального исчисления

Теорема Ролля	Если $f(a) = f(b) = 0$ , то имеется точка $c \in (a, b)$ максимума или минимума, в которой $f'$ обращается в нуль
Теорема Лагранжа	Существует такая точка $c \in (a, b)$ , что $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$
Формула Тейлора	На любом отрезке $(a', b') \subset (a, b)$ найдутся такие точки $c_n$ , что $f(b') = f(a') + f'(a')(b' - a') + \frac{1}{2!} f''(a')(b' - a')^2 + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a')(b' - a')^n + R_n,$ $f(b') = f(a') + f'(a')(b' - a') + \frac{1}{2!} f''(a')(b' - a')^2 + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a')(b' - a')^n + R_n,$ где $R_n = \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c_n)(b' - a')^{n+1}$
Теорема Коши	Если $g' \neq 0$ на $(a, b)$ , то существует такая точка $c \in (a, b)$ , что $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$
Правило Лопиталя	Если $f(b) = g(b) = 0$ или $f(b) = g(b) = \infty$ , и $g' \neq 0$ на $(a, b)$ , то $\lim_{x \rightarrow b-0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow b-0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

## ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ

Существует предел последовательности и предел функции.

**Предел последовательности.** Число  $A$  называется **пределом последовательности**  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , если для всякого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon$  найдется такое положительное число  $N$ , что  $|a_n - A| < \varepsilon$  при  $n > N$ :  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  либо  $a_n \rightarrow a$  для  $n \rightarrow \infty$ .

В противном случае последовательность называется расходящейся.

### Некоторые свойства пределов последовательностей

Последовательность имеет только одну границу.

Предел константы есть константа  $\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$ , где  $c$  — константа.

Если последовательности  $(a_n)$  и  $(b_n)$  сходятся, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \pm b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ;

$\lim_{n \rightarrow \infty} (c a_n) = c \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , где  $c$  — константа;  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}$ , если

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$ .

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  и  $a_n \leq b_n \forall n$ , то  $a \leq b$ .

Если  $a_n \leq c_n \leq b_n \forall n$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a$ .

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |a|$ .

**Предел функции.** Число  $A$  называется **пределом функции**  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ , если для любого сколь угодно малого  $\varepsilon > 0$  найдется такое  $\delta(\varepsilon) > 0$ , что при условии  $0 < |x - a| < \delta$  справедливо неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ . Это обозначают так:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$  или  $f(x) \rightarrow A$  при  $x \rightarrow a$ .

Для существования предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$  необходимо и достаточно, чтобы  $f(a-0) = f(a+0)$ .

### Свойства пределов функций

Функция не может иметь в одной точке двух разных пределов.

Предел константы есть константа  $\lim_{x \rightarrow a} C = C$ , где  $C$  — константа.

Если при  $x \rightarrow a$  существует предел функции  $f(x)$ ,  $g(x)$ , то

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x); \quad \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x);$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \text{если } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0.$$

### Неопределенные выражения.

#### Раскрытие неопределенных выражений

**Неопределенные выражения** в математике — выражения, предел которых не может быть найден путем непосредственного применения теорем о пределах.

В некоторых случаях вычисление пределов приводит к неопределенностям вида:  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0 \times \infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$ .

Если существует  $f(x) = \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$ , где при  $x \rightarrow a$  (или при  $x \rightarrow \pm\infty$ ) числитель и знаменатель оба стремятся к нулю или оба стремятся к бесконечности (неопределенность вида  $0/0$  или  $\infty/\infty$ ), то неопределенность может быть раскрыта по правилу Лопитала (Бернулли).

**Правило Лопитала (Бернулли):** предел отношения функций равен пределу отношения их производных при определенных условиях:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ (x \rightarrow \pm\infty)}} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ (x \rightarrow \pm\infty)}} \frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)}$$

- в некоторой окрестности точки  $x = a$ , за исключением, быть может, самой этой точки (или вне некоторой окрестности точки  $x = 0$ , если  $x \rightarrow \pm\infty$ ), функции  $\varphi(x)$ ,  $\psi(x)$  имеют конечные производные, причем  $\psi'(x) \neq 0$ ;
- отношение производных  $\varphi'(x)$ ,  $\psi'(x)$  стремится к конечному или бесконечному пределу при  $x \rightarrow a$  (или  $x \rightarrow \pm\infty$ ).

Если после применения правила Лопитала неопределенность типа  $0/0$  или  $\infty/\infty$  осталась, нужно применить его повторно. Многократное применение правила Лопитала может привести к требуемому результату.

При неопределенностях другого типа:  $\infty - \infty$ ;  $0 \times \infty$ ;  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$  нужно проделать предварительно ряд тождественных преобразований, чтобы привести их к какой-то из двух неопределенностей:  $0/0$  либо  $\infty/\infty$ , после чего применять правило Лопитала.

Если  $f(x) = \varphi(x)\psi(x)$ , причем при  $x \rightarrow a$  (или при  $x \rightarrow \infty$ ), один из множителей стремится к нулю, а другой к бесконечности (неопределенность вида  $0 \times \infty$ ),

то задача сводится к предыдущему случаю посредством преобразования произведения в частное:

$$\varphi(x)\psi(x) = \varphi(x) : \frac{1}{\psi(x)}.$$

Если  $f(x) = \varphi(x)\psi(x)$ , причем при  $x \rightarrow a$  (или при  $x \rightarrow \pm\infty$ ) обе функции стремятся к бесконечности одного и того же знака (неопределенность вида  $\infty - \infty$ ), то полагают  $u(x) = \frac{1}{\varphi(x)}$ ;  $v(x) = \frac{1}{\psi(x)}$ , после чего получается неопределенность вида  $0/0$ :

$$f(x) = \frac{v(x) - u(x)}{u(x)v(x)}.$$

Если  $f(x) = \psi(x)^{q(x)}$  при  $x \rightarrow a$  (или при  $x \rightarrow \pm\infty$ ) принимает одну из форм  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$ , то логарифмируют функцию и ищут сначала  $\lim_{x \rightarrow a} \ln f(x)$  по вышеуказанным правилам, а затем  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .

Если отношение производных не имеет предела, то отношение функции все же может иметь предел, однако его надо находить каким-либо иным способом.

Мощным средством нахождения пределов неопределенных выражений является разложение функций в ряды.

**Ряд Тейлора** — разложение функции в бесконечную сумму степенных функций.

Пусть функция  $f(x)$  имеет конечные производные  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ , ...,  $f^{(n+1)}(x)$  — бесконечно дифференцируема в некоторой окрестности точки  $a$ . Формальный ряд

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

называется рядом Тейлора функции  $f$  в точке  $a$ .

Если последний член в формуле Тейлора (остаточный член) стремится к нулю при  $k \rightarrow \infty$ , то в данной окрестности точки  $x = a$  функция  $f(x)$  может быть представлена рядом Тейлора (при  $a = 0$  этот ряд также называется **рядом Маклорена**).

## Основные разложения в ряд Тейлора

Вид разложения	Формула разложения в ряд Тейлора
Биномиальное разложение	$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + \dots,$ $x \in ]-1; 1[.$ <p>Частные случаи биномиального ряда:</p> $\frac{1}{1 \pm x} = 1 \mp x + x^2 \mp x^3 + \dots \text{ (убывающая геометрическая прогрессия);}$ $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 9}x^4 + \dots;$ $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 - \dots;$ $\sqrt[n]{(1+x)^m} = 1 + \frac{m}{n}x + \frac{m(m-n)}{n \cdot 2n}x^2 + \frac{m(m-n)(m-2n)}{n \cdot 2n \cdot 3n}x^3 + \dots;$ $\frac{1}{\sqrt[n]{(1+x)^m}} = 1 - \frac{m}{n}x + \frac{m(m+n)}{n \cdot 2n}x^2 - \frac{m(m+n)(m+2n)}{n \cdot 2n \cdot 3n}x^3 + \dots$

Разложение тригонометрических функций	$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{m-1} \frac{x^{2m-1}}{(2m-1)!} + \dots, \quad x \in \mathbb{R};$ $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots, \quad x \in \mathbb{R};$ $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{3 \cdot 5} + \frac{17x^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{62x^9}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2};$ $\arcsin x = x + \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 + \dots;$ $\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^{m-1} \frac{x^{2m-1}}{2m-1} + \dots, \quad x \in [-1; 1].$
Разложение трансцендентных функций	$a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \ln a)^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty;$ $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty;$ $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = 2,71828;$ $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad -1 < x \leq 1;$ $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \dots, \quad -1 \leq x < 1$
Разложение гиперболических функций	$\operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} x^{2n+1}, \quad x \in \mathbb{C}$ $\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} x^{2n}, \quad x \in \mathbb{C}$ $\operatorname{th}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n} 4^n (4^n - 1)}{(2n)!} x^{2n-1} \quad \text{для всех }  x  < \frac{\pi}{2}$ $\operatorname{arsh}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1} \quad \text{для всех }  x  < 1$ $\operatorname{arth}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n+1} \quad \text{для всех }  x  < 1$

### Замечательные пределы

Первый замечательный предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

$$\text{Следствия: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\frac{x^2}{2}} = 1.$$

Второй замечательный предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ .

$$\text{Следствия: } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x \ln a} = 1 \quad \text{для } a > 0, a \neq 1; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^a - 1}{\alpha x} = 1.$$

## ПРОИЗВОДНАЯ

**Производная функции в точке** — это предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Производная характеризует скорость изменения функции в данной точке.

Функцию, имеющую конечную производную в некоторой точке, называют дифференцируемой в данной точке.

Процесс вычисления производной называется **дифференцированием**. Обратный процесс — интегрирование. Функция, имеющая конечную производную в точке, непрерывна в ней. Обратное не всегда верно.

Если производная функция сама является непрерывной, то функцию  $f$  называют **непрерывно дифференцируемой**.

## ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Правило	Формула
При дифференцировании константу можно выносить за знак производной	$(cf)' = cf'$
Производная суммы равна сумме производных	$(f + g)' = f' + g'$
Производная разности равна разности производных	$(f - g)' = f' - g'$
Производная произведения функций $f$ и $g$ равна сумме произведений первой функции и производной второй функции и производной первой функции и второй функции	$(fg)' = f'g + fg'$
Правило дифференцирования частного функций	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}, \quad g \neq 0$
Правило дифференцирования степенной функции, где степень — другая функция	$(f^x)' = (e^{x \ln f})' = f^x \left( f' \frac{x}{f} + \ln f \right),$ $f > 0$

## НЕКОТОРЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ

Константа  $c' = 0$ .

Линейные:  $x' = 1$ .

Степенные:  $(x^p)' = px^{p-1}$ ;  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

Тригонометрические:  $(\sin x)' = \cos x$ ;  $(\cos x)' = -\sin x$ ;  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .

Показательные:  $(e^x)' = e^x$ ;  $(a^x)' = a^x \ln a$ .

Логарифмические:  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ;  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ .

Сложные: если  $u = u(x)$ , то:  $(u^p)' = p u^{p-1} \cdot u'$ ;  $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$ ;  $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$ ;  
 $(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ ;  $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$ ;  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ;  $(e^u)' = e^u \cdot u'$ ;  $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$ ;  $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ ;  
 $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ .

## Интегральное исчисление

**Интегральное исчисление** — это раздел математики, в котором изучаются свойства и способы вычисления интегралов и их приложения. Вместе с дифференциальным исчислением составляет одну из основных частей математического анализа (или анализа бесконечно малых).

### ПЕРВООБРАЗНАЯ

Функция  $F$  называется **первообразной** для функции  $f$  на заданном промежутке  $I$ , если:  $F'(x) = f(x) \forall x \in I$ .

Любая первообразная для функции  $f$  на промежутке  $I$  может быть записана в виде  $F(x) + C$ , где  $C$  — произвольная константа.

### Свойства первообразных

- Пусть  $F$  — первообразная функции  $f$ , а  $G$  — первообразная функции  $g$ , тогда  $F + G$  — первообразная  $f + g$ :  $F' = f$  и  $G' = g$ , тогда  $(F + G)' = F' + G' = f + g$ .
- Пусть  $F$  — первообразная функции  $f$ , а  $k$  — некоторая константа, тогда функция  $kF$  — первообразная  $kf$ :  $(kF)' = kF' = kf$ .  $(kF)' = kF' = kf$ .
- Пусть  $F(x)$  — первообразная функции  $f(x)$ , а  $k$  и  $b$  — некоторые константы, причем  $k \neq 0$ , тогда  $\frac{1}{k}F(kx + b)$  — первообразная для  $f(kx + b)$ :

$$\left( \frac{1}{k} F(kx + b) \right)' = \frac{1}{k} F'(kx + b) \cdot k = f(kx + b).$$

- Достаточным условием существования первообразной у заданной на отрезке функции  $f$  является непрерывность  $f$  на этом отрезке.
- Необходимыми условиями существования являются принадлежность функции  $f$  первому классу Бэра (класс 0 — все непрерывные функции, класс 1 — все разрывные функции, которые можно представить в виде поточечного предела последовательности функций класса 0) и выполнение для нее свойства Дарбу.
- У заданной на отрезке функции любые две первообразные отличаются на постоянную.

### НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

**Площадь криволинейной трапеции.** Пусть на отрезке  $[a; b]$  оси абсцисс задана непрерывная, знакопостоянная функция  $f$ . Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком  $[a; b]$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$  (рис. 45), называют **криволинейной трапецией**.

Если функция  $f$  — непрерывна и неотрицательна на отрезке  $[a; b]$ , а  $F$  — ее первообразная на этом отрезке, то площадь  $S$  соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке  $[a; b]$ , т. е.  $S = F(b) - F(a)$ .

**Понятие об интеграле.** Пусть  $f$  неотрицательна и непрерывна на отрезке  $[a; b]$  тогда площадь  $S$  соответствующей криволинейной трапеции можно приближенно подсчитать как сумму площадей всех прямоугольников (рис. 46):

$$S_n = \frac{b-a}{n} (f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})).$$

При  $n \rightarrow \infty$  и  $\Delta x \rightarrow 0$   $S_n \rightarrow S$  (рис. 47). Для любой непрерывной на отрезке  $[a; b]$  функции при  $n \rightarrow \infty$   $S_n \rightarrow \int_a^b f(x) dx$ ,

где  $a$  и  $b$  — соответственно нижний и верхний пределы интегрирования;  $f$  — подынтегральная функция,  $x$  — переменная интегрирования.

Таким образом, неопределенный интеграл для функции  $f(x)$  — это совокупность всех первообразных данной функции.

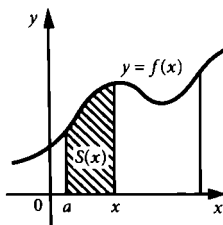


Рис. 45

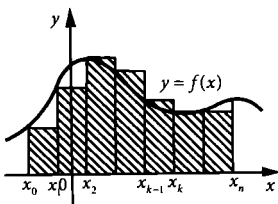


Рис. 46

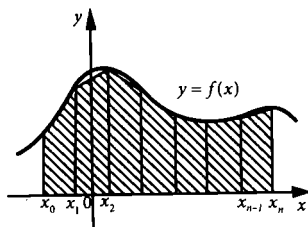


Рис. 47

Если функция  $f(x)$  определена и непрерывна на промежутке  $(a; b)$  и  $F(x)$  — ее первообразная, т. е.  $F'(x) = f(x)$  при  $a < x < b$ , то  $\int f(x) dx = F(x) + C$ ,  $a < x < b$ , где  $C$  — произвольная константа.

### Основные свойства неопределенного интеграла

$$\left( \int f(x) dx \right)' = f(x),$$

$$\int F'(x) dx = F(x) + C,$$

$$d \int f(x) dx = f(x) dx;$$

$$\int dF(x) = F(x) + C;$$

$$\text{Если } \int f(x) dx = F(x) + C, \text{ то } \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C, a \neq 0;$$

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$$

### ПОДВЕДЕНИЕ ФУНКЦИИ ПОД ЗНАК ДИФФЕРЕНЦИАЛА

$$du = d(u + C); du = \frac{1}{a} d(au); u \cdot du = \frac{1}{2} d(u^2); \cos u \cdot du = d(\sin u);$$

$$\sin u \cdot du = -d(\cos u); \frac{du}{u} = d(\ln|u|); f'(u) \cdot du = d(f(u))$$

### ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Метод введения нового аргумента	Если $\int g(x) dx = G(x) + C$ , то $\int g(u) du = G(u) + C$ , где $u = \varphi(x)$ — непрерывно дифференцируемая функция
---------------------------------	--

Метод разложения	Если $g(x) = g_1(x) + g_2(x)$ , то $\int g(x)dx = \int g_1(x)dx + \int g_2(x)dx$
Метод подстановки	Если $g(x)$ — непрерывна, то, полагая $x = \varphi(t)$ , где $\varphi(t)$ — непрерывна вместе со своей производной $\varphi'(t)$ , получим; $\int g(x)dx = \int g(\varphi(t))\varphi'(t)dt$
Метод интегрирования по частям	Если $u$ и $v$ — некоторые дифференцируемые функции от $x$ , то $\int u dv = uv - \int v du$

## ОСНОВНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ (произвольная константа не указана)

### Степенные функции

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq -1, x > 0)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| \quad (x \neq 0)$$

$$\int (ax+b)^n dx = \begin{cases} \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}, & n \neq -1 \\ \frac{1}{a} \ln|ax+b|, & n = -1 \end{cases}$$

$$\int x(ax+b)^n dx = \begin{cases} \frac{a(n+1)x-b}{a^2(n+1)(n+2)}(ax+b)^{n+1}, & n \notin \{-1, -2\} \\ \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \ln|ax+b|, & n = -1 \\ \frac{b}{a^2(ax+b)} + \frac{1}{a^2} \ln|ax+b|, & n = -2 \end{cases}$$

### Показательные функции

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 1, a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$\int e^x dx = e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\int e^{cx} dx = \frac{1}{c} e^{cx}$$

$$\int a^{cx} dx = \frac{1}{c \ln a} a^{cx} \quad \text{для } a > 0, a \neq 1$$

$$\int x e^{cx} dx = \frac{e^{cx}}{c^2} (cx - 1)$$

$$\int x^2 e^{cx} dx = e^{cx} \left( \frac{x^2}{c} - \frac{2x}{c^2} + \frac{2}{c^3} \right)$$

$$\int x^n e^{cx} dx = \frac{1}{c} x^n e^{cx} - \frac{n}{c} \int x^{n-1} e^{cx} dx$$

$$\int \frac{e^{cx}}{x} dx = \ln|x| + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(cx)^i}{i \cdot i!}$$

$$\int \frac{e^{cx} dx}{x^n} = \frac{1}{n-1} \left( -\frac{e^{cx}}{x^{n-1}} + c \int \frac{e^{cx} dx}{x^{n-1}} \right) \text{ для } n \neq 1$$

$$\int e^{cx} \ln x dx = \frac{1}{c} e^{cx} \ln|x| - \text{Ei}(cx), \text{ где Ei}(cx) \text{ — интегральная экспонента}$$

$$\int e^{cx} \sin bx dx = \frac{e^{cx}}{c^2 + b^2} (c \sin bx - b \cos bx)$$

$$\int e^{cx} \cos bx dx = \frac{e^{cx}}{c^2 + b^2} (c \cos bx + b \sin bx)$$

$$\int e^{cx} \sin^n x dx = \frac{e^{cx} \sin^{n-1} x}{c^2 + n^2} (c \sin x - n \cos x) + \frac{n(n-1)}{c^2 + n^2} \int e^{cx} \sin^{n-2} x dx$$

$$\int e^{cx} \cos^n x dx = \frac{e^{cx} \cos^{n-1} x}{c^2 + n^2} (c \cos x + n \sin x) + \frac{n(n-1)}{c^2 + n^2} \int e^{cx} \cos^{n-2} x dx$$

$$\int x e^{cx^2} dx = \frac{1}{2c} e^{cx^2}$$

$$\int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{2} \left( 1 + \text{erf} \frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right), \text{ где erf}(\dots) \text{ — функция ошибок}$$

$$\int e^{x^2} dx = e^{x^2} \left( \sum_{r=1}^n \frac{1}{2^r x^{2r-1}} \right) + \frac{2n-1}{2n} \int \frac{e^{x^2} dx}{x^{2n}}$$

### Тригонометрические функции

$$\int \sin cx dx = -\frac{1}{c} \cos cx$$

$$\int \sin^n cx dx = -\frac{\sin^{n-1} cx \cos cx}{nc} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} cx dx, \quad n > 0$$

$$\int x \sin cx dx = \frac{\sin cx}{c^2} - \frac{x \cos cx}{c}$$

$$\int x^2 \sin cx dx = \frac{2 \cos cx}{c^3} + \frac{2x \sin cx}{c^2} - \frac{x^2 \cos cx}{c}$$

$$\int x^3 \sin cx dx = -\frac{6 \sin cx}{c^4} + \frac{6x \cos cx}{c^3} + \frac{3x^2 \sin cx}{c^2} - \frac{x^3 \cos cx}{c}$$

$$\int x^4 \sin cx dx = -\frac{24 \cos cx}{c^5} - \frac{24x \sin cx}{c^4} + \frac{12x^2 \cos cx}{c^3} + \frac{4x^3 \sin cx}{c^2} - \frac{x^4 \cos cx}{c}$$

$$\int x^5 \sin cx dx = \frac{120 \sin cx}{c^6} - \frac{120x \cos cx}{c^5} - \frac{60x^2 \sin cx}{c^4} + \frac{20x^3 \cos cx}{c^3} + \frac{5x^4 \sin cx}{c^2} - \frac{x^5 \cos cx}{c}$$

$$\int x^n \sin cx dx = n! \cdot \sin cx \left[ \frac{x^{n-1}}{c^2 \cdot (n-1)!} - \frac{x^{n-3}}{c^4 \cdot (n-3)!} + \frac{x^{n-5}}{c^6 \cdot (n-5)!} - \dots \right] -$$

$$- n! \cdot \cos cx \left[ \frac{x^n}{c \cdot n!} - \frac{x^{n-2}}{c^3 \cdot (n-2)!} + \frac{x^{n-4}}{c^5 \cdot (n-4)!} - \dots \right]$$

$$\int x^n \sin cx dx = -\frac{x^n}{c} \cos cx + \frac{n}{c} \int x^{n-1} \cos cx dx, \quad n > 0$$

$$\int \frac{\sin cx}{x} dx = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{(cx)^{2i+1}}{(2i+1) \cdot (2i+1)!}$$

$$\int \frac{\sin cx}{x^n} dx = -\frac{\sin cx}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{c}{n-1} \int \frac{\cos cx}{x^{n-1}} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sin cx} = \frac{1}{c} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{cx}{2} \right|$$

$$\int \frac{dx}{\sin^n cx} = \frac{\cos cx}{c(1-n)\sin^{n-1} cx} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} cx}, \quad n > 1$$

$$\int \frac{dx}{1 \pm \sin cx} = \frac{1}{c} \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} \mp \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\int \frac{x dx}{1 + \sin cx} = \frac{x}{c} \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{2}{c^2} \ln \left| \cos \left( \frac{cx}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \frac{x dx}{1 - \sin cx} = \frac{x}{c} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{cx}{2} \right) + \frac{2}{c^2} \ln \left| \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{cx}{2} \right) \right|$$

$$\int \frac{\sin cx dx}{1 \pm \sin cx} = \pm x + \frac{1}{c} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} \mp \frac{cx}{2} \right)$$

$$\int \sin c_1 x \sin c_2 x dx = \frac{\sin(c_1 - c_2)x}{2(c_1 - c_2)} - \frac{\sin(c_1 + c_2)x}{2(c_1 + c_2)}, \quad |c_1| \neq |c_2|$$

$$\int \cos cx dx = \frac{1}{c} \sin cx$$

$$\int \cos^n cx dx = \frac{\cos^{n-1} cx \sin cx}{nc} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} cx dx, \quad n > 0$$

$$\int x \cos cx dx = \frac{\cos cx}{c^2} + \frac{x \sin cx}{c}$$

$$\int x^n \cos cx dx = \frac{x^n \sin cx}{c} - \frac{n}{c} \int x^{n-1} \sin cx dx$$

$$\int \frac{\cos cx}{x} dx = \ln |cx| + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{(cx)^{2i}}{2i \cdot (2i)!}$$

$$\int \frac{\cos cx}{x^n} dx = -\frac{\cos cx}{(n-1)x^{n-1}} - \frac{c}{n-1} \int \frac{\sin cx}{x^{n-1}} dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{\cos cx} = \frac{1}{c} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \frac{dx}{\cos^n cx} = \frac{\sin cx}{c(n-1)\cos^{n-1} cx} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} cx}, \quad n > 1$$

$$\int \frac{dx}{1 + \cos cx} = \frac{1}{c} \operatorname{tg} \frac{cx}{2}$$

$$\int \frac{dx}{1 - \cos cx} = -\frac{1}{c} \operatorname{ctg} \frac{cx}{2}$$

$$\int \frac{x dx}{1 + \cos cx} = \frac{x}{c} \operatorname{tg} \frac{cx}{2} + \frac{2}{c^2} \ln \left| \cos \frac{cx}{2} \right|$$

$$\int \frac{x dx}{1 - \cos cx} = -\frac{x}{c} \operatorname{ctg} \frac{cx}{2} + \frac{2}{c^2} \ln \left| \sin \frac{cx}{2} \right|$$

$$\int \frac{\cos cx dx}{1 + \cos cx} = x - \frac{1}{c} \operatorname{tg} \frac{cx}{2}$$

$$\int \frac{\cos cx dx}{1 - \cos cx} = -x - \frac{1}{c} \operatorname{ctg} \frac{cx}{2}$$

$$\int \cos c_1 x \cos c_2 x dx = \frac{\sin(c_1 - c_2)x}{2(c_1 - c_2)} + \frac{\sin(c_1 + c_2)x}{2(c_1 + c_2)}, \quad |c_1| \neq |c_2|$$

$$\int \operatorname{tg} cx dx = -\frac{1}{c} \ln |\cos cx|$$

$$\int \operatorname{tg}^n cx dx = \frac{1}{c(n-1)} \operatorname{tg}^{n-1} cx - \int \operatorname{tg}^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{tg} cx + 1} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2c} \ln |\sin cx + \cos cx|$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{tg} cx - 1} = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2c} \ln |\sin cx - \cos cx|$$

$$\int \frac{\operatorname{tg} cx dx}{\operatorname{tg} cx + 1} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2c} \ln |\sin cx + \cos cx|$$

$$\int \frac{\operatorname{tg} cx dx}{\operatorname{tg} cx - 1} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2c} \ln |\sin cx - \cos cx|$$

$$\int \sec cx dx = \frac{1}{c} \ln |\sec cx + \operatorname{tg} cx|$$

$$\int \sec^n cx dx = \frac{\sec^{n-1} cx \sin cx}{c(n-1)} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{\sec x + 1} = x - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \operatorname{cosec} cx dx = -\frac{1}{c} \ln |\operatorname{cosec} cx + \operatorname{ctg} cx|$$

$$\int \operatorname{cosec}^n cx dx = -\frac{\operatorname{cosec}^{n-1} cx \cos cx}{c(n-1)} + \frac{n-2}{n-1} \int \operatorname{cosec}^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \operatorname{ctg} cx dx = \frac{1}{c} \ln |\sin cx|$$

$$\int \operatorname{ctg}^n cx dx = -\frac{1}{c(n-1)} \operatorname{ctg}^{n-1} cx - \int \operatorname{ctg}^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{1 + \operatorname{ctg} cx} = \int \frac{\operatorname{tg} cx dx}{\operatorname{tg} cx + 1}$$

$$\int \frac{dx}{1 - \operatorname{ctg} cx} = \int \frac{\operatorname{tg} cx dx}{\operatorname{tg} cx - 1}$$

$$\int \frac{dx}{\cos cx \pm \sin cx} = \frac{1}{c\sqrt{2}} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} \pm \frac{\pi}{8} \right) \right|$$

$$\int \frac{dx}{(\cos cx \pm \sin cx)^2} = \frac{1}{2c} \operatorname{tg} \left( cx \mp \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\int \frac{dx}{(\cos x + \sin x)^n} = \frac{1}{n-1} \left( \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^{n-1}} - 2(n-2) \int \frac{dx}{(\cos x + \sin x)^{n-2}} \right)$$

$$\int \frac{\cos cx dx}{\cos cx + \sin cx} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2c} \ln |\sin cx + \cos cx|$$

$$\int \frac{\cos cx dx}{\cos cx - \sin cx} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2c} \ln |\sin cx - \cos cx|$$

$$\int \frac{\sin cx dx}{\cos cx + \sin cx} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2c} \ln |\sin cx + \cos cx|$$

$$\int \frac{\sin cx \, dx}{\cos cx - \sin cx} = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2c} \ln |\sin cx - \cos cx|$$

$$\int \frac{\cos cx \, dx}{\sin cx(1 + \cos cx)} = -\frac{1}{4c} \operatorname{tg}^2 \frac{cx}{2} + \frac{1}{2c} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{cx}{2} \right|$$

$$\int \frac{\cos cx \, dx}{\sin cx(1 - \cos cx)} = -\frac{1}{4c} \operatorname{ctg}^2 \frac{cx}{2} - \frac{1}{2c} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{cx}{2} \right|$$

$$\int \frac{\sin cx \, dx}{\cos cx(1 + \sin cx)} = \frac{1}{4c} \operatorname{ctg}^2 \left( \frac{cx}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2c} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \frac{\sin cx \, dx}{\cos cx(1 - \sin cx)} = \frac{1}{4c} \operatorname{tg}^2 \left( \frac{cx}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{2c} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{cx}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \sin cx \cos cx \, dx = \frac{1}{2c} \sin^2 cx$$

$$\int \sin c_1 x \cos c_2 x \, dx = -\frac{\cos(c_1 + c_2)x}{2(c_1 + c_2)} - \frac{\cos(c_1 - c_2)x}{2(c_1 - c_2)}, \quad |c_1| \neq |c_2|$$

$$\int \sin^n cx \cos cx \, dx = \frac{1}{c(n+1)} \sin^{n+1} cx, \quad n \neq -1$$

$$\int \sin cx \cos^n cx \, dx = -\frac{1}{c(n+1)} \cos^{n+1} cx, \quad n \neq -1$$

$$\int \sin^n cx \cos^m cx \, dx = -\frac{\sin^{n-1} cx \cos^{m+1} cx}{c(n+m)} + \frac{n-1}{n+m} \int \sin^{n-2} cx \cos^m cx \, dx; \quad m, n > 0$$

$$\int \sin^n cx \cos^m cx \, dx = \frac{\sin^{n+1} cx \cos^{m-1} cx}{c(n+m)} + \frac{m-1}{n+m} \int \sin^n cx \cos^{m-2} cx \, dx; \quad m, n > 0$$

$$\int \frac{dx}{\sin cx \cos cx} = \frac{1}{c} \ln \left| \operatorname{tg} cx \right|$$

$$\int \frac{dx}{\sin cx \cos^n cx} = \frac{1}{c(n-1) \cos^{n-1} cx} + \int \frac{dx}{\sin cx \cos^{n-2} cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{\sin^n cx \cos cx} = -\frac{1}{c(n-1) \sin^{n-1} cx} + \int \frac{dx}{\sin^{n-2} cx \cos cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{\sin cx \, dx}{\cos^n cx} = \frac{1}{c(n-1) \cos^{n-1} cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{\sin^2 cx \, dx}{\cos cx} = -\frac{1}{c} \sin cx + \frac{1}{c} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{cx}{2} \right) \right|$$

$$\int \frac{\sin^2 cx \, dx}{\cos^n cx} = \frac{\sin cx}{c(n-1) \cos^{n-1} cx} - \frac{1}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{\sin^n cx \, dx}{\cos cx} = -\frac{\sin^{n-1} cx}{c(n-1)} + \int \frac{\sin^{n-2} cx \, dx}{\cos cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{\sin^n cx \, dx}{\cos^m cx} = \frac{\sin^{n+1} cx}{c(m-1) \cos^{m-1} cx} - \frac{n-m+2}{m-1} \int \frac{\sin^n cx \, dx}{\cos^{m-2} cx}, \quad m \neq 1$$

$$\int \frac{\sin^n cx \, dx}{\cos^m cx} = -\frac{\sin^{n-1} cx}{c(n-m) \cos^{m-1} cx} + \frac{n-1}{n-m} \int \frac{\sin^{n-2} cx \, dx}{\cos^m cx}, \quad m \neq n$$

$$\int \frac{\sin^n cx \, dx}{\cos^m cx} = \frac{\sin^{n-1} cx}{c(m-1) \cos^{m-1} cx} - \frac{n-1}{m-1} \int \frac{\sin^{n-1} cx \, dx}{\cos^{m-2} cx}, \quad m \neq 1$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos cx \, dx}{\sin^n cx} &= -\frac{1}{c(n-1)\sin^{n-1} cx}, \quad n \neq 1 \\ \int \frac{\cos^2 cx \, dx}{\sin cx} &= \frac{1}{c} \left( \cos cx + \ln \left| \operatorname{tg} \frac{cx}{2} \right| \right) \\ \int \frac{\cos^2 cx \, dx}{\sin^n cx} &= -\frac{1}{n-1} \left( \frac{\cos cx}{c \sin^{n-1} cx} + \int \frac{dx}{\sin^{n-2} cx} \right), \quad n \neq 1 \\ \int \frac{\cos^n cx \, dx}{\sin^m cx} &= -\frac{\cos^{n+1} cx}{c(m-1)\sin^{m-1} cx} - \frac{n-m-2}{m-1} \int \frac{\cos^n cx \, dx}{\sin^{m-2} cx}, \quad m \neq 1 \\ \int \frac{\cos^n cx \, dx}{\sin^m cx} &= \frac{\cos^{n-1} cx}{c(n-m)\sin^{m-1} cx} + \frac{n-1}{n-m} \int \frac{\cos^{n-2} cx \, dx}{\sin^m cx}, \quad m \neq n \\ \int \frac{\cos^n cx \, dx}{\sin^m cx} &= -\frac{\cos^{n-1} cx}{c(m-1)\sin^{m-1} cx} - \frac{n-1}{m-1} \int \frac{\cos^{n-2} cx \, dx}{\sin^{m-2} cx}, \quad m \neq 1 \\ \int \sin cx \operatorname{tg} cx \, dx &= \frac{1}{c} (\ln |\sec cx + \operatorname{tg} cx| - \sin cx) \\ \int \frac{\operatorname{tg}^n cx \, dx}{\sin^2 cx} &= \frac{1}{c(n-1)} \operatorname{tg}^{n-1} cx, \quad n \neq 1 \\ \int \frac{\operatorname{tg}^n cx \, dx}{\cos^2 cx} &= \frac{1}{c(n+1)} \operatorname{tg}^{n+1} cx, \quad n \neq -1 \\ \int \frac{\operatorname{ctg}^n cx \, dx}{\sin^2 cx} &= \frac{1}{c(n+1)} \operatorname{ctg}^{n+1} cx, \quad n \neq -1 \\ \int \frac{\operatorname{ctg}^n cx \, dx}{\cos^2 cx} &= \frac{1}{c(1-n)} \operatorname{tg}^{1-n} cx, \quad n \neq 1 \\ \int \frac{\operatorname{tg}^m(cx) \, dx}{\operatorname{ctg}^n(cx)} &= \frac{1}{c(m+n-1)} \operatorname{tg}^{m+n-1}(cx) - \int \frac{\operatorname{tg}^{m-2}(cx)}{\operatorname{ctg}^n(cx)} dx, \quad n \neq 1 \end{aligned}$$

### Логарифмические функции

$x > 0$

$$\begin{aligned} \int \ln cx \, dx &= x \ln cx - x \\ \int (\ln x)^2 \, dx &= x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x \\ \int (\ln cx)^n \, dx &= x(\ln cx)^n - n \int (\ln cx)^{n-1} \, dx \\ \int \frac{dx}{\ln x} &= \ln |\ln x| + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\ln x)^i}{i \cdot i!} \\ \int \frac{dx}{(\ln x)^n} &= -\frac{x}{(n-1)(\ln x)^{n-1}} + \frac{1}{n-1} \int \frac{dx}{(\ln x)^{n-1}}, \quad \text{для } n \neq 1 \\ \int x^m \ln x \, dx &= x^{m+1} \left( \frac{\ln x}{m+1} - \frac{1}{(m+1)^2} \right), \quad \text{для } m \neq -1 \\ \int x^m (\ln x)^n \, dx &= \frac{x^{m+1} (\ln x)^n}{m+1} - \frac{n}{m+1} \int x^m (\ln x)^{n-1} \, dx, \quad \text{для } m \neq -1 \\ \int \frac{(\ln x)^n \, dx}{x} &= \frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1}, \quad \text{для } n \neq -1 \\ \int \frac{\ln x \, dx}{x^m} &= -\frac{\ln x}{(m-1)x^{m-1}} - \frac{1}{(m-1)^2 x^{m-1}}, \quad \text{для } m \neq 1 \end{aligned}$$

$$\int \frac{(\ln x)^n dx}{x^m} = -\frac{(\ln x)^n}{(m-1)x^{m-1}} + \frac{n}{m-1} \int \frac{(\ln x)^{n-1} dx}{x^m}, \text{ для } m \neq 1$$

$$\int \frac{x^m dx}{(\ln x)^n} = -\frac{x^{m+1}}{(n-1)(\ln x)^{n-1}} + \frac{m+1}{n-1} \int \frac{x^m dx}{(\ln x)^{n-1}}, \text{ для } n \neq 1$$

$$\int \frac{x^m dx}{\ln x} = \text{Ei}((m+1)\ln x), \text{ где Ei}(x) \text{ — интегральная экспонента}$$

$$\int \frac{dx}{x \ln x} = \ln |\ln x|$$

$$\int \frac{dx}{x^n \ln x} = \ln |\ln x| + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{(n-1)^i (\ln x)^i}{i \cdot i!}$$

$$\int \frac{dx}{x(\ln x)^n} = -\frac{1}{(n-1)(\ln x)^{n-1}}, \text{ для } n \neq 1$$

$$\int \sin(\ln x) dx = \frac{x}{2} (\sin(\ln x) - \cos(\ln x))$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{x}{2} (\sin(\ln x) + \cos(\ln x))$$

### Дробно-рациональные функции

$$\int \frac{x}{(ax+b)^n} dx = \frac{a(1-n)x-b}{a^2(n-1)(n-2)(ax+b)^{n-1}}, \quad n \notin \{1, 2\}$$

$$\int \frac{x^2}{ax+b} dx = \frac{1}{a^3} \left( \frac{(ax+b)^2}{2} - 2b(ax+b) + b^2 \ln |ax+b| \right)$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^2} dx = \frac{1}{a^3} \left( ax+b - 2b \ln |ax+b| - \frac{b^2}{ax+b} \right)$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^3} dx = \frac{1}{a^3} \left( \ln |ax+b| + \frac{2b}{ax+b} - \frac{b^2}{2(ax+b)^2} \right)$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^n} dx = \frac{1}{a^3} \left( -\frac{1}{(n-3)(ax+b)^{n-3}} + \frac{2b}{(n-2)(ax+b)^{n-2}} - \frac{b^2}{(n-1)(ax+b)^{n-1}} \right),$$

для  $n \notin \{1, 2, 3\}$

$$\int \frac{dx}{x(ax+b)} = -\frac{1}{b} \ln \left| \frac{ax+b}{x} \right|$$

$$\int \frac{dx}{x^2(ax+b)} = -\frac{1}{bx} + \frac{a}{b^2} \ln \left| \frac{ax+b}{x} \right|$$

$$\int \frac{dx}{x^2(ax+b)^2} = -a \left( \frac{1}{b^2(ax+b)} + \frac{1}{ab^2x} - \frac{2}{b^3} \ln \left| \frac{ax+b}{x} \right| \right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2x^2+b^2} = \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{ax}{b}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^2} = \frac{x}{2a^2(x^2+a^2)} + \frac{1}{2a^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^3} = \frac{x}{4a^2(x^2+a^2)^2} + \frac{3x}{8a^4(x^2+a^2)} + \frac{3}{8a^5} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{arcth} \frac{x}{a} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a-x}{a+x}, \text{ для } |x| < |a|$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{arcth} \frac{x}{a} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}, \text{ для } |x| > |a|$$

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{arctg} \frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}, \text{ для } 4ac-b^2 > 0$$

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} = \frac{2}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \operatorname{arcth} \frac{2ax + b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{1}{b^2 - 4ac} \ln \left| \frac{2ax + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ax + b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \right|,$$

для  $4ac - b^2 < 0$

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} = -\frac{2}{2ax + b}, \text{ для } 4ac - b^2 = 0$$

$$\int \frac{x}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{1}{2a} \ln |ax^2 + bx + c| - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$$

$$\int \frac{mx + n}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{m}{2a} \ln |ax^2 + bx + c| + \frac{2an - bm}{a\sqrt{4ac - b^2}} \operatorname{arctg} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}}, \text{ для } 4ac - b^2 > 0$$

$$\int \frac{mx + n}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{m}{2a} \ln |ax^2 + bx + c| - \frac{2an - bm}{a\sqrt{b^2 - 4ac}} \operatorname{arcth} \frac{2ax + b}{\sqrt{b^2 - 4ac}}, \text{ для } 4ac - b^2 < 0$$

$$\int \frac{mx + n}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{m}{2a} \ln |ax^2 + bx + c| - \frac{2an - bm}{a(2ax + b)}, \text{ для } 4ac - b^2 = 0$$

$$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^n} = \frac{2ax + b}{(n-1)(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)^{n-1}} + \frac{(2n-3)2a}{(n-1)(4ac - b^2)} \int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}}$$

$$\int \frac{x}{(ax^2 + bx + c)^n} dx = \frac{bx + 2c}{(n-1)(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)^{n-1}} - \frac{b(2n-3)}{(n-1)(4ac - b^2)} \int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}}$$

$$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)} = \frac{1}{2c} \ln \left| \frac{x^2}{ax^2 + bx + c} \right| - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$$

### Иррациональные функции

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \left( \frac{x}{a} \right) + C, \quad |x| < a \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin(x) + C, \quad |x| < 1$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln \left( x + \sqrt{a^2 + x^2} \right) + C, \quad |x| < a \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \ln \left| x + \sqrt{a^2 - x^2} \right| + C, \quad |x| > a$$

### Гиперболические функции

$$\int \operatorname{sh} cx dx = \frac{1}{c} \operatorname{ch} cx$$

$$\int \operatorname{ch} cx dx = \frac{1}{c} \operatorname{sh} cx$$

$$\int \operatorname{sh}^2 cx dx = \frac{1}{4c} \operatorname{sh} 2cx - \frac{x}{2}$$

$$\int \operatorname{ch}^2 cx dx = \frac{1}{4c} \operatorname{sh} 2cx + \frac{x}{2}$$

$$\int \operatorname{sh}^n cx dx = \frac{1}{cn} \operatorname{sh}^{n-1} cx \operatorname{ch} cx - \frac{n-1}{n} \int \operatorname{sh}^{n-2} cx dx, \quad n > 0$$

также:  $\int \operatorname{sh}^n cx dx = \frac{1}{c(n+1)} \operatorname{sh}^{n+1} cx \operatorname{ch} cx - \frac{n+2}{n+1} \int \operatorname{sh}^{n+2} cx dx, \text{ для } n < 0, n \neq -1$

$$\int \operatorname{ch}^n cx dx = \frac{1}{cn} \operatorname{sh} cx \operatorname{ch}^{n-1} cx + \frac{n-1}{n} \int \operatorname{ch}^{n-2} cx dx, \quad n > 0$$

также:  $\int \operatorname{ch}^n cx dx = -\frac{1}{c(n+1)} \operatorname{sh} cx \operatorname{ch}^{n+1} cx - \frac{n+2}{n+1} \int \operatorname{ch}^{n+2} cx dx, \text{ для } n < 0, n \neq -1$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh} cx} = \frac{1}{c} \ln \left| \operatorname{th} \frac{cx}{2} \right| = \frac{1}{c} \ln \left| \frac{\operatorname{ch} cx - 1}{\operatorname{sh} cx} \right| = \frac{1}{c} \ln \left| \frac{\operatorname{sh} cx}{\operatorname{ch} cx + 1} \right| = \frac{1}{c} \ln \left| \frac{\operatorname{ch} cx - 1}{\operatorname{ch} cx + 1} \right|$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 cx} = -\frac{1}{c} \operatorname{cth} cx$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch} cx} = \frac{2}{c} \operatorname{arctg} e^{cx}$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 cx} = \frac{1}{c} \operatorname{th} cx$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^n cx} = \frac{\operatorname{ch} cx}{c(n-1)\operatorname{sh}^{n-1} cx} - \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\operatorname{sh}^{n-2} cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^n cx} = \frac{\operatorname{sh} cx}{c(n-1)\operatorname{ch}^{n-1} cx} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^{n-2} cx}, \quad n \neq 1$$

$$\int \frac{\operatorname{ch}^n cx}{\operatorname{sh}^m cx} dx = \frac{\operatorname{ch}^{n-1} cx}{c(n-m)\operatorname{sh}^{m-1} cx} + \frac{n-1}{n-m} \int \frac{\operatorname{ch}^{n-2} cx}{\operatorname{sh}^m cx} dx, \quad m \neq n$$

$$\text{также: } \int \frac{\operatorname{ch}^n cx}{\operatorname{sh}^m cx} dx = -\frac{\operatorname{ch}^{n+1} cx}{c(m-1)\operatorname{sh}^{m-1} cx} + \frac{n-m+2}{m-1} \int \frac{\operatorname{ch}^n cx}{\operatorname{sh}^{m-2} cx} dx, \quad m \neq 1$$

$$\text{также: } \int \frac{\operatorname{ch}^n cx}{\operatorname{sh}^m cx} dx = -\frac{\operatorname{ch}^{n-1} cx}{c(m-1)\operatorname{sh}^{m-1} cx} + \frac{n-1}{m-1} \int \frac{\operatorname{ch}^{n-2} cx}{\operatorname{sh}^{m-2} cx} dx, \quad m \neq 1$$

$$\int \frac{\operatorname{sh}^m cx}{\operatorname{ch}^n cx} dx = \frac{\operatorname{sh}^{m-1} cx}{c(m-n)\operatorname{ch}^{n-1} cx} + \frac{m-1}{m-n} \int \frac{\operatorname{sh}^{m-2} cx}{\operatorname{ch}^n cx} dx, \quad m \neq n$$

$$\text{также: } \int \frac{\operatorname{sh}^m cx}{\operatorname{ch}^n cx} dx = \frac{\operatorname{sh}^{m+1} cx}{c(n-1)\operatorname{ch}^{n-1} cx} + \frac{m-n+2}{n-1} \int \frac{\operatorname{sh}^m cx}{\operatorname{ch}^{n-2} cx} dx, \quad n \neq 1$$

$$\text{также: } \int \frac{\operatorname{sh}^m cx}{\operatorname{ch}^n cx} dx = -\frac{\operatorname{sh}^{m-1} cx}{c(n-1)\operatorname{ch}^{n-1} cx} + \frac{m-1}{n-1} \int \frac{\operatorname{sh}^{m-2} cx}{\operatorname{ch}^{n-2} cx} dx, \quad n \neq 1$$

$$\int x \operatorname{sh} cx dx = \frac{1}{c} x \operatorname{ch} cx - \frac{1}{c^2} \operatorname{sh} cx$$

$$\int x \operatorname{ch} cx dx = \frac{1}{c} x \operatorname{sh} cx - \frac{1}{c^2} \operatorname{ch} cx$$

$$\int \operatorname{th} cx dx = \frac{1}{c} \ln |\operatorname{ch} cx|$$

$$\int \operatorname{cth} cx dx = \frac{1}{c} \ln |\operatorname{sh} cx|$$

$$\int \operatorname{th}^2 cx dx = x - \frac{1}{c} \operatorname{th} cx$$

$$\int \operatorname{cth}^2 cx dx = x - \frac{1}{c} \operatorname{cth} cx$$

$$\int \operatorname{th}^n cx dx = -\frac{1}{c(n-1)} \operatorname{th}^{n-1} cx + \int \operatorname{th}^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \operatorname{cth}^n cx dx = -\frac{1}{c(n-1)} \operatorname{cth}^{n-1} cx + \int \operatorname{cth}^{n-2} cx dx, \quad n \neq 1$$

$$\int \operatorname{sh} bx \operatorname{sh} cx dx = \frac{1}{b^2 - c^2} (b \operatorname{sh} cx \operatorname{ch} bx - c \operatorname{ch} cx \operatorname{sh} bx), \quad b^2 \neq c^2$$

$$\int \operatorname{ch} bx \operatorname{ch} cx dx + \frac{1}{b^2 - c^2} (b \operatorname{sh} bx \operatorname{ch} cx - c \operatorname{sh} cx \operatorname{ch} bx), \quad b^2 \neq c^2$$

$$\int \operatorname{ch} bx \operatorname{sh} cx dx = \frac{1}{b^2 - c^2} (b \operatorname{sh} bx \operatorname{sh} cx - c \operatorname{ch} bx \operatorname{ch} cx), \quad b^2 \neq c^2$$

$$\int \operatorname{sh}(ax+b) \sin(cx+d) dx = \frac{a}{a^2+c^2} \operatorname{ch}(ax+b) \sin(cx+d) - \frac{c}{a^2+c^2} \operatorname{sh}(ax+b) \cos(cx+d)$$

$$\int \operatorname{sh}(ax+b) \cos(cx+d) dx = \frac{a}{a^2+c^2} \operatorname{ch}(ax+b) \cos(cx+d) + \frac{c}{a^2+c^2} \operatorname{sh}(ax+b) \sin(cx+d)$$

$$\int \operatorname{ch}(ax+b)\sin(cx+d)dx = \frac{a}{a^2+c^2} \operatorname{sh}(ax+b)\sin(cx+d) - \frac{c}{a^2+c^2} \operatorname{ch}(ax+b)\cos(cx+d)$$

$$\int \operatorname{ch}(ax+b)\cos(cx+d)dx = \frac{a}{a^2+c^2} \operatorname{sh}(ax+b)\cos(cx+d) + \frac{c}{a^2+c^2} \operatorname{ch}(ax+b)\sin(cx+d)$$

Для дробно-рациональных и иррациональных функций  $a > 0$ , если нет специальных оговорок.

## ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Пусть действительная функция  $f(x)$  определена и ограничена на замкнутом интервале  $[a, b]$ . Этот интервал разбит на  $n$  частичных интервалов точками  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ .

В каждом из частичных интервалов задано по произвольной точке  $\xi_i$  ( $x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i$ ).

Интегральная сумма:  $\sum_{i=1}^n f(\xi_i)(x_i - x_{i-1})$ .

Если существует предел интегральной суммы при стремлении к нулю длины наибольшего частичного интервала разбиения:  $\max(x_i - x_{i-1}) \rightarrow 0$ , то функция интегрируема на отрезке  $[a, b]$ .

$$I = \lim_{\max(x_i - x_{i-1}) \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) = \int_a^b f(x)dx$$

Число  $I$  называется определенным интегралом от  $f(x)$  по интервалу  $[a, b]$ .

Для любого положительного числа  $\varepsilon$  существует такое число  $\delta > 0$ , что при любом разбиении интервала  $[a, b]$  на частичные интервалы, длины которых меньше  $\delta$ ,  $\max(x_i - x_{i-1}) < \delta$ , и при любом выборе промежуточных точек  $\xi_i$  выполняется неравенство  $\left| \sum_{i=1}^n f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) - I \right| < \varepsilon$ .

Функция  $f(x)$  — подынтегральная функция, а  $a$  и  $b$  — пределы интегрирования.

## Геометрический смысл определенного интеграла

Определенный интеграл является площадью подграфика функции, то есть площадью криволинейной трапеции (рис. 45).

Определенный интеграл  $\int_a^b f(x)dx$  численно равен площади фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = a$  и  $x = b$  и графиком функции  $f(x)$ .

**Формула Ньютона—Лейбница.** Для вычисления определенного интеграла применяется формула Ньютона—Лейбница, которая дает соотношение между двумя операциями: взятием определенного интеграла и вычислением первообразной.

Если  $F$  — первообразная для  $f$  на  $[a; b]$  то  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

Формула Ньютона—Лейбница верна для любой функции  $f$ , непрерывной на отрезке  $[a; b]$ .

## Свойства определенного интеграла

Пусть функция  $f(x)$  монотонна на отрезке  $[a; b]$ . Тогда  $f(x)$  интегрируема на  $[a; b]$ .

Если функция интегрируема на  $[a; b]$ , то она интегрируема на любом отрезке  $[x_1; x_2] \subset [a; b]$ .

Если  $f(x)$  и  $g(x)$  интегрируемы на  $[a; b]$ , то  $f(x) \times g(x)$  также интегрируема на этом отрезке.

Если  $f(x)$  — периодическая функция с периодом  $T$ , то  $\forall a$ :

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx.$$

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  интегрируемы на отрезке  $[a; b]$ , причем

$$f(x) \leq g(x) \forall x \in [a; b]. \text{ Тогда: } \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

### Оценки интегралов.

1. Пусть функция  $f(x)$  интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , причем  $m \leq f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$ , где  $(m, M = \text{const})$ . Тогда  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

$$2. \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx, \quad a < b.$$

Если функции  $f(x), g(x)$  интегрируемы по отрезку  $[a; b]$ , то по этому отрезку интегрируема их линейная комбинация  $Af(x) + Bg(x)$ ,  $(A, B = \text{const})$ :

$$\int_a^b [Af(x) + Bg(x)] dx = A \int_a^b f(x) dx + B \int_a^b g(x) dx.$$

Если  $f(x)$  интегрируема по отрезку  $[a; b]$  и  $c \in [a; b]$ , то

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Если  $f(x) = 1$ , то  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b dx = b - a$ , где  $b > a$ .

**Первая теорема о среднем.** Если  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , то существует  $c \in [a; b]$ , такая что  $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b-a)$ .

**Вторая теорема о среднем.** Если  $f(x), g(x)$  непрерывны, а  $g(x)$  не меняет знак, то  $\int_a^b f(x)g(x) dx = f(\xi) \int_a^b g(x) dx$ ,  $a \leq \xi \leq b$ .

### Формула Бонне:

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = g(a) \int_a^\xi f(x) dx + g(b) \int_\xi^b f(x) dx, \quad g(x) \text{ — монотонна.}$$

## Основные преобразования определенных интегралов

Интегрирование по частям	$\int_a^b u(x)v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b v(x)u'(x) dx$
	<p>или</p> $\int_a^b u dv = uv _a^b - \int_a^b v du, \text{ где } u, v \text{ непрерывно дифференцируемы на интервале } a < x < b$

Замена переменной	<p>Если функция <math>x = x(u)</math> непрерывно дифференцируема на интервале <math>\alpha \leq u \leq \beta</math>, а функция <math>f(x)</math> непрерывна на интервале <math>t \leq x \leq M</math>, где <math>t</math> — точная нижняя, а <math>M</math> — точная верхняя границы функции <math>x(u)</math> на интервале <math>\alpha \leq u \leq \beta</math>, то</p> $\int_{x(\alpha)}^{x(\beta)} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f[x(u)] \frac{dx}{du} du$
-------------------	--

# Тригонометрия.

## Основные термины и тождества

**Тригонометрия** — математическая дисциплина, изучающая зависимости между углами и сторонами треугольников и тригонометрические функции.

Основная задача тригонометрии состоит в решении треугольников, т. е. в вычислении неизвестных величин треугольника по данным значениям других его величин.

### Радиианное и градусное измерение углов

**Градусная мера.** Единицей измерения является градус — это поворот луча на  $1/360$  часть одного полного оборота (полный оборот луча равен  $360^\circ$ ). Один градус составляет 60 минут; одна минута — 60 секунд.

**Радиианная мера.** Радиан определяется как угловая величина дуги, длина которой равна ее радиусу. Следовательно, величина полного угла равна  $2\pi$  радиан. Таким образом, радиан есть центральный угол, у которого длина дуги и радиус равны:  $A_m B = AO$  (рис. 48).

Так как полный оборот  $360^\circ$  соответствует  $2\pi$ , то:

$$1 \text{ рад.} = 360^\circ / 2\pi \approx 57,2958^\circ \approx 57^\circ 17' 45'';$$

$$1^\circ = 2\pi / 360^\circ \approx 0,017453 \text{ рад.}$$

#### Значения некоторых углов в градусах и радианах

Градусы	$360^\circ$	$180^\circ$	$90^\circ$	$60^\circ$	$45^\circ$	$30^\circ$
Радиианы	$2\pi$	$\pi$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$

**Формула перевода радиан в градусы.** Если углу  $2\pi$  соответствует угол  $360^\circ$ , то  $\alpha^\circ = \alpha_{\text{рад}} \times 180/\pi$ , где  $\alpha^\circ$  — угол в градусах,  $\alpha_{\text{рад}}$  — угол в радианах.

Чтобы найти градусную меру любого угла по его данной радианной мере, надо умножить число радиан на  $180^\circ/\pi \approx 57,2958^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$  (относительная погрешность результата составит  $\sim 0,004\%$ , что соответствует абсолютной погрешности  $\sim 5''$  для полного оборота  $360^\circ$ ).

**Формула перевода градусов в радианы.** Если углу  $360^\circ$  соответствует угол  $2\pi$ , то  $\alpha_{\text{рад}} = \alpha^\circ \times \pi/180$ , где  $\alpha^\circ$  — угол в градусах,  $\alpha_{\text{рад}}$  — угол в радианах.

Чтобы найти радианную меру любого угла по его данной градусной мере, надо умножить число градусов на

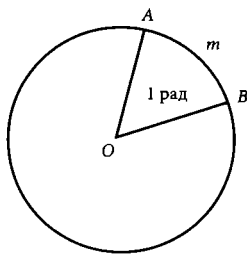


Рис. 48

$\pi/180^\circ \approx 0,017453$ , число минут — на  $\pi/(180 \times 60) \approx 0,000291$ , число секунд — на  $\pi/(180 \times 60 \times 60) \approx 0,000005$  и сложить найденные произведения.

## ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕРЕЗ СООТНОШЕНИЯ СТОРОН ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Термин	Определение	Примечание
Гипотенуза	Сторона, противолежащая прямому углу, в прямоугольном треугольнике самая длинная сторона	На рис. 49 сторона $AB$
Противолежащий катет	Катет, лежащий напротив угла	На рис. 49 катет $BC$ — противолежащий по отношению к углу $\alpha$ . Катет $AC$ противолежащий по отношению к углу $\beta$
Прилежащий катет	Катет, являющийся одной из сторон угла	На рис. 49 катет $AC$ — прилежащий по отношению к углу $\alpha$
Синус угла	Отношение противолежащего катета к гипотенузе: $\sin \alpha = a/c$	
Косинус угла	Отношение прилежащего катета к гипотенузе: $\cos \alpha = b/c$	Так как $\sin \beta = b/c$ , то синус одного острого угла в треугольнике равен косинусу второго, и наоборот
Тангенс угла	Отношение противолежащего катета к прилежащему: $\operatorname{tg} \alpha = a/b$	
Котангенс угла	Отношение прилежащего катета к противолежащему: $\operatorname{ctg} \alpha = b/a$	Котангенс одного острого угла в прямоугольном треугольнике равен тангенсу второго, и наоборот
Секанс угла	Отношение гипотенузы к прилежащему катету: $\operatorname{sech} \alpha = c/b$	
Косеканс угла	Отношение гипотенузы к противолежащему катету: $\operatorname{cosec} \alpha = c/a$	

Данные определения позволяют вычислить значения тригонометрических функций для острых углов, то есть от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  (от 0 до  $\pi/2$  радиан).

## ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕРЕЗ ЕДИНИЧНУЮ ОКРУЖНОСТЬ

Тригонометрические функции определяются геометрически. Пусть в прямоугольной системе координат задана окружность единичного радиуса (рис. 50) с центром в т.  $O(0; 0)$ .

Отложим от оси абсцисс угол  $\alpha$  (положительная величина угла соответствует повороту против часовой стрелки, отрицательная — по часовой стрелке).

Обозначим  $P_\alpha$  — точку пересечения луча с окружностью. Тогда:

- Синус угла  $\alpha$  — это ордината точки  $P_\alpha$ .
- Косинус — абсцисса точки  $P_\alpha$ .

- Тангенс — отношение синуса к косинусу.
- Котангенс — отношение косинуса к синусу (то есть величина, обратная тангенсу).
- Секанс — величина, обратная косинусу.
- Косеканс — величина, обратная синусу.

На рис. 51 показаны значения тригонометрических функций при значении аргумента  $\alpha$ .

Для острых углов определения через единичную окружность совпадают с определением через соотношение сторон прямоугольного треугольника.

Из определения следует: если косинус угла равен нулю, то тангенс и секанс этого угла не существуют. Аналогично для котангенса и косеканса: если синус угла равен нулю, то котангенс и косеканс этого угла не существуют.

Косинус и синус не могут принимать значения, по абсолютной величине превосходящие 1.

Вообще под аргументом тригонометрических функций принято понимать число, которое можно рассматривать геометрически как длину дуги или радианную меру угла.

Если аргумент тригонометрических функций рассматривают как угол, то его значение может быть выражено и в градусной мере (подробнее о тригонометрических функциях см. соответствующий раздел).

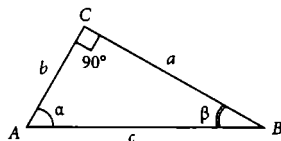


Рис. 49

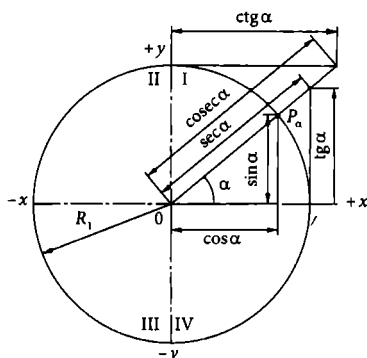


Рис. 50

### Значения тригонометрических функций для некоторых углов

$\alpha$	$0^\circ$ (0 рад)	$30^\circ$ ( $\pi/6$ )	$45^\circ$ ( $\pi/4$ )	$60^\circ$ ( $\pi/3$ )	$90^\circ$ ( $\pi/2$ )	$180^\circ$ ( $\pi$ )	$270^\circ$ ( $3\pi/2$ )
$\sin \alpha$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0	$\infty$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0	$\infty$	0
$\sec \alpha$	1	$2/\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\infty$	-1	$\infty$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\infty$	2	$\sqrt{2}$	$2/\sqrt{3}$	1	$\infty$	-1

### Знаки тригонометрических функций

Четверть	Величина угла	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
I	$0 < \alpha < \pi/2$	+	+	+	+
II	$\pi/2 < \alpha < \pi$	+	-	-	-
III	$\pi < \alpha < 3\pi/2$	-	-	+	+
IV	$3\pi/2 < \alpha < 2\pi$	-	+	-	-



## ВЫРАЖЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЧЕРЕЗ ОДНУ ИЗ НИХ ТОГО ЖЕ АРГУМЕНТА

Знак перед корнем зависит от того, в какой четверти находится угол  $\alpha$ .

Через $\sin \alpha$	$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$
Через $\cos \alpha$	$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$
Через $\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad \sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$
Через $\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}, \quad \sin \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}, \quad \cos \alpha = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \quad \text{где } \alpha, \beta \neq \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = -\frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}, \quad \text{где } \alpha, \beta \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$a \sin x \pm b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \left( x \pm \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$$a \cos x \pm b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \left( x \mp \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СУММУ

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta))$$

$$\begin{aligned}\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma &= \frac{\sin(\alpha + \beta - \gamma) + \sin(\beta + \gamma - \alpha) + \sin(\alpha - \beta + \gamma) - \sin(\alpha + \beta + \gamma)}{4} \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma &= \frac{-\cos(\alpha + \beta - \gamma) + \cos(\beta + \gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta + \gamma) - \cos(\alpha + \beta + \gamma)}{4} \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma &= \frac{\sin(\alpha + \beta - \gamma) - \sin(\beta + \gamma - \alpha) + \sin(\alpha - \beta + \gamma) - \sin(\alpha + \beta + \gamma)}{4} \\ \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma &= \frac{\cos(\alpha + \beta - \gamma) + \cos(\beta + \gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta + \gamma) + \cos(\alpha + \beta + \gamma)}{4}\end{aligned}$$

### ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ДЛЯ КРАТНЫХ УГЛОВ (ДВОЙНОГО, ТРОЙНОГО И Т. Д. АРГУМЕНТА)

Синус	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ $\sin 4\alpha = \cos \alpha (4 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha)$ $\sin 5\alpha = 16 \sin^5 \alpha - 20 \sin^3 \alpha + 5 \sin \alpha$ $\sin(n\alpha) = 2^{n-1} \prod_{k=0}^{n-1} \sin\left(\alpha + \frac{\pi k}{n}\right)$
Косинус	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$ $\cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$ $\cos 5\alpha = 16 \cos^5 \alpha - 20 \cos^3 \alpha + 5 \cos \alpha$
Тангенс	$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\operatorname{tg} 4\alpha = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha - 4 \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 6 \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\operatorname{tg} 5\alpha = \operatorname{tg} \alpha \frac{\operatorname{tg}^4 \alpha - 10 \operatorname{tg}^2 \alpha + 5}{5 \operatorname{tg}^4 \alpha - 10 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$
Котангенс	$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$ $\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}$ $\operatorname{ctg} 4\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^4 \alpha - 6 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}{4 \operatorname{ctg}^3 \alpha - 4 \operatorname{ctg} \alpha}$

### ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА

Знак зависит от того, в какой четверти находится угол  $\alpha/2$ .

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \text{ где } 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, \text{ где } -\pi \leq \alpha \leq \pi$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}, \text{ где } 0 \leq \alpha \leq \pi$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}, \text{ где } 0 < \alpha \leq \pi$$

### ВЫРАЖЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ЧЕРЕЗ ТАНГЕНС ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

### ПОНИЖЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ СИНУСА И КОСИНУСА

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} & \sin^3 \alpha &= \frac{3 \sin \alpha - \sin 3\alpha}{4} \\ \sin^4 \alpha &= \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8} & \sin^5 \alpha &= \frac{10 \sin \alpha - 5 \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{16} \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} & \cos^3 \alpha &= \frac{3 \cos \alpha + \cos 3\alpha}{4} \\ \cos^4 \alpha &= \frac{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8} \\ \cos^5 \alpha &= \frac{10 \cos \alpha + 5 \cos 3\alpha + \cos 5\alpha}{16} \\ \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha &= \frac{3 \sin 2\alpha - \sin 6\alpha}{32} & \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha &= \frac{1 - \cos 4\alpha}{8} \\ & & \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha &= \frac{3 - 4 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha}{128} \end{aligned}$$

### ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ АРГУМЕНТОВ

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}, \text{ где } \alpha, \beta \neq \pi/2 + \pi n \text{ и } \alpha + \beta \neq \pi/2 + \pi n, \alpha - \beta \neq \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}, \text{ где } \alpha, \beta \neq \pi n \text{ и } \alpha + \beta \neq \pi n, \alpha - \beta \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

### СВЯЗЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ

Гиперболические функции выражаются через тригонометрические функции от мнимого аргумента.

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} x &= -i \sin(ix), \quad \operatorname{ch} x = \cos(ix), \quad \operatorname{th} x = -i \operatorname{tg}(ix); \\ \operatorname{sh}(ix) &= i \sin x, \quad \operatorname{ch}(ix) = \cos x, \quad \operatorname{th}(ix) = i \operatorname{tg} x. \end{aligned}$$

# Основные формулы для гиперболических функций

Связь между $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$	$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$
Четность и нечетность	$\operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch} x$ ; $\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x$ $\operatorname{th}(-x) = -\operatorname{th} x$ ; $\operatorname{cth}(-x) = -\operatorname{cth} x$
Формулы суммы углов	$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y$ $\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y$ $\operatorname{th}(x \pm y) = \frac{\operatorname{th} x \pm \operatorname{th} y}{1 \pm \operatorname{th} x \operatorname{th} y}$ $\operatorname{cth}(x \pm y) = \frac{\operatorname{cth} x \operatorname{cth} y \pm 1}{\operatorname{cth} y \pm \operatorname{cth} x}$
Формулы двойных углов	$\operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{ch} x \operatorname{sh} x - \frac{2 \operatorname{th} x}{1 - \operatorname{th}^2 x}$ $\operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x = 2 \operatorname{ch}^2 x - 1 = 1 + 2 \operatorname{sh}^2 x = \frac{1 + \operatorname{th}^2 x}{1 - \operatorname{th}^2 x}$ $\operatorname{th} 2x = \frac{2 \operatorname{th} x}{1 + \operatorname{th}^2 x}$ $\operatorname{cth} 2x = \frac{1}{2}(\operatorname{th} x + \operatorname{cth} x)$ $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{\operatorname{sh} 2x} = \frac{\operatorname{sh} 2x}{1 + \operatorname{ch} 2x}$ $\operatorname{ch} 2x \pm \operatorname{sh} 2x = (\operatorname{sh} x \pm \operatorname{ch} x)^2$
Формулы кратных углов	$\operatorname{sh} 3x = 4 \operatorname{sh}^3 x + 3 \operatorname{sh} x$ $\operatorname{ch} 3x = 4 \operatorname{ch}^3 x - 3 \operatorname{ch} x$ $\operatorname{th} 3x = \operatorname{th} x \frac{3 + \operatorname{th}^2 x}{1 + 3 \operatorname{th}^2 x}$ $\operatorname{sh} 5x = 16 \operatorname{sh}^5 x + 20 \operatorname{sh}^3 x + 5 \operatorname{sh} x$ $\operatorname{ch} 5x = 16 \operatorname{ch}^5 x - 20 \operatorname{ch}^3 x + 5 \operatorname{ch} x$ $\operatorname{th} 5x = \operatorname{th} x \frac{\operatorname{th}^4 x + 10 \operatorname{th}^2 x + 5}{5 \operatorname{th}^4 x + 10 \operatorname{th}^2 x + 1}$
Произведения функций	$\operatorname{sh} x \operatorname{sh} y = \frac{\operatorname{ch}(x+y) - \operatorname{ch}(x-y)}{2}$ $\operatorname{sh} x \operatorname{ch} y = \frac{\operatorname{sh}(x+y) + \operatorname{sh}(x-y)}{2}$ $\operatorname{ch} x \operatorname{ch} y = \frac{\operatorname{ch}(x+y) + \operatorname{ch}(x-y)}{2}$ $\operatorname{th} x \operatorname{th} y = \frac{\operatorname{ch}(x+y) - \operatorname{ch}(x-y)}{\operatorname{ch}(x+y) + \operatorname{ch}(x-y)}$

Суммы функций	$\operatorname{sh} x \pm \operatorname{sh} y = 2 \operatorname{sh} \frac{x \pm y}{2} \operatorname{ch} \frac{x \mp y}{2}$ $\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{ch} \frac{x+y}{2} \operatorname{ch} \frac{x-y}{2}$ $\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{sh} \frac{x+y}{2} \operatorname{sh} \frac{x-y}{2}$ $\operatorname{th} x \pm \operatorname{th} y = \frac{\operatorname{sh}(x \pm y)}{\operatorname{ch} x \operatorname{ch} y}$
Формулы понижения степеней	$\operatorname{ch}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x + 1}{2}$ $\operatorname{sh}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}$ $\operatorname{th}^2 x = \frac{2 \operatorname{th} x}{1 + \operatorname{th}^2 x}$
Связь между $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$ и показательной функцией	$\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x = e^x$

## Элементы комбинаторики. Формула Ньютона

**Комбинаторика** — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них.

**Множество** — это совокупность объектов, рассматриваемая как целое.

Объекты, составляющие данное множество, называются его **элементами**.

Основное отношение между элементом  $x$  и содержащим его множеством  $X$  обозначается  $x \in X$ . Говорят:  $x$  есть элемент множества  $X$ , или  $x$  принадлежит  $X$ , или  $X$  содержит  $x$ .

Если  $x$  не является элементом множества  $X$ , то пишут:  $x \notin X$ . Говорят:  $x$  не входит в  $X$ ,  $X$  не содержит  $x$ .

Множество однозначно определяется его элементами и не зависит от порядка записи этих элементов. Таким образом, множество можно задать указанием всех его элементов:  $\{a, b, c\}$  — множество трех элементов.  $\{a, b, c, \dots\}$  — бесконечное множество.

**Пустое множество** — множество, не содержащее ни одного элемента. Его обозначают  $\emptyset$ , иногда символом  $0$ . Пустое множество считается подмножеством любого множества.

**Универсальное множество** (универсум) — множество, содержащее все мыслимые объекты. Обозначается  $U$ .

**Упорядоченное множество** — множество, на котором задано отношение порядка.

### СРАВНЕНИЕ МНОЖЕСТВ И ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

1. Множества  $A$  и  $B$  являются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов, т. е. если каждый элемент множества  $A$  принадлежит  $B$  и, наоборот, каждый элемент  $B$  принадлежит  $A$ :  $A = B$ .

- Если каждый элемент множества  $A$  входит во множество  $B$ , то  $A$  называется **подмножеством**  $B$ , а  $B$  называется **надмножеством**  $A$ :  $A \subseteq B$ ,  $B \supseteq A$ .  
Если  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$ , то  $A = B$ .
- Если каждый элемент множества  $A$  входит в  $B$ , но множество  $B$  содержит хотя бы один элемент, не входящий в  $A$ , т. е. если  $A \subseteq B$  и  $A \neq B$ , то  $A$  называется **собственным подмножеством**  $B$ , а  $B$  — **собственным надмножеством**  $A$ :  $A \subset B$ ,  $B \supset A$ .
- $A$  **включено** в  $B$ , если каждый элемент множества  $A$  принадлежит также и множеству  $B$ :  $A \subseteq B$ .  
Множество  $A$  **включает**  $B$ , если  $B$  включено в  $A$ :  $A \supseteq B \Leftrightarrow B \subseteq A$ .
- $A$  **строго включено** в  $B$ , если  $A$  включено в  $B$ , но не равно ему:  $A \subset B$ .  
 $A$  **строго включает**  $B$ , если  $B$  строго включено в  $A$ :  $A \supset B \Leftrightarrow B \subset A$ .
- $A$  и  $B$  **не пересекаются**, если у них нет общих элементов.
- $A$  и  $B$  **находятся в общем положении**, если существует элемент, принадлежащий исключительно множеству  $A$ , элемент, принадлежащий исключительно множеству  $B$ , а также элемент, принадлежащий обоим множествам.

## ПЕРЕСТАНОВКИ. РАЗМЕЩЕНИЯ. СОЧЕТАНИЯ

Число перестановок из $n$ элементов	$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$
Число размещений из $n$ по $m$ ( $n > m$ )	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (0! = 1, 1! = 1)$ $A_n^m = n(n-1) \cdots (n-m+1), \quad A_n^0 = 1$ $A_n^{m+1} = (n-m)A_n^m$ $A_n^n = P_n = n!, \quad A_n^{n-1} = A_n^n = n!$
Число сочетаний из $n$ по $m$ ( $n > m$ )	$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$ $C_n^m = \frac{n(n-1) \cdots (n-m+1)}{m!} = \frac{n(n-1) \cdots (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots m}$
Свойства сочетаний	$C_n^m = C_n^{n-m}, \quad 0 \leq m \leq n, \quad C_n^0 = C_n^n = 1, \quad C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$
Рекуррентная формула для числа сочетаний	$C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}, \quad 0 \leq m \leq n$

## ФОРМУЛА БИНОМА НЬЮТОНА

**Бином Ньютона** — формула для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных, имеющая вид:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + b^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^{n-i} b^i,$$

$C_n^k$  — биномиальные коэффициенты, число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ , равное количеству всех подмножеств (выборок) размера  $k$  в  $n$ -элементном множестве,

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Биномиальный коэффициент обозначается  $C_n^k$  либо  $\binom{n}{k}$ . Говорят: «биномиальный коэффициент из  $n$  по  $k$ » (или « $C$  из  $n$  по  $k$ »):

Формула бинома Ньютона может быть обобщена для произвольного числа слагаемых:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^n = \sum \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} a_1^{n_1} a_2^{n_2} \dots a_k^{n_k}, \quad n_1 + n_2 + \dots + n_k = n.$$

**Формулы сокращенного умножения многочленов** — часто встречающиеся случаи умножения многочленов, являются частным случаем бинома Ньютона.

Формулы для квадратов	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$
Формулы для кубов	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
Формулы для четвертой степени	$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$ $a^4 - b^4 = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$
Формулы для $n$ -ой степени	$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ $a^{2n} - b^{2n} = (a+b)(a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \dots - a^2b^{2n-3} + ab^{2n-2} - b^{2n-1})$ , $a^{2n} - b^{2n} = (a+b)(a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \dots - a^2b^{2n-3} + ab^{2n-2} - b^{2n-1})$ , где $n \in \mathbb{N}$ $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots - a^2b^{2n-2} + ab^{2n-1} - b^{2n})$ , $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots - a^2b^{2n-2} + ab^{2n-1} - b^{2n})$ , где $n \in \mathbb{N}$

### Некоторые свойства формул

1.  $(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$ , где  $n \in \mathbb{N}$ .
2.  $(a-b)^{2n+1} = -(b-a)^{2n+1}$ , где  $n \in \mathbb{N}$ .

## Треугольник Паскаля

Если степень бинома невысока, коэффициенты многочлена могут быть найдены с помощью так называемого треугольника Паскаля.

0	1											
1	1	1										
2	1	2	1									
3	1	3	3	1								
4	1	4	6	4	1							
5	1	5	10	10	5	1						
6	1	6	15	20	15	6	1					
7	1	7	21	35	35	21	7	1				
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1			
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	

( $n$ -я строка состоит из чисел  $C_n^0, C_n^1, \dots, C_n^n$ ).

## Свойства биномиальных коэффициентов

1. Сумма коэффициентов разложения  $(a+b)^n$  равна  $2^n$ .
2. Коэффициенты членов, равноудаленных от концов разложения, равны.
3. Сумма коэффициентов четных членов разложения равна сумме коэффициентов нечетных членов разложения; каждая из них равна  $2^{n-1}$ .

# Векторы

**Вектор (в геометрии)** — это направленный отрезок (рис. 52).

Обозначения:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{a}$ ,  $a$ .

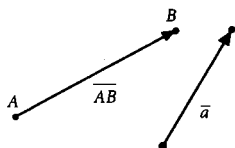


Рис. 52

**Длина вектора (модуль, абсолютная величина)** — длина отрезка:

$$|\overline{AB}|, |\overline{AB}|, |\vec{a}|, |\vec{a}|, a.$$

Вектор, начало которого совпадает с его концом, называют **нулевым**:  $\overline{AA} = \vec{0}$ .

Вектор  $\overline{BA}$  называют **противоположным** вектору  $\overline{AB}$ .

**Вектор (в линейной алгебре)** — это элемент векторного (иначе линейного) пространства.

Вектор можно представить в виде линейной комбинации других векторов.

**Базис** — это линейно независимая совокупность векторов, порождающая все пространство.

В конечномерном пространстве любой вектор пространства может быть единственным образом представлен в виде разложения:

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^n x_i \vec{e}_i,$$

где  $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n$  — это базис, а  $x_1, \dots, x_n$  — координаты вектора  $\vec{x}$  в заданном базисе.

**Единичный вектор**, или **орт** — вектор, норма (длина) которого равна единице (рис. 53).

В качестве базисных часто выбирают единичные векторы. Такие базисы называют **нормированными**. В том случае, если эти векторы также ортогональны, такой базис называется **ортонормированным базисом**.

Любой вектор  $a(a_1; a_2)$  может быть разложен как  $\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2$ .

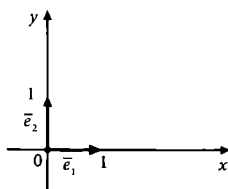


Рис. 53

## ЗАКОНЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Для любых векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  и любых чисел  $\alpha, \beta$  справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a},$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c},$$

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a},$$

$$(\alpha\beta)\vec{a} = \alpha(\beta\vec{a}), \quad \alpha\vec{a} + \beta\vec{a} = (\alpha + \beta)\vec{a},$$

$$\alpha\vec{a} + \alpha\vec{b} = \alpha(\vec{a} + \vec{b}),$$

$$0 \cdot \vec{a} = \alpha \cdot \vec{0} = \vec{0}.$$

## Координаты вектора

Пусть  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — взаимно ортогональные единичные векторы, имеющие направления координатных осей (рис. 54);

$x_1, y_1, z_1$  — координаты вектора  $\vec{a}$ ;

$x_2, y_2, z_2$  — координаты вектора  $\vec{b}$ ;

$$\vec{a} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k},$$

$$\vec{b} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k},$$

или  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ,

тогда:  $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$ ,

$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$ ,

$$\alpha \vec{a} = (\alpha x_1; \alpha y_1; \alpha z_1),$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

Если  $A(a_1; a_2; a_3)$  — начало вектора,

$B(b_1; b_2; b_3)$  — его конец, то  $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1; b_2 - a_2; b_3 - a_3)$ ,

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}.$$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой (рис. 55).

**Признак коллинеарности векторов:**  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a} = 0$ .

Коллинеарные векторы могут быть сонаправлены или противонаправлены.

- Коллинеарные векторы:  $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- Сонаправленные векторы:  $\vec{a} \uparrow \vec{b}$
- Противонаправленные векторы:  $\vec{a} \downarrow \vec{b}$

При этом два вектора считаются эквивалентными, если они:

- коллинеарны;
- равны по длине;
- сонаправлены.

Три (или больше) вектора **компланарны**, если они, будучи приведены к общему началу, лежат в одной плоскости и  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ .

## Свойства компланарности

Пусть  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  — векторы. Тогда верны следующие утверждения:

- Если хотя бы один из трех векторов — нулевой, то три вектора считаются **компланарными**.
- Тройка векторов, содержащая пару коллинеарных векторов, компланарна.
- Смешанное произведение компланарных векторов  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$  (критерий компланарности трех векторов).

Компланарные векторы — линейно зависимы (критерий компланарности), или, другими словами, существуют действительные числа  $\lambda_1, \lambda_2$  такие, что  $\vec{a} = \lambda_1 \vec{b} + \lambda_2 \vec{c}$  для компланарных  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , за исключением случаев  $\vec{b} = \vec{0}$  или  $\vec{c} = \vec{0}$ .

- В трехмерном пространстве три некомпланарных вектора  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образуют базис. То есть любой вектор  $\vec{d}$  можно представить в виде:  $\vec{d} = x_1 \vec{a} + x_2 \vec{b} + x_3 \vec{c}$ . Тогда  $\{x_1, x_2, x_3\}$  будут координатами  $\vec{d}$  в данном базисе.

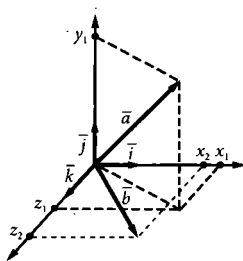


Рис. 54

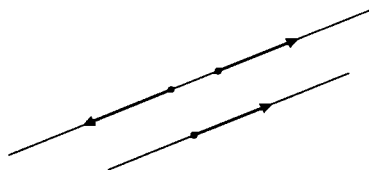


Рис. 55

Упорядоченная тройка некопланарных векторов  $a_1, a_2, a_3$  называется **правой**, если наблюдателю, находящемуся внутри телесного угла, образованного этими векторами, кратчайшие повороты от  $a_1$  к  $a_2$  и от  $a_2$  к  $a_3$  кажутся происходящими против часовой стрелки.

Если повороты происходят по часовой стрелке, то тройка — **левая**.

- **Правило правой руки:** если совместить начала всех векторов тройки в одной точке и представить, что в этой точке находится ладонь правой руки, то, совместив большой палец с первым вектором базиса, а указательный со вторым и если возможно совместить средний палец с третьим вектором, то тройка векторов — **правая**. Если нет — **левая**.

## Сумма векторов

### 1. Правило треугольника (рис. 56).

Для сложения двух векторов оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы начало одного из них совпадало с концом другого. Тогда вектор суммы задается третьей стороной образовавшегося треугольника, причем его начало совпадает с началом первого вектора, а конец с концом второго вектора:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

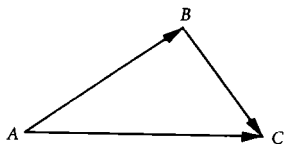


Рис. 56

### 2. Правило параллелограмма (рис. 57).

Для сложения двух векторов по правилу параллелограмма оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы их начала совпадали. Тогда вектор суммы задается диагональю построенного на них параллелограмма, исходящей из их общего начала.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$$

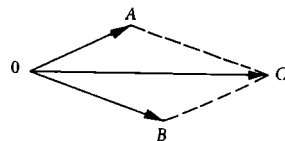


Рис. 57

Модуль (длину) вектора суммы определяют по теореме косинусов:

$$\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{OB}|^2 - 2|\overrightarrow{OA}| \times |\overrightarrow{OB}| \times \cos \alpha}, \text{ где } \alpha \text{ — угол}$$

между векторами, при условии, что начало одного совпадает с концом другого.

Также используется формула:  $\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{OB}|^2 + 2|\overrightarrow{OA}| \times |\overrightarrow{OB}| \times \cos \alpha}$ , где  $\alpha$  — угол между векторами, выходящими из одной точки.

## Скалярное произведение векторов

**Скалярное произведение** — операция над двумя векторами, результатом которой является скаляр (число), не зависящее от системы координат.

В геометрии скалярное произведение определяется через длины множителей и угол между ними (рис. 58):

$$(a, b) = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\angle(a, b))$$

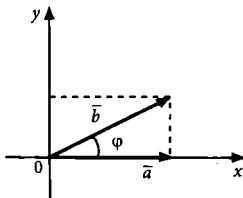


Рис. 58

### Свойства скалярного произведения

1. Коммутативность:  $(a, b) = (b, a)$
2.  $(a, a) = |a|^2$
3.  $(a, b) = 0 \Leftrightarrow a \perp b$
4. Дистрибутивность:  $(a_1 + a_2, b) = (a_1, b) + (a_2, b)$
5.  $(a, \lambda \cdot b) = \lambda \cdot (a, b) \forall \lambda \in \mathbb{R}$

## Скалярное произведение в координатах

Если  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ ,

$\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ ,

то  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ ,  $\vec{a}^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$ .

## Угол между векторами

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}, \quad \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

**Ортогональными** (перпендикулярными) называются векторы, скалярное произведение которых равно нулю.

Условие ортогональности (перпендикулярности) векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 0$$

**Умножение вектора на число.** Абсолютная величина вектора  $\lambda\vec{a}$  равна  $|\lambda||\vec{a}|$ . Направление вектора  $\lambda\vec{a}$  при  $\vec{a} \neq 0$  совпадает с направлением вектора  $\vec{a}$ , если  $\lambda > 0$  (рис. 59), и противоположно направлению вектора  $\vec{a}$ , если  $\lambda < 0$  (рис. 60).

Абсолютная величина вектора  $\lambda\vec{a}$  равна

$$|\lambda\vec{a}| = \sqrt{(\lambda a_1)^2 + (\lambda a_2)^2} = |\lambda| \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = |\lambda| |\vec{a}|$$

**Произведение вектора  $\vec{a}(a_1; a_2)$  на число  $\lambda$**  есть вектор  $(\lambda a_1; \lambda a_2)$ , т. е.  $(a_1; a_2)\lambda = (\lambda a_1; \lambda a_2)$ .

Для любого вектора  $\vec{a}$  и чисел  $\lambda, \mu$ :

$$(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}.$$

Для любых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и числа  $\lambda$ :

$$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}.$$

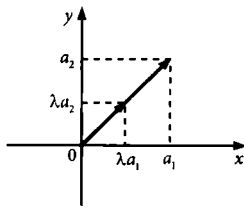


Рис. 59

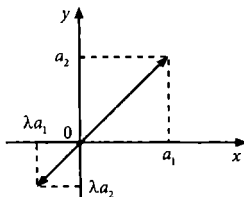


Рис. 60

## Векторное произведение векторов

**Векторное произведение** — это псевдовектор, перпендикулярный плоскости, построенной по двум сомножителям, являющийся результатом векторного умножения векторов (рис. 61).

Векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  — вектор, обозначаемый  $[\vec{a}\vec{b}]$  или  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $[\vec{a}\vec{b}] = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\varphi$ , где  $\varphi$  — угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ .

## Геометрические свойства векторного произведения

- Необходимым и достаточным условием коллинеарности двух векторов является равенство нулю их векторного произведения.
- Модуль векторного произведения  $[\vec{a}, \vec{b}]$  равен площади  $S$  параллелограмма, построенного на приведенных к общему началу векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
- Если  $\vec{e}$  — единичный вектор, ортогональный векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , а  $S$  — площадь параллелограмма, построенного на них

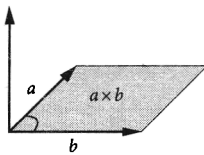


Рис. 61

(приведенных к общему началу), то для векторного произведения справедлива формула:  $[a, b] = Se$ .

### Алгебраические свойства векторного произведения

$[a, b] = -[b, a]$  — свойство антикоммутативности;

$[(\alpha a), b] = [a, (\alpha b)] = \alpha [a, b]$  — свойство ассоциативности относительно умножения на скаляр;

$[(a+b), c] = [a, c] + [b, c]$  — свойство дистрибутивности по сложению;

$[[a, b], c] + [[b, c], a] + [[c, a], b] = 0$  — тождество Якоби, выполняется в  $R^3$  и нарушается в  $R^7$

$$[a, a] = 0$$

$$[a, [b, c]] = b(a, c) - c(a, b)$$

$$|[a, b]|^2 + (a, b)^2 = |a|^2 |b|^2$$

$([a, b], c) = (a, [b, c])$  — значение этого выражения называют **смешанным произведением векторов**  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  и обозначают  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  либо  $\langle \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rangle$

### Векторное произведение в координатах

Если базис  $i, j, k$ ,  $a = \{x_1, y_1, z_1\}$ ,  $b = \{x_2, y_2, z_2\}$

$\Rightarrow [a, b] =$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} \cdot i - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} \cdot j + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \cdot k = \left\{ \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right\}$$

### Смешанное произведение векторов $(a, b, c)$

$a, b, c$  — скалярное произведение вектора на векторное произведение векторов  $b$  и  $c$ :

$$(a, b, c) = a \cdot (b \times c).$$

### Свойства смешанного произведения

Модуль смешанного произведения численно равен объему параллелепипеда, образованного векторами  $a, b, c$ .

$(a, b, c) = V_{a,b,c}$ , если  $a, b, c$  — правая тройка, или  $(a, b, c) = -V_{a,b,c}$ , если  $a, b, c$  — левая тройка, где  $V_{a,b,c}$  — объем параллелепипеда, построенного на векторах  $a, b$  и  $c$ . (Если  $a, b$  и  $c$  компланарны, то  $V_{a,b,c} = 0$ .)

Если три вектора линейно зависимы (т. е. компланарны, лежат в одной плоскости), то их смешанное произведение равно нулю.

### Смешанное произведение в координатах

$$a = \{x_1, y_1, z_1\}, b = \{x_2, y_2, z_2\}, c = \{x_3, y_3, z_3\}, \Rightarrow (a, b, c) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

# ГЕОМЕТРИЯ

## Основные понятия и современная аксиоматика

**Геометрия** — раздел математики, изучающий пространственные структуры, отношения и их обобщения.

**Евклидова геометрия** — раздел геометрии, в которой предполагается, что размеры отрезков и углов при перемещении фигур на плоскости не меняются.

Евклидова геометрия опирается на следующие основные понятия: точка, прямая, плоскость, движение и следующие отношения: «точка лежит на прямой на плоскости», «точка лежит между двумя другими».

**Планиметрия** — раздел евклидовой геометрии, исследующий фигуры на плоскости.

**Стереометрия** — раздел евклидовой геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.

Существуют другие разделы геометрии, кроме евклидовой (проективная, аффинная и неевклидовы: сферическая, геометрия Лобачевского, Риманова геометрия и т. д.).

По используемым методам выделяют также следующие инструментальные под-разделы:

- **аналитическая геометрия** — геометрия координатного метода. В ней геометрические объекты описываются алгебраическими уравнениями в декартовых (иногда аффинных) координатах и затем исследуются методами алгебры и анализа.
- **дифференциальная геометрия** — изучает линии и поверхности, задающиеся дифференцируемыми функциями с помощью дифференциальных уравнений.

### Современная аксиоматика евклидовой геометрии

Аксиомы сочетания	Через каждые две точки можно провести только одну прямую.
	На каждой прямой находится по крайней мере две точки. Существуют хотя бы три точки, не лежащие на одной прямой.
	Через каждые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести только одну плоскость.
	На каждой плоскости есть по крайней мере три точки и существуют хотя бы четыре точки, не лежащие в одной плоскости.
	Если две точки данной прямой лежат на данной плоскости, то и сама прямая лежит на этой плоскости.
	Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют еще одну общую точку (и, следовательно, общую прямую).

Аксиомы порядка	Если точка $B$ лежит между $A$ и $C$ , то все три лежат на одной прямой.
	Для любых точек $A, B$ существует такая точка $C$ , что $B$ лежит между $A$ и $C$ .
	Из трех точек прямой только одна лежит между двумя другими.
	Если прямая пересекает одну сторону треугольника, то она пересекает и другую его сторону или проходит через вершину (отрезок $AB$ определяется как множество точек, лежащих между $A$ и $B$ ; соответственно определяются стороны треугольника).
Аксиомы движения	Движение ставит в соответствие точкам точки, прямым прямые, плоскостям плоскости, сохраняя принадлежность точек прямым и плоскостям.
	Два последовательных движения дают движение, и для всякого движения есть обратное.
	Если даны точки $A, A'$ и полуплоскости $A, A'$ , ограниченные продолженными полупрямыми $a, a'$ , исходящими из точек $A, A'$ , то существует движение, и притом единственное, переводящее $A, a, A$ в $A', a', A'$ (полупрямая и полуплоскость легко определяются на основе понятий сочетания и порядка).
Аксиомы непрерывности	<b>Аксиома Архимеда:</b> всякий отрезок можно перекрыть любым отрезком, откладывая его на первом достаточное число раз (откладывание отрезка осуществляется движением).
	<b>Аксиома Кантора:</b> если дана последовательность отрезков, вложенных один в другой, то все они имеют хотя бы одну общую точку.
Аксиома параллельности Евклида	Через точку $A$ вне прямой $a$ в плоскости, проходящей через $A$ и $a$ , можно провести лишь одну прямую, не пересекающую $a$ .

## Планиметрия

Раздел евклидовой геометрии, изучающий двумерные (одноплоскостные) фигуры, то есть фигуры, которые можно расположить в пределах одной плоскости.

Фигуры, изучаемые планиметрией: точка, прямая, параллелограмм (частные случаи: квадрат, прямоугольник, ромб), трапеция, окружность, треугольник, многоугольник.

### Точка и прямая

**Точка** — абстрактный объект в пространстве, не имеющий размеров. Это одно из фундаментальных понятий геометрии.

**Прямая** — одно из основных понятий геометрии. Определяется из аксиоматики.

Методами аналитической геометрии на плоскости задается уравнением первого порядка, в пространстве — системой уравнений первого порядка.

## СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПРЯМОЙ НА ПЛОСКОСТИ

**Общее уравнение прямой на плоскости:**  $Ax + By + C = 0$  ( $A^2 + B^2 > 0$ ).

**Частные случаи:**

- 1)  $By + C = 0$  — прямая параллельна оси  $OX$ ;
- 2)  $Ax + C = 0$  — прямая параллельна оси  $OY$ ;
- 3)  $Ax + By = 0$  — прямая проходит через начало координат;
- 4)  $y = 0$  — ось  $OX$ ;
- 5)  $x = 0$  — ось  $OY$ .

**В векторном виде:**  $\vec{n} \cdot \vec{r} + C = 0$ , где  $\vec{r}$  — радиус-вектор произвольной точки  $A$  на прямой.

Вектор  $\vec{n} = (A, B)$  — нормальный вектор прямой.

**Уравнение прямой с угловым коэффициентом** (рис. 1):  $y = kx + b$ , где  $b$  — ордината точки пересечения прямой с осью  $OY$ ,  $k$  — угловым коэффициент,  $k = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  — угол наклона прямой к оси  $OX$ , ( $0 \leq \alpha < \pi$ ).

**Уравнение прямой в отрезках** (рис. 2):  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ,

где  $a$  — абсцисса точки пересечения прямой с осью  $OX$ ,  $b$  — ордината точки пересечения прямой с осью  $OY$ .

**Нормальное уравнение прямой** (рис. 2):

$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ , где  $\alpha$  — угол, образуемый нормалью к прямой и осью  $OX$ ;  $p$  — расстояние от начала координат до прямой.

**Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду**

$$\frac{Ax + By + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} = 0.$$

Здесь  $\frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$  — нормируемый множитель

прямой; знак выбирается противоположным знаку  $C$ , если  $C \neq 0$  и произвольным, если  $C = 0$ .

**Уравнение прямой, проходящей через две различные точки**  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \text{ при } x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$$

**Уравнение прямой, проходящей через заданную точку**  $(x_0, y_0)$   $\frac{y - y_0}{x - x_0} = k$ , где

$k$  — угловой коэффициент.

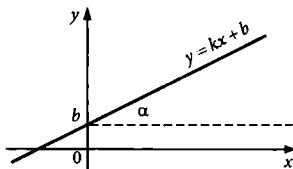


Рис. 1

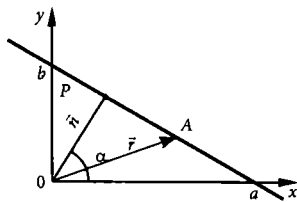


Рис. 2

## Взаимное расположение прямых и точек на плоскости

**Параллельные прямые** не пересекаются, сколько бы их не продолжали (рис. 3, прямые  $a$  и  $b$ ).

**Перпендикулярные прямые** пересекаются под прямым углом (рис. 4, прямые  $c$  и  $d$ ).

**Перпендикуляр к прямой** — это отрезок, принадлежащий прямой, перпендикулярной к данной, который имеет одним из своих концов их точку пересечения.

На рис. 5  $АН$  — перпендикуляр к прямой  $BT$ .

Конец отрезка, лежащий на данной прямой, называется **основанием перпендикуляра**. На рис. 5  $Н$  — основание перпендикуляра.

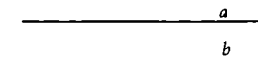


Рис. 3

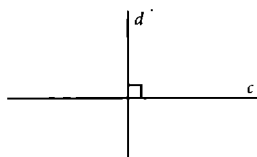


Рис. 4

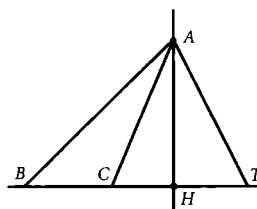


Рис. 5

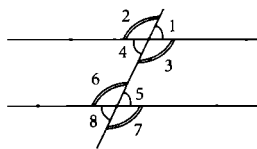


Рис. 6

**Наклонная**, проведенная из данной точки к прямой, — это отрезок, соединяющий данную точку с любой точкой прямой, не являющейся основанием перпендикуляра, опущенного из этой же точки на данную прямую. На рис. 5  $AB$ ,  $AC$ ,  $AT$  — наклонные к прямой  $BT$ .

**Расстояние между точками** — это длина отрезка, соединяющего эти точки.

Данная точка является **равноудаленной от двух и более точек**, если расстояния от данной точки до каждой из других равны.

**Расстояние от точки до прямой** — это длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

Точка называется **равноудаленной от двух и более прямых**, если расстояния от этой точки до каждой прямой равны.

### Углы, образующиеся при пересечении двух прямых секущей прямой

На рис. 6: внутренние накрестлежащие углы — 3 и 6; 4 и 5.

Внешние накрестлежащие углы — 1 и 8; 2 и 7.

Внутренние односторонние углы — 3 и 5; 4 и 6.

Внешние односторонние углы — 1 и 7; 2 и 8.

Соответственные углы — 1 и 5; 2 и 6; 3 и 7; 4 и 8.

### Взаимное расположение прямых и точек на плоскости при различном способе задания прямых

Условие параллельности прямых	
Способ задания прямых	Условие
$Ax + By + C = 0$ $Dx + Ey + F = 0$	$AE - BD = 0$
$y = mx + k$ $y = px + q$	$m = p$
Условие перпендикулярности прямых	
Способ задания прямых	Условие
$Ax + By + C = 0$ $Dx + Ey + F = 0$	$AD + BE = 0$
$y = mx + k$ $y = px + q$	$mp = -1$
Расстояние между двумя точками $(x_1, y_1)$ и $(x_2, y_2)$	
	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Расстояние от точки $(x_0, y_0)$ до прямой	
$Ax + By + C = 0$	$d = \frac{ Ax_0 + By_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
Расстояние между параллельными прямыми	
$Ax + By + C = 0$ $Dx + Ey + F = 0$	$l = \frac{ C - F }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
Угол $\alpha$ между прямыми	
Способ задания прямых	Угол
$y = mx + k$ $y = px + q$ $Ax + By + C = 0$ $Dx + Ey + F = 0$	1) $y = mx + k$ и $y = px + q$ : $\tan \alpha = \left  \frac{m - p}{1 + mp} \right $ 2) $Ax + By + C = 0$ и $Dx + Ey + F = 0$ : $\cos \alpha = \frac{ AD + BE }{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{D^2 + E^2}}$
Координаты точки пересечения	
Способ задания прямых	Координаты
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$x_0 = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ $y_0 = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$
$y = k_1x + b_1$ $y = k_2x + b_2$	$x_0 = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$ $y_0 = \frac{k_1b_2 - k_2b_1}{k_1 - k_2}$

## ТЕОРЕМЫ О ПРЯМЫХ

### Теоремы о перпендикулярах и касательных

- Из точки, не принадлежащей данной прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, причем только один.
- Из данной точки прямой можно восстановить перпендикуляр, причем только один.
- Любая точка перпендикуляра, проходящего через середину данного отрезка, равноудалена от его концов.
- Если данная точка равноудалена от концов отрезка, то она лежит на прямой, перпендикулярной данному отрезку и проходящей через его середину.

### Теоремы об углах, образованных секущими

- Внутренние накрестлежащие углы равны.
- Внешние накрестлежащие углы равны.
- Сумма внутренних односторонних углов равна  $180^\circ$ .

- Сумма внешних односторонних углов равна  $180^\circ$ .
- Соответственные углы равны.

### Признаки параллельности прямых

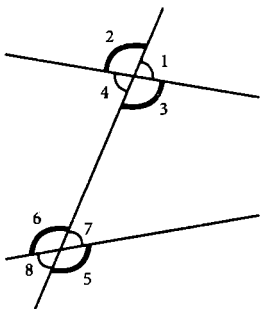


Рис. 7

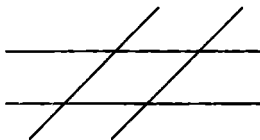


Рис. 8

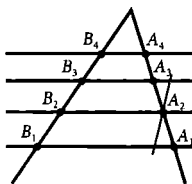


Рис. 9

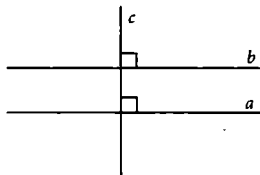


Рис. 10

Если при пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  третьей прямой  $c$  внутренние накрестлежащие углы равны (одна пара), то такие прямые  $a$  и  $b$  являются параллельными.

Если при пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  третьей прямой  $c$  внешние накрестлежащие углы равны (одна пара), то такие прямые  $a$  и  $b$  являются параллельными.

Если при пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  третьей прямой  $c$  сумма внутренних односторонних углов равна  $180^\circ$  (одна пара), то такие прямые  $a$  и  $b$  являются параллельными.

Если при пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  третьей прямой  $c$  сумма внешних односторонних углов равна  $180^\circ$  (одна пара), то такие прямые  $a$  и  $b$  являются параллельными.

Если при пересечении двух прямых  $a$  и  $b$  третьей прямой  $c$  соответственные углы равны (одна пара), то такие прямые  $a$  и  $b$  являются параллельными.

Две прямые, параллельные третьей, параллельны.

Если параллельно одной из двух параллельных прямых провести третью прямую, вторая из этих прямых либо параллельна третьей, либо совпадает с ней.

Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и вторую.

Отрезки параллельных прямых, заключенные между некой (иной) парой параллельных прямых, равны (рис. 8).

**Теорема Фалеса.** Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне (рис. 9).

Параллельные прямые, пересекая стороны угла, отсекают пропорциональные отрезки.

Две (и более) прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны (рис. 10).

Если прямая перпендикулярна одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и второй (рис. 10).

### ЛУЧ

**Луч** — множество точек прямой, лежащих по одну сторону от данной точки  $O$  (включая саму точку  $O$ ) (рис. 11).

Каждая точка  $O$  на прямой разбивает множество точек этой прямой, отличных от  $O$ , на два непустых подмножества так, что:

- точка  $O$  лежит между любыми двумя точками прямой, принадлежащими этим разным подмножествам (рис. 12);
- из любых двух точек, принадлежащих одному из этих подмножеств, одна лежит между другой точкой и  $O$ .

Каждое из этих множеств называется **открытым лучом** с началом в точке  $O$ .

$[OA)$  — луч с началом  $O$ , содержащий точку  $A$ .

Для любого расстояния  $a$  на заданном луче с началом в т.  $O$  существует единственная точка  $A$ , находящаяся на расстоянии  $a$  от точки  $O$ .

Лучами также называют бесконечные промежутки (полупрямые) числовой прямой.



Рис. 11

## Угол

**Угол** — это неограниченная геометрическая фигура, образованная двумя лучами, выходящими из общего центра (рис. 13). Угол — это часть плоскости.

**Вершина угла** — т.  $O$  — общий центр лучей  $OA$  и  $OB$ .

**Стороны угла** — лучи  $OA$  и  $OB$ .

**Биссектриса угла** — луч, проведенный из вершины угла, который проходит между его сторонами и делит его пополам.

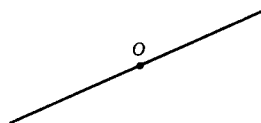


Рис. 12

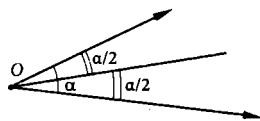


Рис. 13

## ВИДЫ УГЛОВ

**Развернутый угол** образован двумя лучами с общим центром, принадлежащими одной прямой. Величина развернутого угла  $180^\circ$  (рис. 14).

**Прямой угол** — угол величиной  $90^\circ$ .

**Острый угол** — меньше  $90^\circ$ .

**Тупой угол** — больше  $90^\circ$  и меньше  $180^\circ$ .



Рис. 14

**Смежные углы** — два угла с одной общей стороной и другими сторонами, лежащими на одной прямой.

На рис. 15 смежные: 1 и 3; 2 и 3; 2 и 4; 4 и 1.

**Вертикальные углы** — пары углов с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого.

На рис. 15 вертикальные: 1 и 2; 3 и 4.

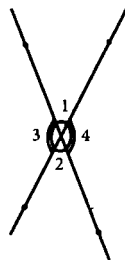


Рис. 15

## ТЕОРЕМЫ ОБ УГЛАХ

Сумма смежных углов равна  $180^\circ$  (рис. 16).

Вертикальные углы равны (рис. 17).

Все точки биссектрисы угла равноудалены от его сторон (рис. 18).

И наоборот: любая точка, равноудаленная от сторон угла, лежит на биссектрисе угла.

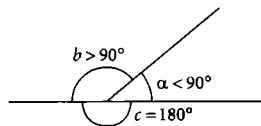


Рис. 16

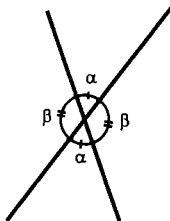


Рис. 17

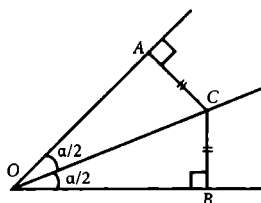


Рис. 18

## Треугольник

**Треугольник** — простейший многоугольник, имеющий три вершины (угла) и три стороны (рис. 19); часть плоскости, ограниченная тремя точками и тремя отрезками, попарно соединяющими эти точки.

Если все три точки треугольника лежат на одной прямой, он называется вырожденным.

**Для любого треугольника:**

- против большей стороны (на рис. 19 —  $AC$ ) лежит больший угол (на рис. 19 —  $\beta$ ), обратное верно;
- против равных сторон лежат равные углы;
- сумма двух сторон больше третьей стороны:

$$AC + CB > AB$$

$$AB + CB > AC$$

$$AC + AB > CB$$

- сумма расстояний от произвольной точки внутри треугольника до трех его вершин больше полупериметра, но меньше периметра треугольника.

**Сумма внутренних углов**

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi.$$

**Величина внешнего угла** (рис. 20):

$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \beta_1 = \alpha + \gamma; \gamma_1 = \alpha + \beta$$

**Периметр треугольника**

$$2p = a + b + c, \text{ где } p — \text{полупериметр.}$$

**Площадь**

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \quad (\text{рис. 21}),$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}ac\sin\beta = \frac{1}{2}bc\sin\alpha,$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{формула Герона}),$$

$$S = \frac{abc}{4R}, \quad S = pr, \quad \text{где } r — \text{радиус вписанной окружности (рис. 22).}$$

**Теорема косинусов:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos\alpha$   $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$   
 $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos\gamma$  (рис. 23)

**Теорема синусов:**  $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ , где  $R$  — радиус описанной окружности (рис. 23).

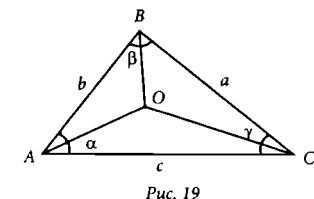


Рис. 19

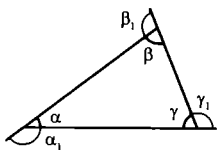


Рис. 20

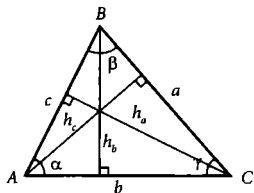


Рис. 21

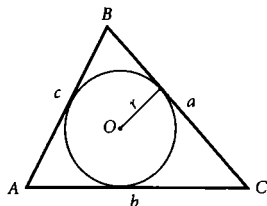


Рис. 22

**Теорема тангенсов:**

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}}$$

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\gamma}{2}} = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\gamma}{2}}$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta+\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta-\gamma}{2}} = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta-\gamma}{2}} \quad (\text{рис. 23})$$

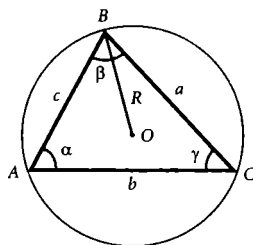


Рис. 23

### Равенство треугольников

Два треугольника называются **равными**, если при наложении друг на друга они совпадают (рис. 24).

Если  $\triangle ABC = \triangle A_1 B_1 C_1$ , то соответственные стороны равны:

$$AB = A_1 B_1; \quad BC = B_1 C_1; \quad AC = A_1 C_1$$

и соответственные углы равны:

$$\angle A = \angle A_1; \quad \angle B = \angle B_1; \quad \angle C = \angle C_1$$

**Признак 1.** Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

**Признак 2.** Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

**Признак 3.** Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

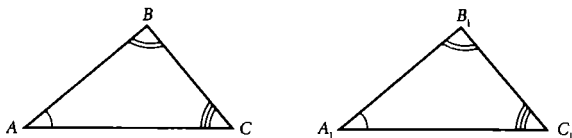


Рис. 24

### Подобие треугольников

**Подобные треугольники** — треугольники, у которых углы соответственно равны, а стороны одного пропорциональны сходственным сторонам другого (рис. 25).

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$

$$\angle A = \angle A_1$$

$$\angle B = \angle B_1$$

$$\angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$$

**Признак 1.** Два треугольника подобны, если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника.

**Признак 2.** Два треугольника подобны, если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, образованные этими сторонами в этих треугольниках, равны.

**Признак 3.** Два треугольника подобны, если три стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника.

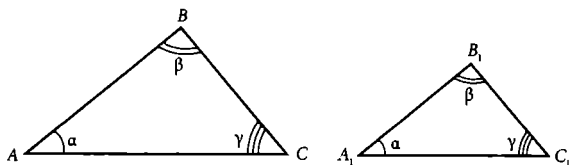


Рис. 25

## ТИПЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

### По величине углов

По величине углов треугольники делятся на остроугольные ( $\beta < 90^\circ$ , рис. 26), тупоугольные ( $\beta = 90^\circ$ , рис. 27), прямоугольные ( $\beta > 90^\circ$ , рис. 28).

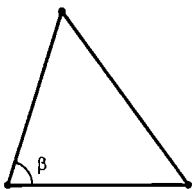


Рис. 26

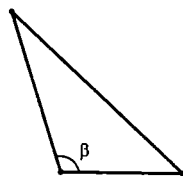


Рис. 27

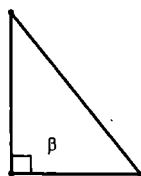


Рис. 28

### По сторонам

В зависимости от величины сторон, треугольники бывают разносторонние (рис. 29), равнобедренные (рис. 30) и равносторонние (рис. 31).

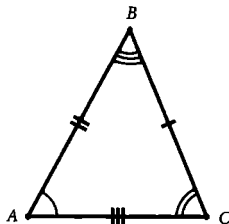


Рис. 29

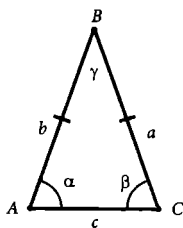


Рис. 30

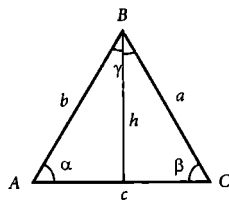


Рис. 31

**Свойства сторон и углов прямоугольного треугольника**

Гипотенуза — сторона, противоположная прямому углу (рис. 32).

Катеты — две остальные стороны.

- углы, противолежащие катетам, — острые;
- гипотенуза больше любого из катетов:  
 $c > a, c > b$ ;
- сумма катетов больше гипотенузы:  
 $a + b > c$ ;
- если  $\gamma = \pi/2$ , то  $\alpha + \beta = \pi/2$ .

**Теорема Пифагора:**

$a^2 + b^2 = c^2$ , где  $a, b$  — длины катетов;  $c$  — длина

гипотенузы.

$c^2 = c_b b$ ,  $a^2 = a_b b$ ,  $h_b^2 = a_b c_b$ ,  $m_b = \frac{b}{2}$ ,  $R = \frac{b}{2}$ ,  $r = \frac{a + c - b}{2}$ , где  $a_b, c_b$  — проекции сторон  $a$  и  $c$  на сторону  $b$ ;  $h_b$  и  $m_b$  — высота, медиана, радиус описанной и вписанной окружностей соответственно;

$$a = b \sin \alpha = b \cos \gamma,$$

$$c = b \sin \gamma = c \cos \alpha,$$

$$a = c \cdot \operatorname{tg} \alpha = c \cdot \operatorname{ctg} \gamma,$$

$$c = a \cdot \operatorname{tg} \gamma = a \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

**Прямоугольные треугольники равны, если равны:**

- катет и острый угол;
- гипотенуза и катет;
- два катета;
- гипотенуза и острый угол.

**Прямоугольные треугольники подобны, если гипотенуза и катет одного треугольника пропорциональны гипотенузе и катету другого треугольника.**

**Свойства равнобедренного треугольника:**

- в равнобедренном треугольнике (рис. 31) углы при основании равны и соответствуют:

$$\alpha = \frac{\pi - \beta}{2};$$

- если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный;
- в равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой:

$$m_c = h_c = l_c = \sqrt{a^2 - b^2/4};$$

- если в треугольнике медиана и биссектриса (или высота и биссектриса, или медиана и высота), проведенная из какой-либо вершины, совпадают, то такой треугольник равнобедренный.

**Площадь равнобедренного треугольника**

$$S = \frac{ch_c}{2} = \frac{a^2 \sin \gamma}{2}$$

**Равносторонний треугольник является частным случаем равнобедренного:**

$$m = h = l = a\sqrt{3}/2,$$

$$R = a\sqrt{3}/3, \quad r = a\sqrt{3}/6,$$

$$R = 2r, \quad S = a^2\sqrt{3}/4.$$

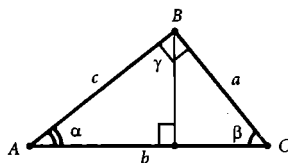


Рис. 32

## ОСОБЫЕ ЛИНИИ ТРЕУГОЛЬНИКА

### Медиана

**Медиана** треугольника — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

#### Свойства медиан

- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит их на две части в отношении 2 : 1, считая от вершины:

$$OF = \frac{1}{3} AF$$

$$OE = \frac{1}{3} CE$$

$$OH = \frac{1}{3} BH$$

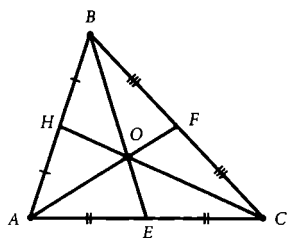


Рис. 33

- Треугольник делится тремя медианами на шесть равновеликих треугольников.
- Большей стороне треугольника соответствует меньшая медиана.

**Формула медианы треугольника через его стороны:**

$$m_c = \sqrt{\frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}},$$

где  $m_c$  — медиана к стороне  $c$ ;  $a, b, c$  — стороны треугольника

**Формула стороны треугольника через медианы:**

$$a = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}, \text{ где } m_a, m_b, m_c \text{ — медианы}$$

к соответствующим сторонам треугольника,  $a, b, c$  — стороны треугольника.

**Длина медианы, проведенной из вершины B:**

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

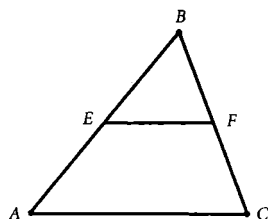


Рис. 34

### Средняя линия треугольника

**Средняя линия** треугольника — отрезок, соединяющий середины боковых сторон треугольника (рис. 34).

#### Свойства средней линии:

- Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине (рис. 34):

$$EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AC;$$

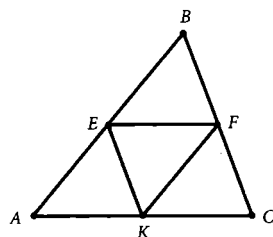


Рис. 35

- При проведении всех трех средних линий образуются четыре равных треугольника, подобных (гомотетичных) исходному с коэффициентом 1/2 (рис. 35).

- Средняя линия отсекает треугольник, который подобен данному, а его площадь равна одной четверти площади исходного треугольника:  $S_{ABC} = 4S_{DEF}$ .

### Биссектриса

**Биссектрисой** треугольника называют отрезок прямой, заключенной между вершиной и точкой ее пересечения с противоположной стороной, которая делит угол пополам (рис. 36).

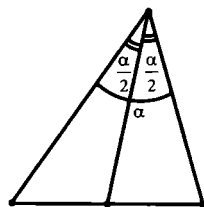


Рис. 36

#### Свойства биссектрисы

- Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону в отношении, равном отношению двух прилежащих сторон  $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$  (**теорема о биссектрисе**) (рис. 37).
- Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке  $O$  (рис. 37) — центре вписанной в этот треугольник окружности.
- Биссектрисы одного внутреннего и двух внешних углов треугольника пересекаются в одной точке. Эта точка — центр одной из трех внеписанных окружностей этого треугольника.
- Основания биссектрис двух внутренних и одного внешнего углов треугольника лежат на одной прямой, если биссектриса внешнего угла не параллельна противоположной стороне треугольника.
- Если биссектрисы внешних углов треугольника не параллельны противоположным сторонам, то их основания лежат на одной прямой.
- Если две биссектрисы равны, то треугольник — равнобедренный (**теорема Штейнера—Лемуса**).
- Построение треугольника по трем заданным биссектрисам с помощью циркуля и линейки невозможно даже при наличии трисектора.

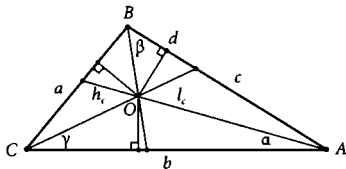


Рис. 37

**Длина биссектрисы, проведенной из вершины C:**

$$l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b} = \frac{\sqrt{4abp(p-c)}}{a+b}; \quad l_c = \sqrt{ab - a_1b_1};$$

$$l_c = \frac{2ab \cos \frac{\gamma}{2}}{a+b}; \quad l_c = \frac{h_c}{\cos \frac{\alpha - \beta}{2}},$$

где:  $l_c$  — длина биссектрисы, проведенной к стороне  $c$ ,  $a, b, c$  — стороны треугольника против вершин  $A, B, C$  соответственно,  $p$  — полупериметр треугольника,  $a_1, b_1$  — длины отрезков, на которые биссектриса  $l_c$  делит сторону  $c$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  — внутренние углы треугольника при вершинах  $A, B, C$  соответственно,  $h_c$  — высота треугольника, опущенная на сторону  $c$ .

### Высота треугольника

**Высота** треугольника — это отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины треугольника на противоположную сторону, или на ее продолжение (рис. 38, а).

**Свойства высот:**

- Высоты треугольника пересекаются в одной точке, называемой **ортоцентром**.
- ортоцентр остроугольного треугольника (точка  $O$  на рис. 38) расположен внутри треугольника, а ортоцентр тупоугольного треугольника — снаружи; ортоцентр прямоугольного треугольника совпадает с вершиной прямого угла;

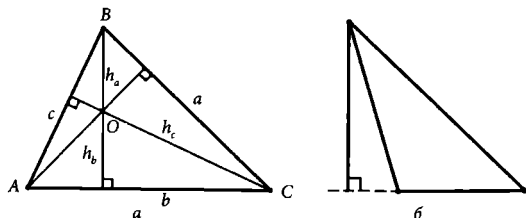


Рис. 38

- высоты треугольника находятся в следующем соотношении со сторонами:

$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c};$$

- в прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.

- В **остроугольном треугольнике** две его высоты отсекают от него подобные треугольники.
- $h_a = \frac{2S}{a}$ , где  $S$  — площадь треугольника,  $a$  — сторона треугольника, на которую опущена высота.
- высота **равнобедренного треугольника**, опущенная на основание:

$$h_c = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 - c^2}, \text{ где } c — \text{основание};$$

- $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  — высота в равностороннем треугольнике;
- высота прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, равна среднему геометрическому отрезков, на которые она разбивает гипотенузу.

Длина высоты, проведенной из вершины  $B$ :

$$h_b = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{b}.$$

**Окружность, описанная около треугольника**

Вокруг **любого треугольника** можно описать окружность, притом только одну (рис. 39). Центр описанной окружности находится в точке пересечения серединных перпендикуляров треугольника.

Центр описанной окружности **прямоугольного треугольника** находится на середине гипотенузы.

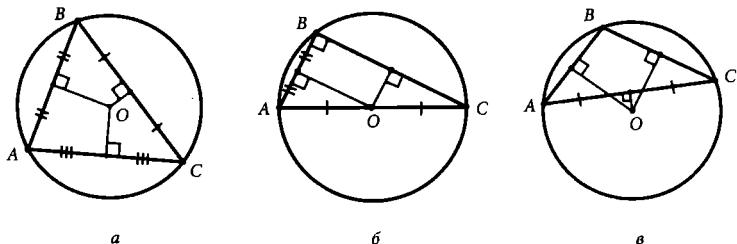


Рис. 39

Центр описанной окружности **остроугольного треугольника** находится внутри треугольника.

У **тупоугольного треугольника** — вне треугольника.

**Радиус описанной окружности:**  $R = \frac{abc}{4S}$ ;  $R = \frac{a}{2\sin \alpha}$ , где  $a, b, c$  — стороны треугольника,  $\alpha$  — угол, лежащий против стороны  $a$ ,  $S$  — площадь треугольника.

### Окружность, вписанная в треугольник

В **любой треугольник** можно вписать окружность, притом только одну (рис. 40). Центр вписанной окружности находится в точке пересечения биссектрис и называется **ицентром** ( $I$ ).

**Свойства ицентра:**

- ицентр находится на одинаковом расстоянии от всех сторон треугольника;
- ицентр делит биссектрису угла  $A$  в отношении  $\frac{b+c}{a}$ , где  $a, b, c$  — стороны треугольника.

**Радиус вписанной окружности:**

$$r = \frac{S}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

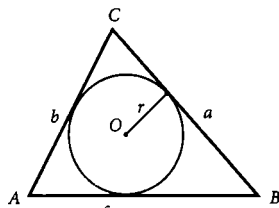


Рис. 40

### Окружность, внеписанная в треугольник

Окружность, касающаяся одной из сторон треугольника и продолжений двух других его сторон, называется **внеписанной**.

Таких окружностей, в отличие от вписанной, для любого треугольника существует три (рис. 41).

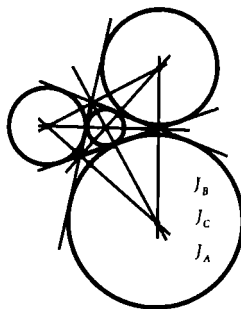


Рис. 41

## Параллелограмм

**Параллелограмм** — это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, то есть лежат на параллельных прямых (рис. 42). Частными случаями параллелограмма являются прямоугольник, квадрат и ромб.

### Признаки параллелограмма

Четырехугольник  $ABCD$  является параллелограммом, если выполняется одно из следующих условий:

1. Противоположные стороны попарно равны:  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ .
2. Противоположные углы равны:  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$ .
3. Диагонали делятся в точке их пересечения пополам:  $AO = OC$ ,  $BO = OD$ .
4. Сумма соседних углов равна  $180$  градусов:  
 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle C = 180^\circ$ ,  
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$ ,  $\angle D + \angle A = 180^\circ$ .
5. Противоположные стороны равны и параллельны:  $AB = CD$ ,  $AB \parallel CD$ .

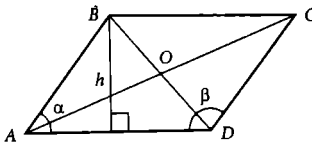


Рис. 42

6. Сумма расстояний между серединами противоположных сторон выпуклого четырехугольника равна его полупериметру.

**Свойство диагоналей:**  $AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$ .

**Площадь:**  $S = ah$ ,  $S = ab \sin \alpha$ ,  $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \angle AOB$ .

Если четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность, то  $\angle BAD + \angle BCD = \pi$ ,  $\angle ABC + \angle ADC = \pi$ .

## Ромб

**Ромб** — это параллелограмм, у которого все стороны равны (рис. 43). Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма, а также собственными свойствами.

**Свойства сторон и диагоналей:**

- противоположные стороны параллельны:  $[AB] \parallel [DC]$ ,  $[BC] \parallel [AD]$ ;
- все стороны равны  $AB = BC = CD = AD$ ;
- диагонали перпендикулярны  $[AC] \perp [BD]$ ;
- сумма квадратов диагоналей равна четырем квадратам стороны:  $AC^2 + BD^2 = 4a^2$ ;
- диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

**Периметр:**  $P = 4a$

**Площадь:**  $S = ah$ ,  $S = a^2 \sin \alpha$ ,  $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ .

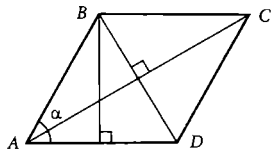


Рис. 43

## Прямоугольник

**Прямоугольник** — это параллелограмм, у которого все углы прямые (рис. 44). Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма, а также собственными свойствами.

**Свойства сторон и углов:**

- противоположные стороны равны и параллельны:  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $[AB] \parallel [CD]$ ,  $[AD] \parallel [BC]$ ;
- все углы равны  $90^\circ$ :  $\angle BAD = \angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = \pi/2$ ;
- углы между диагоналями прямоугольника определяются соотношением сторон:  $\alpha = 2 \arctg(a/b)$ ,  $\beta = 2 \arctg(b/a)$ ,  $\alpha + \beta = 180^\circ$ .

**Свойства диагоналей:**

- диагонали прямоугольника равны  $AC = BD$ ;
- диаметр описанной около прямоугольника окружности равен его диагонали.

**Периметр:**  $P = 2(a + b)$ .

**Площадь:**  $S = ab$ ,  $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $S = d^2 \sin(\alpha/2) \cos(\alpha/2)$

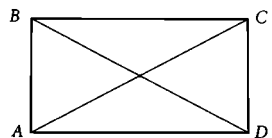


Рис. 44

**Радиус описанной окружности:**  $R = \sqrt{(a^2 + b^2)}/2$

- В прямоугольник (если он не квадрат) нельзя вписать окружность так, чтобы она касалась всех его сторон.
- Максимальный радиус окружности, которая может поместиться внутри прямоугольника, равен половине его меньшей стороны.

## Квадрат

**Квадрат** — это прямоугольник, у которого все стороны равны (рис. 45). Квадрат обладает всеми свойствами прямоугольника, а также собственными свойствами.

**Свойства сторон и углов:**

- у квадрата все стороны равны:  $AB = BC = CD = DA$ ;
- все углы равны  $90^\circ$ :  $\angle BAD = \angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = \pi/2$ .

**Свойства диагоналей:**

- длина диагонали  $d = a\sqrt{2}$ ;
- диагонали квадрата (как ромба) пересекаются под прямым углом;
- диагонали квадрата (как ромба) являются биссектрисами его углов.

**Периметр:**  $P = 4a = 8r = 2\sqrt{2} \cdot R$ .

**Площадь:**  $S = a^2 = d^2/2$ .

**Площадь квадрата:**  $S = a^2 = 4r^2 = 2R^2$ , где  $R$  — радиус описанной окружности.

**Вписанная окружность:**

- касается середины всех сторон квадрата;
- радиус  $r = a/2$ .

**Описанная окружность:**

- проходит через все его вершины;
- радиус  $R = d/2 = (\sqrt{2}/2)a$ .

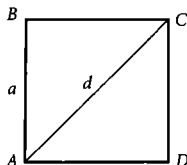


Рис. 45

## Трапеция

**Трапеция** — это четырехугольник, у которого одна пара сторон параллельна (рис. 46).

**Основания трапеции** — ее параллельные стороны. Параллельные стороны не могут быть равны (иначе это параллелограмм).

**Боковые стороны** — непараллельные стороны трапеции.

**Свойства сторон:**  $[AD] \parallel [BC]$ ,  $[AB] \nparallel [CD]$

**Свойства диагоналей:**

- диагонали делят трапецию на четыре части (рис. 47), две из которых, прилежащие к боковым сторонам, равновелики (имеют одинаковые площади);
- середины оснований и точка пересечения диагоналей лежат на одной прямой.

**Свойство средней линии:** средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме (рис. 46):  $[EF] \parallel [AD]$ ,  $EF = (a+b)/2$ .

**Площадь:**  $S = (a+b)h/2$ ,  $S = EF \cdot h$ .

**Остроугольной** называется трапеция, у которой углы, прилежащие к большему основанию, острые (рис. 48, а).

**Тупоугольной** называется трапеция, у которой один из углов, прилежащих к большему основанию, тупой (рис. 48, б).

**Прямоугольной** называется трапеция, у которой одна боковая сторона перпендикулярна основаниям (рис. 48, в).

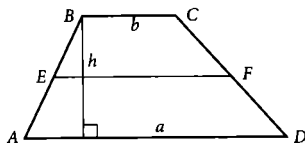


Рис. 46

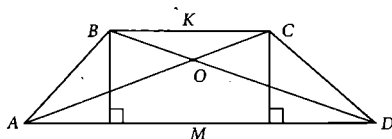


Рис. 47

**Равнобедренной** называется трапеция, у которой боковые стороны равны (рис. 48, з).

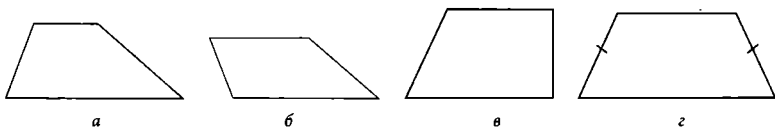


Рис. 48

### Свойства равнобедренной трапеции

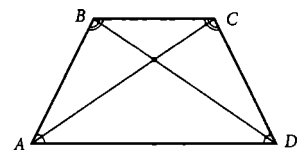


Рис. 49

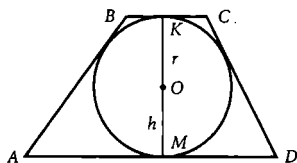


Рис. 50

- Углы, прилежащие к каждому из оснований равнобедренной трапеции, равны (рис. 49).
- Диагонали равнобокой трапеции равны.
- Если продолжить стороны равнобокой трапеции до их пересечения, то вместе с большим основанием трапеции они образуют равнобедренный треугольник.
- Диагонали равнобедренной трапеции точкой пересечения делятся на соответственно равные отрезки.
- Если трапецию можно вписать в окружность, то она равнобокая.
- Радиус вписанной в трапецию окружности равен половине высоты основания (рис. 50):  $r = KM/2$  или  $r = h/2$ .

### Многоугольники

**Выпуклый многоугольник** — многоугольник, у которого все его точки лежат по одну сторону от любой прямой, проходящей через две его соседние вершины (рис. 51).

**Правильный многоугольник** — это выпуклый многоугольник, у которого равны все стороны и все углы (рис. 52 — правильный восьмиугольник).

При помощи циркуля и линейки можно построить правильный многоугольник, когда число его сторон имеет вид:  $m = 2^n \times p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k$ , где  $p_1, p_2, \dots, p_k$  — простые числа вида  $p = 2^{2^s} + 1$  ( $s$  — целое положительное число).

Построение возможно при  $m = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 32, 34, \dots$  и невозможно при  $m = 7, 9, 11, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, \dots$

Известны многоугольники для  $p: 3, 5, 17, 257, 65537$ .

Многоугольник **вписан в круг**, если его вершины расположены на окружности (рис. 53).

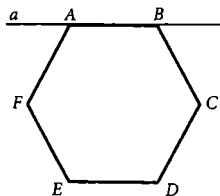


Рис. 51

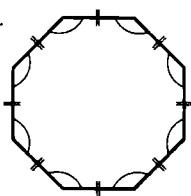


Рис. 52

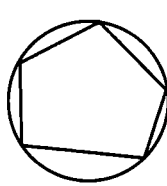


Рис. 53

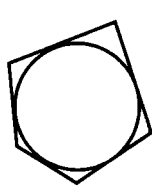


Рис. 54

Многоугольник **описан около круга**, если его стороны являются касательными к окружности (рис. 54).

### Правила для вписанных и описанных многоугольников

Для **треугольника** всегда существует и вписанная, и описанная окружность.

Для **четырёхугольника** окружность можно вписать только в том случае, если суммы его противоположных сторон равны. Из всех параллелограммов только в ромб и квадрат можно вписать окружность. Ее центр лежит на пересечении диагоналей.

Вокруг **четырёхугольника** окружность можно описать только в том случае, если сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ . Из всех параллелограммов только около прямоугольника и квадрата можно описать окружность. Ее центр лежит на пересечении диагоналей.

Вокруг **трапеции** возможно описать окружность или в трапецию можно вписать окружность, если трапеция равнобедренная.

**Формула вершин многоугольника в прямоугольных координатах.** Пусть  $x_0$  и  $y_0$  — координаты центра, а  $R$  — радиус описанной вокруг правильного многоугольника окружности,  $\varphi_0$  — угловая координата первой вершины, тогда декартовы координаты вершин правильного  $n$ -угольника определяются формулами:

$$x_i = x_0 + R \cos\left(\varphi_0 + \frac{2\pi i}{n}\right), \quad y_i = y_0 + R \sin\left(\varphi_0 + \frac{2\pi i}{n}\right), \quad \text{где } i = 0 \dots n-1.$$

**Длина стороны многоугольника и радиус описанной окружности.**  $R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$ ,

где  $a$  — сторона правильного  $n$ -угольника (рис. 55).

Для  $n=3$   $a = R\sqrt{3}$ .

Для  $n=6$   $a = R$ .

Для  $n=4$   $a = R\sqrt{2}$ .

Для  $n=8$   $a = R\sqrt{2-\sqrt{2}}$ .

**Длина стороны многоугольника и радиус вписанной и описанной окружности.**

$r = R \cos \frac{\pi}{n}$ , где  $R$  — радиус описанной вокруг правильного многоугольника окружности; длина стороны многоугольника:  $a = 2R \sin \frac{\pi}{n} = 2r \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$ .

### Площадь правильного многоугольника

$S = \frac{n}{4} a^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}$ , где  $n$  — число сторон,  $a$  — длина стороны.

$S = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{n}$ , где  $n$  — число сторон,  $R$  — радиус описанной окружности.

$S = nr^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$ , где  $n$  — число сторон,  $r$  — радиус вписанной окружности.

$S = \frac{nla}{2}$ , где  $n$  — число сторон,  $l$  — расстояние от середины стороны до центра,  $a$  — длина стороны (рис. 55).

$S = pr$ , где  $p$  — полупериметр,  $r$  — радиус вписанной окружности.

**Сумма внутренних углов:**  $(n-2)\pi$

**Сумма внешних углов:**  $2\pi$

**Число диагоналей:**  $n(n-3)/2$

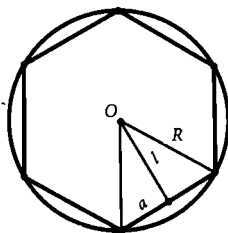


Рис. 55

### Подобные многоугольники

Если  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — подобные многоугольники с коэффициентом подобия  $k$ , а  $P_1$  и  $P_2$ ,  $S_1$  и  $S_2$  — соответственно их периметры и площади, то

$$P_1 : P_2 = k, \quad S_1 : S_2 = k^2.$$

## Окружность и круг

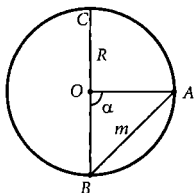


Рис. 56

**Окружность** — геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от заданной точки, называемой центром, на заданное ненулевое расстояние, называемое радиусом (рис. 56).

**Круг** — это геометрическое место точек плоскости, расстояние от которых до данной точки не больше, чем заданное ненулевое.

**Радиус** — это также отрезок, соединяющий центр окружности с любой из ее точек.

**Хорда** — это отрезок, соединяющий две точки окружности (на рис. 56 хорда AB).

Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром** (на рис. 56 BC).

**Длина хорды  $m$** , стягивающая дугу радиуса  $R$  с центральным углом  $\alpha$ :  $m = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$ .

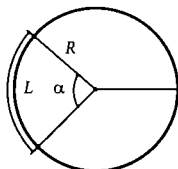


Рис. 57

**Дуга окружности** — это каждая из частей окружности, на которые делят ее любые две несовпадающие точки (рис. 57). Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок, соединяющий ее концы, является диаметром.

**Свойства дуги:** длина дуги  $L$  радиуса  $R$  с центральным углом  $\alpha$  (в градусах) вычисляется по формуле  $L = R\alpha$ ;  $\alpha$  —

в радианах;  $L = 2\pi R \frac{\alpha}{360^\circ}$ .

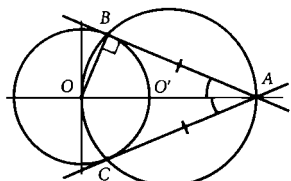


Рис. 58

**1 радиан** — это угол, образуемый дугой окружности, равной по длине радиусу.

Длина единичной полуокружности соответствует  $\pi$ .

**Касательная к окружности** — это прямая, имеющая с окружностью одну общую точку. Общая точка называется точкой касания прямой и окружности.

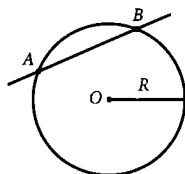


Рис. 59

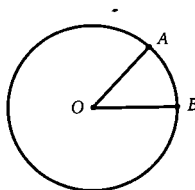


Рис. 60

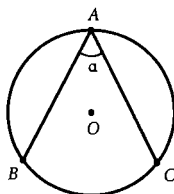


Рис. 61

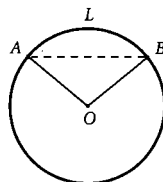


Рис. 62

**Свойства касательной:**

- касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания;
- отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и образуют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности (рис. 58);
- длина отрезка касательной, проведенной к окружности единичного радиуса, взятого между точкой касания и точкой пересечения касательной с радиусом, является тангенсом угла между этим радиусом и направлением от центра окружности на точку касания.

**Секущая** — это прямая, проходящая через две различных точки окружности (на рис. 58  $AB$  и  $AC$  к окружности с центром  $O'$ ; на рис. 59  $AB$ ).

**Центральный угол** — угол с вершиной в центре окружности (на рис. 60  $\angle AOB$ ). Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую опирается.

**Вписанный угол** — угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность (рис. 61,  $\angle BAC$ ). Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую опирается.

**Свойства вписанных углов:**

- вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны;
- угол, опирающийся на диаметр, — прямой;
- гипотенуза прямоугольного треугольника является диаметром описанной около него окружности;
- угол между касательной и хордой является предельным случаем вписанного угла и также равен половине дуги, на которую опирается.

**Сектор** — часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга (рис. 62).

**Сегмент** — плоская фигура, часть круга, ограниченная дугой окружности и ее хордой или секущей (рис. 62).

**Концентрические окружности** — окружности, имеющие общий центр.

**Ортогональные окружности** — окружности, пересекающиеся под прямым углом.

**Углы, вписанные в окружность:**  $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ ,  $\angle ADC = \pi - \frac{1}{2} \angle AOC$  (рис. 63, а).

**Свойства хорд:**  $AK \cdot KB = CK \cdot KD$ ,  $a = 2r \sin(\alpha/2)$  (рис. 63, б).

**Свойства секущих:**  $AC \cdot AD = AF \cdot AE = AB^2$  (рис. 64).

**Длина окружности:**  $C = 2\pi r = \pi d$ .

**Площадь круга:**  $S = \pi r^2 = \pi d^2/4$ .

**Длина дуги (в  $\alpha$  радиан):**  $l = \alpha r$ .

**Площадь сектора (в  $\alpha$  радиан):**  $S_{\text{сек}} = \alpha r^2/2$ .

**Длина дуги (в  $\beta^\circ$ ):**  $l = \pi r \beta/180^\circ$ .

**Площадь сектора (в  $\beta^\circ$ ):**  $S_{\text{сек}} = \pi r^2 \beta/360^\circ$ .

**Площадь кругового сегмента, содержащего дугу в  $\beta^\circ$ :**

$$S_{\text{сегм}} = \frac{r^2}{2} \left( \frac{\pi \beta}{180^\circ} - \sin \beta^\circ \right).$$

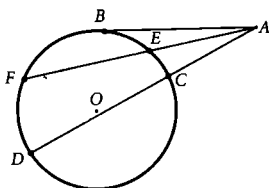
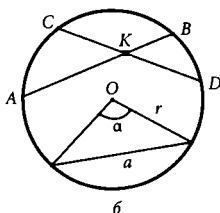
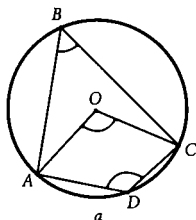


Рис. 63

Рис. 64

# Стереометрия

**Стереометрия** — раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве. Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.

## Аксиоматика стереометрии

На каждой прямой и в каждой плоскости имеются по крайней мере две точки.

В пространстве существуют плоскости. В каждой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.

Через любые три точки, не принадлежащие одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.

Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.

Если две точки прямой лежат на одной плоскости, то все точки данной прямой лежат в этой плоскости.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Любая плоскость  $\alpha$  разбивает множество не принадлежащих ей точек пространства на два непустых множества так, что:

- любые две точки, принадлежащие разным множествам, разделены плоскостью  $\alpha$ ;
- любые две точки, принадлежащие одному и тому же множеству, не разделены плоскостью  $\alpha$ .

Расстояние между любыми двумя точками пространства одно и то же на любой плоскости, содержащей эти точки.

## Способы задания прямой в пространстве

Векторно-параметрическое уравнение прямой	$r = r_0 + at$ , где $M_0(\vec{r}_0) = M_0(x_0; y_0; z_0)$ — фиксированная точка, лежащая на прямой; $\vec{a} = (l; m; n)$ — направляющий вектор. В координатах (параметрические уравнения): $x = x_0 + lt, \quad y = y_0 + mt, \quad z = z_0 + nt.$
Канонические уравнения прямой	$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}.$
Уравнения прямой по двум точкам	$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}.$
Прямая как линия пересечения двух плоскостей	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ при условии, что не имеют места равенства $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ . Направляющий вектор такой прямой $\vec{a} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = \left( \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \right),$ где $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ ; $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$

## Плоскость

**Плоскость** — одно из основных понятий геометрии, которое лишь косвенным образом определяется аксиомами геометрии.

### НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПЛОСКОСТИ

**Плоскость** — поверхность, содержащая полностью каждую прямую, соединяющую любые ее точки

Две плоскости либо параллельны, либо пересекаются. Пересечением является прямая.

Прямая либо параллельна плоскости, либо пересекает ее в одной точке или же находится на плоскости.

Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

Две плоскости, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны.

По аналогии с отрезком и интервалом, плоскость, не включающую крайние точки, можно назвать **интервальной** или **открытой плоскостью**.

### СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ

**Плоскость** — алгебраическая поверхность первого порядка.

В декартовой системе координат плоскость может быть задана уравнением первой степени.

Общее уравнение  
(полное) плоскости

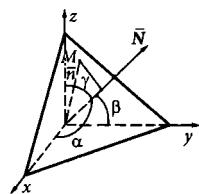


Рис. 65

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

где  $A, B, C, D$  — постоянные, причем  $A, B, C$  одновременно не равны нулю.

В векторной форме (рис. 65):

$$(r, N) + D = 0,$$

где  $r$  — радиус-вектор точки  $M(x; y; z)$ , вектор

$N = (A; B; C)$  перпендикулярен к плоскости (нормальный вектор).

Направляющие косинусы вектора  $N$ :

$$\cos \alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Если один из коэффициентов в уравнении плоскости равен нулю, уравнение называется **неполным**.

При  $D = 0$  плоскость проходит через начало координат.

При  $A = 0$  (или  $B = 0, C = 0$ ) плоскость параллельна оси  $Ox$  (соответственно  $Oy, Oz$ ).

При  $A = B = 0$  ( $A = C = 0$ , или  $B = C = 0$ ) плоскость параллельна плоскости  $Oxy$  (соответственно  $Oxz, Oyz$ ).

$z = 0$  — плоскость  $Oxy$ ;

$y = 0$  — плоскость  $Oxz$ ;

$x = 0$  — плоскость  $Oyz$ .

Уравнение плоскости в отрезках	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ , где $a = -D/A$ ; $b = -D/B$ ; $c = -D/C$ — отрезки, отсекаемые плоскостью на осях $OX, OY, OZ$ .
Уравнение плоскости, проходящей через точку $M(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору нормали $N(A; B; C)$	$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ ; в векторной форме: $((r - r_0), N) = 0$ .
Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M(x_i; y_i; z_i)$ , не лежащие на одной прямой	$((r - r_1), (r_2 - r_1), (r_3 - r_1)) = 0$ (смешанное произведение векторов), или иначе $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$
Нормальное (нормированное) уравнение плоскости	$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$ ; в векторной форме: $(r, N^0) - p = 0$ , где $N^0$ — единичный вектор, $p$ — расстояние от начала координат до плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду: $\frac{Ax + By + Cz + D}{\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 0$ . Здесь $\frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ — нормирующий множитель плоскости, знак которого выбирается противоположным знаку $D$ , если $D \neq 0$ , произвольным, если $D = 0$ .
Уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a}_1 t$ и $\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a}_2 t$ :	$(\vec{r} - \vec{r}_1) \vec{a}_1 \vec{a}_2 = 0$ , или $(\vec{r} - \vec{r}_2) \vec{a}_1 \vec{a}_2 = 0$ . Если $\vec{a}_1 = (l_1, m_1, n_1)$ , $\vec{a}_2 = (l_2, m_2, n_2)$ , $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ , то уравнение плоскости: $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$
Уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a} t$ и $\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a} t$ :	$(\vec{r} - \vec{r}_1)(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a} = 0$ . Если прямые заданы уравнениями: $x = x_1 + lt$ и $x = x_2 + lt$ , $y = y_1 + mt$ и $y = y_2 + mt$ , $z = z_1 + nt$ и $z = z_2 + nt$ , то уравнение плоскости: $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0.$

## ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК, ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНОМ СПОСОБЕ ИХ ЗАДАНИЯ

Основные определения и теоремы	
Прямые в пространстве	<p>Две прямые в пространстве <b>параллельны</b>, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.</p> <p>Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, — <b>скрещивающиеся</b>.</p> <p>Две прямые в трехмерном евклидовом пространстве скрещиваются, если не существует плоскости, их содержащей.</p> <p>Две прямые в пространстве, не имеющие общих точек, но не являющиеся параллельными, скрещиваются.</p> <p>Две прямые в пространстве <b>перпендикулярны</b>, если они пересекаются и параллельны соответственно двум перпендикулярным прямым.</p>
Прямая и плоскость	<p><b>Прямая перпендикулярна плоскости</b>, если она перпендикулярна любой прямой в этой плоскости.</p> <p>Если прямая перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых на плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.</p> <p>Плоскость, перпендикулярная одной из двух параллельных прямых, перпендикулярна и другой.</p> <p>Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.</p>
Две плоскости	<p><b>Две плоскости перпендикулярны</b>, если двугранный угол (пространственная геометрическая фигура, образованная двумя полуплоскостями, исходящими из одной прямой, а также часть пространства, ограниченная этими полуплоскостями) между ними равен <math>90^\circ</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.</li> <li>Если из точки, принадлежащей одной из двух перпендикулярных плоскостей, провести перпендикуляр к другой плоскости, то этот перпендикуляр полностью лежит в первой плоскости.</li> <li>Если в одной из двух перпендикулярных плоскостей провести перпендикуляр к их линии пересечения, то этот перпендикуляр будет перпендикулярен второй плоскости.</li> </ul>
Расположение в пространстве при различном способе задания	
Расстояние от точки до плоскости	$d =  x_0 \cos \alpha + y_0 \cos \beta + z_0 \cos \gamma - p ,$ $d = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$
Отклонение точки от плоскости	$\delta = x_0 \cos \alpha + y_0 \cos \beta + z_0 \cos \gamma - p,$ <p>или</p> $\delta = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$ <p>где знак перед корнем противоположен знаку <math>D</math>, если <math>D \neq 0</math>, и выбран произвольно, если <math>D = 0</math>.</p>

Плоскости параллельны (не совпадают)	<p>Если плоскости заданы в векторной форме  <math>\vec{n}_1 \cdot \vec{r} + D_1 = 0</math>, <math>\vec{n}_2 \cdot \vec{r} + D_2 = 0</math>, то  <math>\vec{n}_1 = \lambda \vec{n}_2</math> (<math>\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2</math>), <math>D_1 \neq \lambda D_2</math>.</p> <p>Если плоскости заданы уравнениями  <math>A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0</math> и <math>A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0</math>, то  <math>\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}</math>.</p> <p><b>Свойства и признаки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Если плоскость <math>\alpha</math> параллельна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в другой плоскости <math>\beta</math>, то эти плоскости параллельны.</li> <li>• Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.</li> <li>• Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну.</li> <li>• Отрезки параллельных прямых, ограниченные двумя параллельными плоскостями, равны.</li> <li>• Два угла с соответственно параллельными и одинаково направленными сторонами равны и лежат в параллельных плоскостях.</li> </ul> <p><b>Расстояние между параллельными плоскостями</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Расстояние между плоскостями, заданными уравнениями <math>Ax + By + Cz + D_1 = 0</math> и <math>Ax + By + Cz + D_2 = 0</math>:  <math display="block">d = \frac{ D_2 - D_1 }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.</math></li> <li>• Расстояние между плоскостями, заданными уравнениями  <math>\vec{n}(\vec{r} - \vec{r}_1) = 0</math> и <math>\vec{n}(\vec{r} - \vec{r}_2) = 0</math>: <math>d = \frac{ \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \vec{n} }{ \vec{n} }.</math></li> </ul>
Плоскости пересекаются	<p>Если плоскости заданы в векторной форме  <math>\vec{n}_1 \cdot \vec{r} + D_1 = 0</math>, <math>\vec{n}_2 \cdot \vec{r} + D_2 = 0</math>, то  <math>\vec{n}_1 \nparallel \vec{n}_2</math>.</p> <p>Если плоскости заданы уравнениями  <math>A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0</math> и <math>A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0</math>, то  <math>\neg \left( \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \right)</math> (здесь <math>\neg</math> — знак отрицания).</p> <p>Если плоскости заданы в векторной форме  <math>\vec{n}_1 \cdot \vec{r} + D_1 = 0</math>, <math>\vec{n}_2 \cdot \vec{r} + D_2 = 0</math>, то  <math>\vec{n}_1 = \lambda \vec{n}_2</math>, <math>D_1 = \lambda D_2</math>.</p> <p>Если плоскости заданы уравнениями  <math>A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0</math> и <math>A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0</math>, то  <math>\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}</math>.</p>
Плоскости перпендикулярны (необходимое и достаточное условие)	$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ , или $(N_1, N_2) = 0$ .

<p>Угол между двумя плоскостями</p>	<p>Если плоскости заданы уравнениями <math>Ax + By + Cz + D_1 = 0</math> и <math>Ax + By + Cz + D_2 = 0</math>, то</p> $\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}.$ <p>Если в векторной форме, то</p> $\cos \varphi = \frac{(N_1, N_2)}{ N_1   N_2 }.$
<p>Прямые параллельны (не совпадают)</p>	<p>Если прямые заданы в векторной форме <math>\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a}_1 t</math> и <math>\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a}_2 t</math>, то <math>\vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2 \nparallel \vec{r}_2 - \vec{r}_1</math>.</p> <p>Если прямые заданы в каноническом виде, то</p> $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \neg \left( \frac{l_1}{x_2 - x_1} = \frac{m_1}{y_2 - y_1} = \frac{n_1}{z_2 - z_1} \right).$ <p><b>Расстояние между двумя параллельными прямыми</b></p> $d = \frac{ [(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a}_1] }{ \vec{a}_1 } = \frac{ [(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a}_2] }{ \vec{a}_2 }.$ <p>В координатах:</p> $d = \left( \left  \begin{array}{cc} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m_1 & n_1 \end{array} \right ^2 + \left  \begin{array}{cc} z_2 - z_1 & x_2 - x_1 \\ n_1 & l_1 \end{array} \right ^2 + \left  \begin{array}{cc} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ l_1 & m_1 \end{array} \right ^2 \right)^{1/2} \left( \sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \right)^{-1}.$
<p>Прямые совпадают</p>	<p>Если прямые заданы в векторной форме <math>\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a}_1 t</math> и <math>\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a}_2 t</math>, то <math>\vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2 \parallel \vec{r}_2 - \vec{r}_1</math>.</p> <p>Если прямые заданы в каноническом виде, то</p> $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{l_1}{x_2 - x_1} = \frac{m_1}{y_2 - y_1} = \frac{n_1}{z_2 - z_1}.$
<p>Прямые пересекаются</p>	<p>Если прямые заданы в векторной форме <math>\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a}_1 t</math> и <math>\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a}_2 t</math>, то <math>\vec{a}_1 \nparallel \vec{a}_2</math>, <math>(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a}_1 \vec{a}_2 = 0</math>.</p> <p>Если прямые заданы в каноническом виде, то</p> $\neg \left( \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} \right),$ $\left  \begin{array}{ccc} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{array} \right  = 0.$

<p>Прямые скрещиваются</p> <p>Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми</p>	<p>Если прямые заданы в векторной форме <math>\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{a}_1 t</math> и <math>\vec{r} = \vec{r}_2 + \vec{a}_2 t</math>, то <math>\vec{a}_1 \nparallel \vec{a}_2</math>, <math>(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a}_1 \vec{a}_2 \neq 0</math>.</p> <p>Если прямые заданы в каноническом виде, то</p> $-\left(\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}\right), \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} \neq 0, d = \frac{ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \vec{a}_1 \vec{a}_2 }{[\vec{a}_1 \vec{a}_2]}.$ $\text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}$ <p>В координатах: <math>d = \frac{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 &amp; y_2 - y_1 &amp; z_2 - z_1 \\ l_1 &amp; m_1 &amp; n_1 \\ l_2 &amp; m_2 &amp; n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} m_1 &amp; n_1 \\ m_2 &amp; n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} n_1 &amp; l_1 \\ n_2 &amp; l_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 &amp; m_1 \\ l_2 &amp; m_2 \end{vmatrix}^2}}.</math></p>
Прямые перпендикулярны	$a_1 \cdot a_2 = 0$ или $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$ <b>(необходимое и достаточное условие)</b>
Угол между двумя прямыми	$\cos \varphi = \cos(\widehat{\vec{a}_1, \vec{a}_2}) = \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2}{ \vec{a}_1   \vec{a}_2 } = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}.$
Плоскость и прямая пересекаются	<p>Если плоскость и прямая заданы в векторном виде, то <math>\vec{n} \cdot \vec{a} \neq 0</math>.</p> <p>Если прямая и плоскость заданы в каноническом виде, то <math>Al + Bm + Cn \neq 0</math>.</p>
Прямая принадлежит плоскости	<p>Если плоскость и прямая заданы в векторном виде, то <math>\vec{n} \cdot \vec{a} = 0</math>, <math>\vec{n} \cdot \vec{r}_0 + D = 0</math>.</p> <p>Если прямая и плоскость заданы в каноническом виде, то <math>Al + Bm + Cn = 0</math>, <math>Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0</math>.</p>
Прямая и плоскость параллельны	<p>Если плоскость и прямая заданы в векторном виде, то <math>\vec{n} \cdot \vec{a} = 0</math>, <math>\vec{n} \cdot \vec{r}_0 + D \neq 0</math>.</p> <p>Если прямая и плоскость заданы в каноническом виде, то <math>Al + Bm + Cn = 0</math>, <math>Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0</math>.</p> <p><b>Необходимое и достаточное условие параллельности прямой и плоскости:</b></p> $\vec{a} \parallel \vec{n} \text{ или } \frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}.$
Угол между прямой и плоскостью	$\sin \varphi = \left  \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{n}}) \right  = \frac{ \vec{a}, \vec{n} }{ \vec{a}   \vec{n} } = \frac{ Al + Bm + Cn }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}.$
Точка пересечения прямой и плоскости	$\vec{r} = \vec{r}_0 - \vec{a} \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}_0 + D}{\vec{n} \cdot \vec{a}}.$ <p>В координатах:</p> $x = x_0 + lt_1, \quad y = y_0 + mt_1, \quad z = z_0 + nt_1, \quad \text{где } t_1 = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{Al + Bm + Cn}.$

Уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(\vec{r}_0)$ пер- пендикуляр- но к плоско- сти $\vec{n} \cdot \vec{r} + D = 0$	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{n}t$ . В координатах: $x = x_0 + At$ , $y = y_0 + Bt$ , $z = z_0 + Ct$ .
---	--

## Углы в пространстве

### ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

**Двугранный угол** — пространственная геометрическая фигура, образованная двумя полуплоскостями, исходящими из одной прямой, а также часть пространства, ограниченная этими полуплоскостями (рис. 66). Полуплоскости называются **гранями** двугранного угла, а их общая прямая — **ребром**.

Двугранные углы измеряются линейным углом, то есть углом, образованным пересечением двугранного угла с плоскостью, перпендикулярной к его ребру (рис. 66).

У всякого многогранника, правильного или неправильного, выпуклого или вогнутого, есть двугранный угол на каждом ребре.

Величины двугранных углов правильных многогранников:

тетраэдр —  $\arccos(1/3)$  ( $70,53^\circ$ );

гексаэдр или куб —  $\pi/2$  ( $90^\circ$  точно);

октаэдр —  $\pi - \arccos(1/3)$  ( $109,47^\circ$ );

додекаэдр —  $2 \cdot \arctg(\varphi)$  ( $116,56^\circ$ );

икосаэдр —  $2 \cdot \arctg(\varphi + 1)$  ( $138,19^\circ$ ), где  $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$  — золотое сечение.

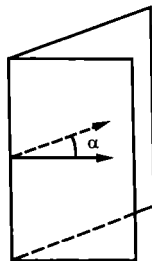


Рис. 66

### ТРЕХГРАННЫЙ УГОЛ

**Трехгранный угол** — это часть пространства, ограниченная тремя плоскими углами с общей вершиной и попарно общими сторонами, не лежащими в одной плоскости (рис. 67).

$\alpha, \beta, \gamma$  — плоские углы,

$A, B, C$  — двугранные углы, составленные плоскостями углов  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ .

Общая вершина  $O$  этих углов — **вершина трехгранного угла**.

Стороны плоских углов — **ребра**, а плоские углы при вершине — **грани** трехгранного угла.

Каждая из трех пар граней трехгранного угла образует **двугранный угол**.

**Неравенство треугольника для трехгранного угла**

Каждый плоский угол трехгранного угла меньше суммы двух других его плоских углов.

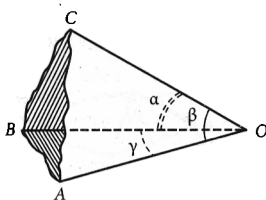


Рис. 67

**Теорема косинусов для трехгранного угла:**  $\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos A$  и  $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos \alpha$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  — плоские углы,  $A, B, C$  — двугранный угол, составленный плоскостями углов  $\beta$  и  $\gamma$ .

**Теорема синусов для трехгранного угла:**  $\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin \beta}{\sin B} = \frac{\sin \gamma}{\sin C}$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  — плоские углы трехгранного угла;  $A, B, C$  — противолежащие им двугранные углы.

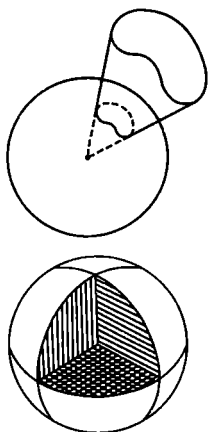


Рис. 68

## ТЕЛЕСНЫЙ УГОЛ

**Телесный угол** — часть пространства, которая является объединением всех лучей, выходящих из данной точки (**вершины угла**) и пересекающих некоторую поверхность — **поверхность, стягивающую** данный телесный угол (рис. 68).

Частными случаями телесного угла являются трехгранные и многогранные углы.

Границей телесного угла является некоторая коническая поверхность.

Телесный угол измеряется отношением площади той части сферы с центром в вершине угла, которая вырезается этим телесным углом, к квадрату радиуса сферы:  $\Omega = \frac{S}{R^2}$ .

Единицей измерения телесного угла в системе СИ является **стерадиан**, равный телесному углу, вырезающему из сферы радиуса  $r$  поверхность с площадью  $r^2$ .

Полная сфера образует телесный угол, равный  $4\pi$  стерадиан (полный телесный угол).

## Многогранники

### ПРИЗМА

**Призма** — многогранник, две грани которого являются конгруэнтными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками (рис. 69).

**Основания** — две грани, являющиеся конгруэнтными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях (на рис. 69 —  $ABCDE, KLMNP$ ).

**Боковые грани** — все грани, кроме оснований. Каждая боковая грань обязательно является параллелограммом (на рис. 69 —  $ABLK, BCML, CDNM, DEPN, EAKP$ ).

**Боковая поверхность** — объединение боковых граней.

**Полная поверхность** — объединение оснований и боковой поверхности.

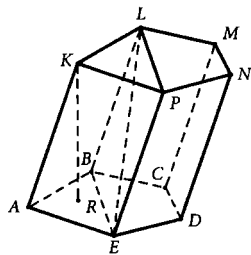


Рис. 69

**Боковые ребра** — общие стороны боковых граней (на рис. 69 —  $AK, BL, CM, DN, EP$ ).

**Высота** — отрезок, соединяющий основания призмы и перпендикулярный им (на рис. 69 —  $KR$ ).

**Диагональ** — отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани (на рис. 69 —  $EL$ ).

**Диагональная плоскость** — плоскость, проходящая через боковое ребро призмы и диагональ основания.

**Диагональное сечение** — пересечение призмы и диагональной плоскости. В сечении образуется параллелограмм, в том числе его частные случаи — ромб, прямоугольник, квадрат (на рис. 69 —  $EBLP$ ).

**Перпендикулярное сечение** — пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной ее боковому ребру.

**Свойства призмы:**

- Основания призмы являются равными многоугольниками.
- Боковые грани призмы являются параллелограммами.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым ребрам призмы.
- Углы перпендикулярного сечения — это линейные углы двутранных углов при соответствующих боковых ребрах.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно всем боковым граням.

**Площадь поверхности**  $S_{\text{пр}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ , где  $S_{\text{осн}}$  — площадь основания призмы;  $S_{\text{бок}}$  — площадь боковой поверхности призмы;  $S_{\text{бок}} = pl$ ;  $P$  — периметр перпендикулярного сечения;  $l$  — длина бокового ребра.

**Объем**  $V = QH$ ,  $V = Q_1 l$ , где  $Q$  — площадь основания;  $H$  — высота призмы,  $Q_1$  — площадь перпендикулярного сечения.

## Виды призм

**Прямая призма** — призма, у которой все боковые ребра перпендикулярны основанию, в противном случае призма называется **наклонной**.

**Свойства прямой призмы:**

- Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на длину бокового ребра (или высоту).
- В прямой призме боковые ребра являются высотами.

**Свойства наклонной призмы:**

- Площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на длину бокового ребра.
- Объем наклонной призмы равен произведению площади перпендикулярного сечения на боковое ребро.

**Правильная призма** — призма, в основании которой лежит правильный многоугольник, а боковые ребра перпендикулярны плоскостям основания.

Правильная призма, боковые грани которой являются квадратами (высота призмы равна стороне основания), является полуправильным многогранником.

**Свойства правильной призмы:**

- Основания правильной призмы являются правильными многоугольниками.
- Боковые грани правильной призмы являются равными прямоугольниками.
- Боковые ребра правильной призмы равны.

## ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

**Параллелепипед** — призма, основанием которой служит параллелограмм (рис. 70). Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, — **противоположные**.

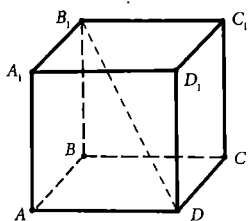


Рис. 70

Две грани параллелепипеда, имеющие общее ребро, — **смежные**.

Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, — **противоположные**.

Отрезок, соединяющий противоположные вершины, — **диагональ** параллелепипеда (на рис. 70  $DB_1$  — одна из диагоналей).

Длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, имеющие общий конец, — его **измерения**.

**Свойства параллелепипеда:**

- Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали.
- Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда, и проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам; в частности, все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам:

$$AC_1 = BD_1 = CA_1 = DB_1 = d,$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

- Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.
- Квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

## Типы параллелепипеда

**Прямоугольный параллелепипед** — это параллелепипед, у которого все грани прямоугольники.

**Свойства прямоугольного параллелепипеда:**

**Площадь боковой поверхности**  $S_6 = 2c(a + b)$ , где  $a, b$  — стороны основания,  $c$  — боковое ребро прямоугольного параллелепипеда.

**Площадь полной поверхности**  $S_n = 2(ab + bc + ac)$ .

**Объем:**  $V = abc$ , где  $a, b, c$  — измерения прямоугольного параллелепипеда.

**Прямой параллелепипед** — это параллелепипед, у которого четыре боковые грани — прямоугольники.

**Свойства прямого параллелепипеда:**

**Площадь боковой поверхности**  $S_6 = P_o \times h$ , где  $P_o$  — периметр основания,  $h$  — высота.

**Площадь полной поверхности:**  $S_n = S_6 + 2S_o$ , где  $S_o$  — площадь основания.

**Объем**  $V = S_o \times h$ .

**Куб** — это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. Все шесть граней куба — равные квадраты.

**Свойства куба:**

**Площадь боковой поверхности**  $S_6 = 4a^2$ , где  $a$  — ребро куба.

**Площадь полной поверхности**  $S_n = 6a^2$ .

**Объем**  $V = a^3$ .

## ПИРАМИДА

**Пирамида** — многогранник, основание которого — многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину (рис. 71).

По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырехугольные и т. д.

**Апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины (рис. 71 —  $OK$ ).

**Боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды.

**Боковые ребра** — общие стороны боковых граней.

**Вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые ребра и не лежащая в плоскости основания.

**Высота** — отрезок перпендикуляра, проведенного через вершину пирамиды к плоскости ее основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра).

**Диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания.

**Основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

**Свойство пирамиды:**

Все диагонали пирамиды принадлежат ее граням.

**При условии равенства боковых ребер:**

- около основания пирамиды можно описать окружность, причем вершина пирамиды проектируется в ее центр;
- боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы;
- также верно и обратное, то есть если боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы или если около основания пирамиды можно описать окружность, причем вершина пирамиды проектируется в ее центр, то все боковые ребра пирамиды равны.

**При условии равенства углов наклона боковых граней к плоскости основания:**

- в основание пирамиды можно вписать окружность, причем вершина пирамиды проектируется в ее центр;
- высоты боковых граней равны;
- площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.

**Объем пирамиды**  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания и  $h$  — высота.

**Боковая поверхность** (сумма площадей боковых граней):  $S_b = \sum_i S_i$ .

**Полная поверхность** (сумма боковой поверхности и площади основания):  $S_p = S_b + S_o$ .

**Описанная сфера.** Около пирамиды можно описать сферу, если в основании пирамиды лежит вписанный многоугольник (**необходимое и достаточное условие существования описанной сферы**).

- Центром описанной сферы является точка пересечения плоскостей, проходящих через середины ребер пирамиды перпендикулярно им.
- Около любой треугольной и около любой правильной пирамиды можно описать сферу.

**Вписанная сфера.** В пирамиду можно вписать сферу, если биссекторные плоскости (плоскости, проходящие через ребро двугранного угла и делящие этот угол пополам) внутренних двугранных углов пирамиды пересекаются в одной точке (**необходимое и достаточное условие существования вписанной сферы**).

- Точка пересечения биссекторных плоскостей внутренних двугранных углов пирамиды будет центром сферы.

**Вписанный конус.** Конус является вписанным в пирамиду, если их вершины совпадают, а основание конуса вписано в основание пирамиды.

- Вписать конус в пирамиду можно только тогда, когда апофемы пирамиды равны между собой (**необходимое и достаточное условие существования вписанного конуса**).

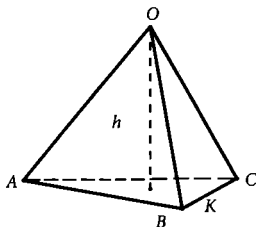


Рис. 71

**Описанный конус.** Конус является описанным около пирамиды, если их вершины совпадают, а основание конуса описано около основания пирамиды.

- Описать конус около пирамиды можно только тогда, когда все боковые ребра пирамиды равны между собой (**необходимое и достаточное условие существования описанного конуса**).
- Высоты у вписанных и описанных конусов и пирамид равны.

**Вписанный цилиндр.** Цилиндр является вписанным в пирамиду, если вершина пирамиды принадлежит одному из оснований цилиндра, а другое его основание совпадает с окружностью, вписанной в сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

- Вписать цилиндр в пирамиду можно только тогда, когда в основании пирамиды — описанный многоугольник (**необходимое и достаточное условие существования вписанного цилиндра**).

**Описанный цилиндр.** Цилиндр называется описанным около пирамиды, если вершина пирамиды принадлежит одному из его оснований, а другое его основание описано около основания цилиндра.

- Описать цилиндр около пирамиды можно только тогда, когда в основании пирамиды — вписанный многоугольник (**необходимое и достаточное условие существования описанного цилиндра**).

## Виды пирамиды

**Правильная пирамида** — пирамида, основанием которой является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

**Свойства правильной пирамиды:**

- боковые ребра правильной пирамиды равны;
- в правильной пирамиде все боковые грани — равные равнобедренные треугольники;
- в любую правильную пирамиду можно как вписать, так и описать около нее сферу;
- если центры вписанной и описанной сферы совпадают, то сумма плоских углов при вершине пирамиды равна  $\pi$ , а каждый из них соответственно  $\pi/n$ , где  $n$  — количество сторон многоугольника основания;
- площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему:

$$S_b = \frac{1}{2} Pa = \frac{n}{2} b^2 \sin \alpha, \text{ где } a — \text{ апофема боковой грани, } P — \text{ периметр основания,}$$

$n$  — число сторон основания,  $b$  — боковое ребро,  $\alpha$  — плоский угол при вершине пирамиды.

**Прямоугольная пирамида** — пирамида, одно из боковых ребер которой перпендикулярно основанию. Это ребро является высотой пирамиды.

**Усеченная пирамида** — многогранник, заключенный между основанием пирамиды и секущей плоскостью, параллельной ее основанию.

**Свойства усеченной пирамиды:**

$$\text{Объем } V = \frac{h}{3} (Q_1 + \sqrt{Q_1 Q_2} + Q_2), \text{ где } h — \text{ высота; } Q_1, Q_2 — \text{ площади оснований.}$$

Для правильной усеченной пирамиды:  $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) h_{\text{бок}}$ , где  $p_1, p_2$  — периметры оснований;  $h_{\text{бок}}$  — высота боковой грани.

**Тетраэдр** — треугольная пирамида. Любую из граней тетраэдра можно принять за основание пирамиды.

## Тела вращения

### ЦИЛИНДР

**Цилиндр** — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими ее (рис. 72).

**Цилиндрическая поверхность** — поверхность, получаемая таким поступательным движением прямой (**образующей**) в пространстве, что выделенная точка образующей движется вдоль плоской кривой (**направляющей**).

Граница основания по форме совпадает с направляющей.

Площадь боковой поверхности  $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$ .

Площадь полной поверхности  $S_{\text{цил}} = 2\pi RH + 2\pi R^2$ .

Объем  $V = \pi R^2 H$ .

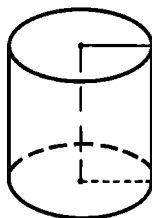


Рис. 72

### Виды цилиндра

**Прямой круговой цилиндр** — цилиндр, у которого направляющая — окружность и основания перпендикулярны образующей. У такого цилиндра имеется ось симметрии (рис. 72).

**Эллиптический цилиндр** — линейчатая цилиндрическая поверхность, уравнение которой может быть приведено к виду  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  (рис. 73).

**Гиперболический цилиндр** — линейчатая цилиндрическая поверхность, уравнение которой может быть приведено к виду  $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$  (рис. 74) Каноническое уравнение:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (a > 0, b > 0)$$

**Параболический цилиндр** — линейчатая цилиндрическая поверхность, уравнение которой может быть приведено к виду  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$  (каноническое уравнение) (рис. 75).

Призма также является разновидностью цилиндра.

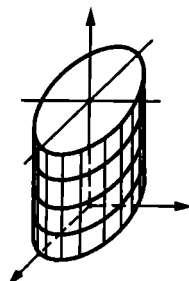


Рис. 73

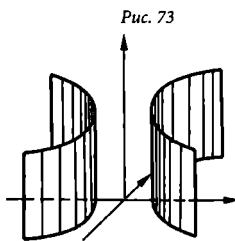


Рис. 74

### КОНУС

**Конус** — тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (**вершины конуса**) и проходящих через плоскую поверхность (рис. 76).

Или иначе: **конус** — тело, полученное объединением всех отрезков, соединяющих вершину и точки плоской поверхности (**основание**).

Или иначе: **конус** — тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.

Если основание конуса представляет собой многоугольник, конус становится пирамидой.

**Образующая конуса** — отрезок, соединяющий вершину и границу основания.

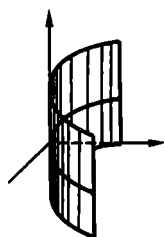


Рис. 75

**Образующая (боковая) поверхность конуса** — объединение образующих конуса.

Образующая поверхность конуса является **конической поверхностью**.

**Высота конуса** — отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания.

**Центр тяжести** любого конуса с конечным объемом лежит на четверти высоты от основания.

**Телесный угол** при вершине прямого кругового конуса равен  $2\pi\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$ , где  $\alpha$  — **угол раствора** конуса (то есть угол между двумя противоположными образующими).

**Площадь боковой поверхности**  $S_{\text{бок}} = \pi RL$ .

**Площадь полной поверхности**  $S_{\text{пол}} = \pi RL + \pi R^2$ .  $S_{\text{пол}} = \pi RL + \pi R^2$ .

**Объем**  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ .

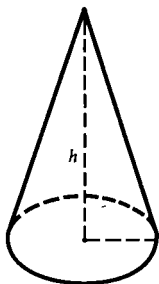


Рис. 76

## Виды конуса

**Прямой конус** — конус, основание которого имеет центр симметрии (является кругом или эллипсом) и ортогональная проекция вершины конуса на плоскость основания совпадает с этим центром. Прямая, соединяющая вершину прямого конуса и центр основания, — **ось конуса**.

**Косой (наклонный) конус** — конус, у которого ортогональная проекция вершины на основание не совпадает с его центром симметрии.

**Круговой конус** — конус, основание которого является кругом.

**Прямой круговой конус** (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса).

**Эллиптический конус** — конус, опирающийся на эллипс.

**Параболический конус** — конус, опирающийся на параболу (имеет бесконечный объем).

**Гиперболический конус** — конус, опирающийся на гиперболу (имеет бесконечный объем).

**Усеченный конус** — часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию, и находящаяся между вершиной и основанием (рис. 77).

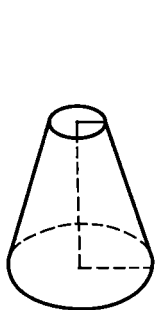
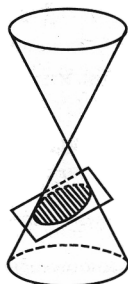
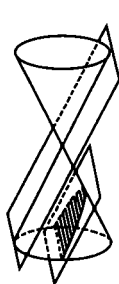


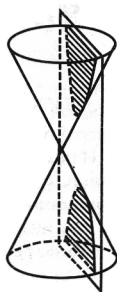
Рис. 77



а



б



в

Рис. 78

**Площадь боковой поверхности**  $S_{\text{бок}} = \pi(R+r)l$ .

**Площадь полной поверхности**  $S_{\text{полн}} = \pi R^2 + \pi r^2 + \pi(R+r)l$ .

**Объем**  $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$ .

Пересечение плоскости с прямым круговым конусом является одним из конических сечений (в невырожденных случаях — эллипс, парабола или гипербола, в зависимости от положения секущей плоскости) (рис. 78).

На рис. 78: три основных типа конических сечений: *а* — эллипс, *б* — парабола, *в* — гипербола.

## ШАР

**Шар** — геометрическое тело, ограниченное поверхностью, все точки которой находятся на равном расстоянии от центра (рис. 79).

Это расстояние называется **радиусом шара**.

Или иначе: **шар** образуется вращением полукруга около его неподвижного диаметра. Этот диаметр называется **осью шара**, а оба конца указанного диаметра — **полюсами шара**.

Поверхность шара называется **сферой**.

Если секущая плоскость проходит через центр шара, то сечение шара называется **большим кругом**. Другие плоские сечения шара называются **малыми кругами**.

**Площадь поверхности**  $S = 4\pi R^2$ .

**Объем**  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

**Площадь сферического сегмента**  $S = 2\pi RH$  ( $H$  — высота сегмента).

**Объем шарового сегмента**  $V = \frac{1}{3}\pi H^3(3R - H)$ .

**Объем шарового сектора**  $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$ .

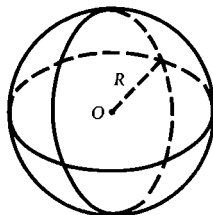


Рис. 79

# Геометрические преобразования

## Движение

Преобразование одной фигуры в другую называется **движением**, если оно сохраняет расстояние между точками. Такое преобразование переводит две любые точки  $X$  и  $Y$  одной фигуры в точки  $X'$  и  $Y'$  другой фигуры так, что  $XY = X'Y'$ .

Преобразование, обратное движению, также является движением.

**Свойства движения.** Точки, лежащие на прямой, при движении переходят в точки, лежащие на прямой, и сохраняется порядок их взаимного расположения.

**Следствия:** отрезок движением переводится в отрезок; луч при движении переходит в луч, прямая — в прямую; треугольник движением переводится в треугольник; при движении сохраняются углы между лучами.

## Центральная симметрия

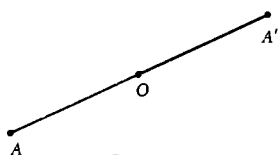


Рис. 80

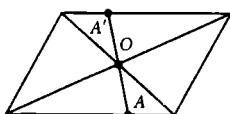


Рис. 81

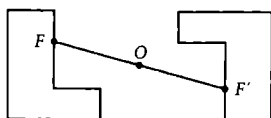


Рис. 82

**Центральной симметрией** относительно точки  $O$  называют преобразование пространства, переводящее точку  $A$  в такую точку  $A'$ , что  $O$  — середина отрезка  $AA'$  (рис. 80).

Центральная симметрия с центром в точке  $A$  обычно обозначается как  $Z_A$ .

Центральная симметрия является одним из видов движения.

Фигура называется **симметричной** относительно точки  $O$ , если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки  $O$  также принадлежит этой фигуре (рис. 81).

Точка  $O$  называется **центром симметрии** фигуры, а фигура обладает центральной симметрией.

Преобразование фигуры  $F$  в фигуру  $F'$ , при котором каждая ее точка  $A$  переходит в точку  $A'$ , симметричную относительно данной точки  $O$ , называется **преобразованием симметрии** относительно точки  $O$ . Фигуры  $F$  и  $F'$  называются **симметричными** относительно точки  $O$  (рис. 82).

## Осевая симметрия

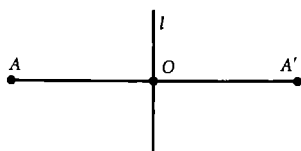


Рис. 83

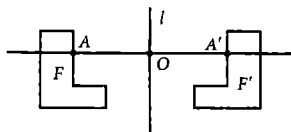


Рис. 84

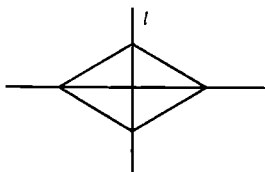


Рис. 85

**Осевая симметрия** — вид движения (частный случай зеркального отражения на плоскости), при котором множеством неподвижных точек является прямая, называемая **осью симметрии** (рис. 83).

Пусть прямая  $l$  является осью симметрии, точка  $A \notin l$ .  $A'$  является симметричной точке  $A$  относительно прямой  $l$ , если  $OA' = OA$  и  $AA' \perp l$  (рис. 84).

Преобразованием симметрии относительно прямой  $l$  называется такое преобразование фигуры  $F$  в фигуру  $F'$ , при котором каждая ее точка  $A$  переходит в точку  $A'$ , симметричную относительно прямой  $l$ .

Такие фигуры  $F$  и  $F'$  называются **симметричными** относительно прямой  $l$  (рис. 84).

Если преобразование фигуры относительно прямой  $l$  переводит ее в саму себя, то эта фигура называется **симметричной** относительно данной прямой  $l$ , а прямая  $l$  называется **осью симметрии** фигуры (рис. 85).

## Поворот

**Поворот** — вид движения. Поворотом на плоскости около данной точки называется такое движение, при котором каждый луч, исходящий

из этой точки, поворачивается на один и тот же угол в одном и том же направлении (рис. 86).

Угол, на который поворачивается фигура относительно точки, называется **углом поворота**.

## Параллельный перенос

**Параллельный перенос** — частный случай движения, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние (рис. 87).

Иначе, если  $M$  — первоначальное, а  $M'$  — смещенное положение точки, то вектор  $\overline{MM'}$  — один и тот же для всех пар точек, соответствующих друг другу в данном преобразовании.

Пусть есть произвольная точка  $A(x; y)$  фигуры  $F$  и точка  $A'(x+a; y+b)$  фигуры  $F'$ . Параллельным переносом называется такое преобразование фигуры  $F$ , при котором любая ее точка с координатами  $(x; y)$  переходит в точку с координатами  $(x+a; y+b)$ , где  $a$  и  $b$  одни и те же для всех точек  $(x; y)$ , вектор  $\overline{MM'} = (a, b)$ .

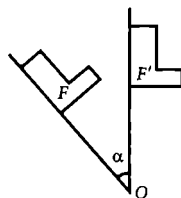


Рис. 86

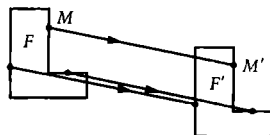


Рис. 87

## Подобие

**Подобие** — преобразование евклидова пространства, при котором для любых двух точек  $A$ ,  $B$  и их образов  $A'$ ,  $B'$  имеет место соотношение  $|A'B'| = k|AB|$ , где  $k$  — положительное число, называемое **коэффициентом подобия** (рис. 88).

Движение (в том числе и тождественное) также можно рассматривать как преобразование подобия с коэффициентом  $k = 1$ .

Если при преобразовании фигуры  $F$  в фигуру  $F'$  расстояние между точками изменяется в  $k$  раз, то такое преобразование называется **преобразованием подобия** (рис. 89).

При этом произвольные точки  $AB$  фигуры  $F$  переходят в точки  $A'B'$  фигуры  $F'$ , так что  $A'B' = k \times AB$ .

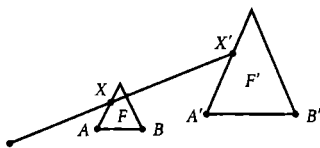


Рис. 88

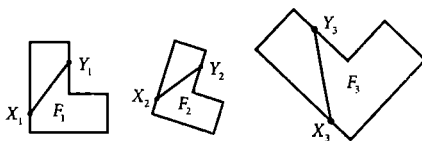


Рис. 89

## Свойства подобия

- Подобие есть взаимно однозначное отображение евклидова пространства на себя.
- Подобие сохраняет порядок точек на прямой, то есть если точка  $B$  лежит между точками  $A$  и  $C$ , то соответствующие им образы  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  также лежат между точками  $A'$  и  $C'$ .
- Точки, не лежащие на прямой, при любом подобии переходят в точки, не лежащие на одной прямой.
- Подобие преобразует прямую в прямую, отрезок в отрезок, луч в луч, угол в угол, окружность в окружность.
- При подобии угол сохраняет свою величину.

- Подобие с коэффициентом  $k \neq 1$ , преобразующее каждую прямую в параллельную ей прямую, является гомотетией с коэффициентом  $k$  или  $-k$ .
- Каждое подобие можно рассматривать как композицию движения  $D$  и некоторой гомотетии  $\Gamma$  с положительным коэффициентом.
- Два треугольника являются подобными, если их соответственные углы равны или стороны пропорциональны (см. «Признаки подобия треугольников»).
- Площади подобных фигур пропорциональны квадратам их сходственных линий (например, сторон). Так, площади кругов пропорциональны отношению квадратов их диаметров (или радиусов).
- Если фигура  $F_1$  подобна фигуре  $F_2$ , а фигура  $F_2$  подобна фигуре  $F_3$ , то фигуры  $F_1$  и  $F_3$  подобны (рис. 89).

## Гомотетия

**Гомотетия** — один из видов преобразования подобия.

Гомотетией с центром  $O$  и коэффициентом  $k$  ( $k \neq 1$ ) называют преобразование плоскости (или пространства), переводящее точку  $X$  в точку  $X'$ , обладающую свойством  $\overrightarrow{OX'} = k\overrightarrow{OX}$  (рис. 90).

Гомотетию с центром  $O$  и коэффициентом  $k$  часто обозначают через  $H_O^k$ .

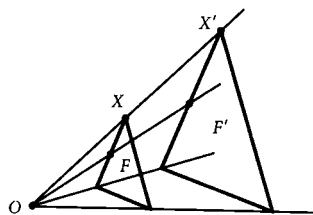


Рис. 90

### Свойства гомотетии

- При коэффициенте гомотетии, равном 1, гомотетия является преобразованием тождества: образ гомотетии каждой точки совпадает с ней самой.
- При коэффициенте гомотетии, равном 0, гомотетия является прокрустовым преобразованием: вся плоскость отображается в одну точку — центр гомотетии.
- Частным случаем гомотетии (при коэффициенте гомотетии, равном  $-1$ ) является центральная симметрия.
- Отрезок преобразуется в отрезок.
- При гомотетии угол переходит в равный ему угол.

# ФИЗИКА

## Система СИ

СИ определяет основные единицы измерения физических величин, их производные, а также набор приставок для формирования кратных и дольных единиц.

### Основные единицы

Величина	Единица измерения (обозначение)	Определение
Длина, $L$	Метр, metre (м, m)	Физическая величина, числовая характеристика протяженности
Масса, $M$	Килограмм, kilogram (кг, kg)	Физическая величина. В зависимости от того, какое свойство объекта характеризует масса, различают: гравитационную массу, являющуюся мерой гравитационного взаимодействия тел; инертную массу, являющуюся мерой инертности
Время, $T$	Секунда, second (с, s)	Наряду с пространством одна из форм существования материи и одна из координат пространства-времени
Сила тока, $I$	Ампер, ampere (А)	Скалярная величина, численно равная заряду, протекающему в единицу времени через поперечное сечение проводника в $1 \text{ м}^2$
Термодинамическая температура, $\Theta$ , $T$	Кельвин, kelvin (К)	Физическая величина, характеризующая среднюю кинетическую энергию частиц макроскопической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия. В равновесном состоянии температура имеет одинаковое значение для всех макроскопических частей системы
Сила света, $J$	Кандела, candela (Кд, cd)	Количественная величина потока излучения, приходящегося на единицу телесного угла предела его распространения, или иначе — количество света, приходящееся на 1 стерадиан
Количество вещества, $N$	Моль, mole (Моль, mol)	Физическая величина, характеризующая количество однотипных структурных единиц, содержащихся в веществе. Под структурными единицами понимаются любые частицы, из которых состоит вещество (атомы, молекулы, ионы, электроны или любые другие частицы)

## Дополнительные единицы СИ и измеряемые ими величины

Величина	Единица измерения (обозначение)	Определение
Плоский угол	Радан (Рад, rad)	Неограниченная геометрическая фигура, образованная двумя лучами (сторонами угла), выходящими из одной точки (вершины угла)
Телесный угол	Стерadian (Ср, sr)	Часть пространства, объединяющая все лучи, выходящие из данной точки (вершины угла) и пересекающие некоторую поверхность, стягивающую данный телесный угол

## Производные единицы с собственными названиями

Величина	Единица измерения (обозначение)	Определение
Частота, $f, \nu, \omega$	Герц, hertz (Гц, Hz)	Физическая величина, характеристика периодического процесса, равная числу полных циклов, совершенных за единицу времени
Сила, $F$	Ньютон, newton (Н, N)	Векторная физическая величина, мера механического взаимодействия тел или полей
Энергия, $E, W$	Джоуль, joule (Дж, J)	Скалярная физическая величина, мера различных форм движения материи и перехода материи из одних форм в другие
Мощность, $N$	Ватт, watt (Вт, W)	Физическая величина, равная отношению работы, выполняемой за некоторый промежуток времени, к этому промежутку времени
Давление, $P$	Паскаль, pascal (Па, Pa)	Физическая величина, характеризующая состояние сплошной среды и численно равная силе $F$ , действующей на единицу площади поверхности $S$ перпендикулярно этой поверхности
Световой поток, $\Phi_v$	Люмен, lumen (Лм, lm)	Мощность лучистой энергии, оцениваемая по производимому ею зрительному ощущению или по ее действию на селективный приемник света
Освещенность, $E$	Люкс, lux (Лк, lx)	Физическая величина, численно равная световому потоку, падающему на единицу поверхности
Электрический заряд, $q, Q$	Кулон, coulomb (Кл, C)	Источник электромагнитного поля, связанный с материальным носителем; внутренняя характеристика элементарной частицы, определяющая ее электромагнитное взаимодействие
Разность потенциалов (напряжение), $U, \lambda_{\phi}$	Вольт, volt (В, V)	Скалярная величина, равная отношению работы электрического поля по перемещению положительного заряда из одной точки поля в другую к величине этого заряда

Сопротивление, $R$	Ом, ohm (Ом, $\Omega$ )	Скалярная физическая величина, характеризующая свойства проводника, и равная отношению напряжения на концах проводника к силе электрического тока, протекающему по нему
Емкость, $C$	Фарад, farad (Ф, F)	Характеристика проводника, мера его способности накапливать электрический заряд
Магнитный поток, $\Phi$	Вебер, weber (Вб, Wb)	Физическая величина, которая представляет поток $\Phi$ вектора магнитной индукции $B$ через какую-либо поверхность
Магнитная индукция	Тесла, tesla (Тл, T)	Физическая величина, которая представляет среднее значение суммарной напряженности микроскопических магнитных полей, созданных отдельными электронами и другими элементарными частицами
Индуктивность	Генри, henry (Гн, H)	Физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрических цепей и равная отношению потока $\Phi$ магнитной индукции, пересекающего поверхность, ограниченную проводящим контуром, к силе тока в этом контуре
Электрическая проводимость	Сименс, siemens (См, S)	Величина, обратная сопротивлению
Активность (радиоактивного источника)	Беккерель, becquerel (Бк, Bq)	Физическая величина, которая представляет собой число радиоактивных распадов в единицу времени
Поглощенная доза ионизирующего излучения	Грэй, gray (Гр, Gy)	Физическая величина, которая показывает, какое количество энергии излучения поглощено в единице массы любого облучаемого вещества и определяется отношением поглощенной энергии ионизирующего излучения на массу вещества
Эффективная доза ионизирующего излучения	Зиверт, sievert (Зв, Sv)	Величина, используемая как мера риска возникновения отдаленных последствий облучения всего тела человека и отдельных его органов и тканей с учетом их радиочувствительности. Она представляет сумму произведений эквивалентной дозы в органах и тканях на соответствующие взвешивающие коэффициенты
Активность катализатора	Катал, katal (Кат, kat)	Физическая величина, определяющая свойство катализатора ускорять химическую реакцию и определяют как скорость реакции в данных условиях за вычетом скорости той же реакции в отсутствие катализатора

**Некоторые неметрические единицы, применяемые в англоязычных странах**

Единица	Через единицы СИ
<b>Длина</b>	
Миля морская (Великобритания)	1,85318 км
Миля морская (международная)	1,852 км
Миля (США)	1,60934 км
Кабельтов (международный)	185,2 м
Ярд	914,4 мм
Фут	304,8 мм
Дюйм	25,4 мм
Линия (1/10 дюйма)	2,54 мм
Калибр (1/100 дюйма)	254 мкм
<b>Площадь</b>	
Квадратная миля (США)	2,58999 км <sup>2</sup>
Акр	4046,86 м <sup>2</sup> = 0,404686 га
Квадратный ярд	0,836127 м <sup>2</sup>
Квадратный фут	929,030 см <sup>2</sup>
<b>Объем</b>	
Акрфут	1233,48 м <sup>3</sup>
Тонна регистровая	2,83168 м <sup>3</sup>
Кубический ярд	0,764555 м <sup>3</sup>
Кубический фут	28,3169 дм <sup>3</sup>
Кубический дюйм	16,3871 см <sup>3</sup>
Баррель нефтяной (США)	158,987 дм <sup>3</sup>
Баррель сухой (США)	115,627 дм <sup>3</sup>
Бушель (Великобритания)	36,3687 дм <sup>3</sup>
Бушель (США)	35,2391 дм <sup>3</sup>
Галлон (Великобритания)	4,54609 дм <sup>3</sup>
Галлон сухой (США)	4,40488 дм <sup>3</sup>
Галлон жидкостный (США)	3,78541 дм <sup>3</sup>
Кварта (Великобритания)	1,1361 дм <sup>3</sup>
Кварта сухая (США)	1,10122 дм <sup>3</sup>
Кварта жидкостная (США)	0,946353 дм <sup>3</sup>
Унция жидкостная (Великобритания)	28,413 см <sup>3</sup>

**Приставки для кратных единиц**

Кратность	Приставка		Обозначение		Пример
	русская	международная	русское	международное	
$10^1$	дека	deca	да	da	дал — декалитр
$10^2$	гекто	hecto	г	h	гПа — гектопаскаль
$10^3$	кило	kilo	к	k	кН — килоньютон
$10^6$	мега	Mega	М	M	МПа — мегапаскаль
$10^9$	гига	Giga	Г	G	ГГц — гигагерц
$10^{12}$	тера	Tera	Т	T	ТВ — теравольт
$10^{15}$	пета	Peta	П	P	Пфлоп — петафлоп
$10^{18}$	экса	Exa	Э	E	ЭБ — эксабайт
$10^{21}$	зетта	Zetta	З	Z	ЗэВ — зеттаэлектрон-вольт
$10^{24}$	йотта	Yotta	И	Y	ИБ — йоттабайт

**Приставки для дольных единиц**

Дольность	Приставка		Обозначение		Пример
	русская	международная	русское	международное	
$10^{-1}$	деци	deci	д	d	дм — дециметр
$10^{-2}$	санти	centi	с	c	см — сантиметр
$10^{-3}$	милли	milli	м	m	мН — миллиньютон
$10^{-6}$	микро	micro	мк	$\mu$ (u)	мкм — микрометр, микрон
$10^{-9}$	нано	nano	н	n	нм — нанометр
$10^{-12}$	пико	pico	п	p	пФ — пикофарад
$10^{-15}$	фемто	femto	ф	f	фс — фемтосекунда
$10^{-18}$	атто	atto	а	a	ас — аттосекунда
$10^{-21}$	зепто	zepto	з	z	зКл — зептокулон
$10^{-24}$	йокто	yocto	и	y	иг — йоктограмм

**Десятичные приставки к единицам измерения в двоичном счислении**

1 килобайт =  $1024^1 = 2^{10} = 1024$  байт

1 мегабайт =  $1024^2 = 2^{20} = 1\,048\,576$  байт

1 гигабайт =  $1024^3 = 2^{30} = 1\,073\,741\,824$  байт

1 терабайт =  $1024^4 = 2^{40} = 1\,099\,511\,627\,776$  байт

1 петабайт =  $1024^5 = 2^{50} = 1\,125\,899\,906\,842\,624$  байт

1 эксабайт =  $1024^6 = 2^{60} = 1\,152\,921\,504\,606\,846\,976$  байт

1 зеттабайт =  $1024^7 = 2^{70} = 1\,180\,591\,620\,717\,411\,303\,424$  байт

1 йоттабайт =  $1024^8 = 2^{80} = 1\,208\,925\,819\,614\,629\,174\,706\,176$  байт

# Механика

**Механика** — раздел физики, изучающий закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Механика включает следующие (во многом перекрывающиеся) разделы: классическая механика, теоретическая механика, нелинейная динамика, релятивистская механика, квантовая механика, небесная механика, теория колебаний, теория устойчивости и катастроф, механика сплошных сред, теория упругости, теория пластичности, статистическая механика, сопротивление материалов и др.

В механике рассматривают три стандартных раздела: кинематику, динамику, статику.

**Кинематика** изучает движение тел, не учитывая причины, обуславливающие это движение.

**Динамика** изучает законы движения тел и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

**Статика** изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесий. Поэтому законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает.

Объекты, изучаемые механикой, называются **механическими системами**.

Механическая система обладает определенным числом  $k$  степеней свободы и описывается с помощью обобщенных координат  $q_1, \dots, q_k$ .

Задача механики состоит в изучении свойств механических систем, и, в частности, в выяснении их эволюции во времени.

Наиболее важными механическими системами являются: материальная точка, гармонический осциллятор, математический маятник, крутильный маятник, абсолютно твердое тело, деформируемое тело, абсолютно упругое тело, сплошная среда.

**Основная задача механики:** определение положения тела в пространстве в каждый момент времени.

**Механическое движение** — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

**Движение тела относительно:** для определения движения тела необходимо выбрать другое тело, условно принятое за неподвижное.

**Рассматривают следующие виды движения тел:**

- поступательное (все точки тела двигаются одинаково);
- вращательное (точки тела описывают окружности);
- колебательное (возвратно-поступательное либо возвратно-вращательное).

Поступательное движение изучается как движение материальной точки, т. к. все точки тела в этом случае движутся одинаково.

## Основные понятия и определения

**Система отсчета** — система координат, жестко связанная с телом отсчета, и способ измерения времени (часы).

Существует бесконечное множество систем отсчета, выбор соответствующей системы отсчета обусловлен удобством и простотой решения физической задачи.

**Материальная точка** — тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Это возможно, если: размеры тела малы по сравнению с расстоянием при его движении; все точки тела движутся одинаково (имеют одинаковые траектории и одинаковые скорости).

**Абсолютно твердое тело** — тело, взаимное расположение частиц которого при его движении остается неизменным.

**Сплошная среда** — совокупность частиц, расположенных на бесконечно малых расстояниях друг от друга и связанных упругими силами притяжения и отталкивания.

**Равномерное прямолинейное движение** — движение, при котором материальная точка движется по прямой линии и в любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

**Неравномерное движение** — движение, при котором скорость точки изменяется со временем по величине и (или) по направлению.

**Равномерное вращательное движение** — движение, при котором за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.

**Траектория** — линия, вдоль которой движется материальная точка.

**Пройденный путь** — расстояние, пройденное точкой по траектории.

**Перемещение** — вектор, направленный из положения материальной точки в начальный момент времени к ее положению в конце промежутка времени наблюдения.

**Для равномерного движения** ( $\vec{a} = 0, \vec{v} = \text{const}$ ):  $\vec{s} = \vec{v}t$ , где  $\vec{v}$  — скорость тела (м/с),  $t$  — время (с).

**Для равнопеременного движения** ( $\vec{a} = \text{const}$ ):  $\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ , или  $\vec{s} = \frac{(\vec{v}^2 - \vec{v}_0^2)}{2\vec{a}}$ , где  $\vec{v}_0$  — начальная скорость (м/с),  $\vec{a}$  — ускорение (м/с<sup>2</sup>),  $t$  — время (с).

**Скорость** — вектор, характеризующий направление и быстроту перемещения точки.

**Для равномерного движения** ( $\vec{a} = 0, \vec{v} = \text{const}$ ):  $\vec{v} = \Delta \vec{s} / \Delta t$ , где  $\Delta \vec{s}$  — пройденный путь (м),  $\Delta t$  — промежуток времени (с).

**Для равнопеременного движения** ( $\vec{a} = \text{const}$ ):  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ , или  $\vec{v} = \sqrt{\vec{v}_0^2 + 2\vec{a}\vec{s}}$ , где  $\vec{v}_0$  — начальная скорость (м/с),  $\vec{s}$  — перемещение (м),  $\vec{a}$  — ускорение (м/с<sup>2</sup>),  $t$  — время (с).

**Мгновенная скорость** — величина, равная пределу средней векторной скорости при стремлении к нулю промежутка времени  $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ , где  $\Delta \vec{s}$  — приращение перемещения (м),  $\Delta t$  — приращение времени (с).

**Средняя скорость** — отношение пути к промежутку времени, в течение которого материальная точка прошла этот путь (скаляр):  $\vec{v}_{cp} = \frac{l}{\Delta t}$ , где  $l$  — путь (м),  $\Delta t$  — промежуток времени (с).

Или: **средняя скорость** — отношение перемещения точки к промежутку времени, в течение которого точка совершила это перемещение (вектор):  $\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$ , где  $\Delta \vec{s}$  — перемещение (м),  $\Delta t$  — промежуток времени (с).

**Угловая скорость** — вектор, характеризующий скорость вращения тела. Вектор угловой скорости по величине равен углу поворота тела в единицу времени.

При **равномерном вращательном движении** точки по окружности скорость  $\omega$  не меняется по модулю; касательное (тангенциальное) ускорение равно нулю ( $\vec{a}_* = 0$ ) но меняется по направлению ( $\vec{a} = \vec{a}_n$ ):  $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ , или  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ , где  $\Delta \varphi$  — угол поворота радиус-вектора (рад),  $\Delta t$  — промежуток времени (с),  $T$  — период вращения (Гц),  $\nu$  — частота (с<sup>-1</sup>).

При **равнопеременном вращательном движении** (угловое ускорение  $\varepsilon = \text{const}$ ):  $\omega = \omega_0 + \varepsilon(t - t_0)$ , или  $\omega = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ , где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость (1/с),  $\varepsilon$  — угловое ускорение (1/с<sup>2</sup>),  $t$  — время (с).



**Полное ускорение при неравномерном движении по окружности.**

Если тело движется по окружности неравномерно (рис. 2), то появляется **касательная (тангенциальная) составляющая ускорения** ( $\vec{a}_\kappa$ ):  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_\kappa$ ,  $\vec{a}_\kappa = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ,

где  $\Delta \vec{v}$  — изменение линейной скорости (м/с),  $\Delta t$  — промежуток времени (с).

При  $r = \text{const}$  изменение угловой скорости обусловлено изменением линейной скорости:  $\vec{a}_\kappa = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = r \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = r \varepsilon$ , где  $\Delta \vec{\omega}$  — приращение угловой скорости (1/с),  $\varepsilon$  — приращение углового ускорения 1/с<sup>2</sup>.

**Период вращения** — время оборота точки по окружности до совпадения с начальным положением:  $T = \frac{1}{\nu}$ , где  $\nu$  — частота вращения с<sup>-1</sup>.

**Частота вращения** — физическая величина, равная числу полных оборотов за единицу времени.  $\nu = \frac{1}{T}$ , где  $T$  — число полных оборотов в единицу времени.

**Момент инерции** — скалярная физическая величина, мера инертности тела при вращательном движении вокруг оси.

Момент инерции равен сумме произведений элементарных масс на квадрат их расстояний до базового множества (точки, прямой или плоскости):  $J = \sum (m_i r_i^2)$ , где  $m_i$  — масса  $i$ -й точки,  $r_i$  — расстояние от  $i$ -й точки до оси.

**Осевой момент инерции тела:**  $J = \int r^2 dm = \int \rho \cdot r^2 dV$ , где  $dm = \rho dV$  — масса малого элемента объема тела  $dV$ ,  $\rho$  — плотность,  $r$  — расстояние от элемента  $dV$  до оси  $a$ .

Если тело однородно,  $J = \rho \int r^2 dV$ .

**Импульс (количество движения)** — векторная физическая величина, характеризующая меру механического движения тела.

В классической механике импульс тела равен произведению массы данной точки на ее скорость; направление импульса совпадает с направлением вектора скорости:  $\vec{p} = m\vec{v}$ , где  $m$  — масса (кг),  $\vec{v}$  — скорость (м/с).

**Момент импульса (кинетический момент, угловой момент, орбитальный момент, момент количества движения)** — характеризует количество вращательного движения. Величина зависит от массы вращаемого тела, от того, как она распределена относительно оси вращения и с какой скоростью происходит вращение.

Момент импульса относительно точки — это псевдовектор, момент импульса относительно оси — скаляр.

Момент импульса  $L$  частицы относительно некоторого начала отсчета:  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$ , где  $\vec{r}$  — радиус-вектор частицы относительно выбранного неподвижного в данной системе начала отсчета,  $\vec{p}$  — импульс частицы,  $m$  — масса частицы (кг),  $\vec{v}$  — скорость (м/с).

Для системы частиц выполняется выражение:  $\vec{L}_\Sigma = \sum_i \vec{L}_i$ .

Для систем, совершающих вращение вокруг одной из осей симметрии:  $\vec{L} = \vec{I} \vec{\omega}$ , где  $\vec{I}$  — вектор момента инерции,  $\vec{\omega}$  — вектор угловой скорости.

Если ось вращения неизменна, то  $L$  рассматривают как проекцию псевдовектора на ось вращения (т. е. скаляр).

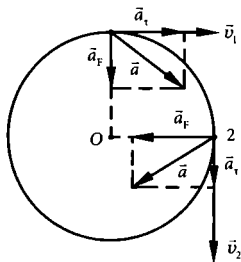


Рис. 2

Знак  $L$  в этом случае зависит от направления вращения:  $L = |r||p|\sin\theta_r$ , где  $\theta_r$  — угол между  $r$  и  $p$ , определяемый так, чтобы поворот от  $r$  к  $p$  производился против часовой стрелки с точки зрения наблюдателя, находящегося на положительной части оси вращения.

Производная момента импульса ( $L$ ) по времени — **момент силы** ( $M$ ):

$$M = \frac{dL}{dt} = r \times F, \text{ где } F \text{ — сила (Н).}$$

**Сила** — векторная физическая величина, мера интенсивности воздействия на данное тело других тел, а также полей. Сила, приложенная к телу, обладающему массой, является причиной изменения его скорости или возникновения деформаций.  $\vec{F} = m\vec{a}$ , где  $m$  — масса тела (кг),  $\vec{a}$  — ускорение тела ( $\text{м/с}^2$ ).

**Момент силы (вращающий момент)** — момент силы относительно центра  $O$  — векторное произведение (псевдовектор) радиуса-вектора, лежащего в плоскости окружности, описываемой точкой приложения вращающей силы на саму эту силу:

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ , или  $\vec{M} = \vec{F}l = \vec{F}\vec{r}\sin\alpha$ , или  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ , где  $\vec{F}$  — сила (Н),  $\vec{r}$  — радиус-вектор (м),  $\vec{L}$  — момент импульса,  $l$  — длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на линию действия силы (м),  $\alpha$  — угол между вектором силы  $\vec{F}$  и вектором положения  $\vec{r}$ .

Направление псевдовектора  $\vec{M}$  зависит от направления вектора силы.

Вращающий момент связан с угловым ускорением тела  $\vec{\epsilon}$ :  $\vec{M}_{\text{вр}} = \vec{I}\vec{\epsilon} + \frac{\vec{\omega}d\vec{I}}{dt}$ , где  $\vec{I}$  — момент инерции тела относительно оси вращения,  $\vec{\epsilon}$  — угловое ускорение тела ( $1/\text{с}$ ).  $\vec{\omega}$  — вектор угловой скорости.

**Сила Кориолиса** — вводится искусственно при рассмотрении движений в системах отсчета, вращающихся относительно инерциальных (рис. 3).

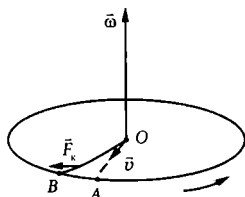


Рис. 3

$\vec{F}_k = -2(\vec{\omega} \times \vec{v}) \cdot m = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$ , где  $\vec{\omega}$  — угловая скорость вращения диска,  $m$  — масса,  $\vec{v}$  — линейная скорость.

**Кориолисово ускорение:**  $\vec{a}_k = 2[\vec{v}, \vec{\omega}]$ .

Величина силы Кориолиса пропорциональна скорости движения тела, его массе и угловой скорости вращения Земли (рис. 4).

Если тело удаляется от оси вращения, то сила  $\vec{F}_k$  направлена противоположно вращению и замедляет его.

Если тело приближается к оси вращения, то  $\vec{F}_k$  направлена в сторону вращения.

Если движение тела ограничено боковой связью, то тело давит на эту связь с силой, равной  $\vec{F}_k$ . Поэтому реки северного полушария подмывают правые берега, а воздушные течения приобретают правое вращение (по часовой стрелке).

С учетом всех сил инерции, **уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета** примет вид:

$$m\vec{a}' = \vec{F}_{\text{ин}} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_k,$$

$\vec{F}_{\text{ин}}$  — сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета:

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a},$$

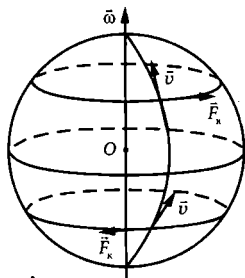


Рис. 4

$\vec{F}_{цб} + \vec{F}_k$  — две силы инерции (центробежная и Кориолисова), обусловленные вращательным движением системы отсчета:  $\vec{F}_{цб} = m\vec{a}'$ ,  $\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}]$ ,  $\vec{a}'$  — ускорение тела относительно неинерциальной системы отсчета.

**Гироскоп** — быстро вращающееся тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве.

**Прецессия** — явление, при котором ось вращающегося объекта поворачивается, например, под действием внешних моментов. При попытке изменить наклон оси гироскопа, она начинает **прецессионное движение**. При снятии внешней силы, стремящейся наклонить ось, прецессия немедленно прекращается. Скорость прецессии зависит от скорости вращения гироскопа.

**Угловая скорость прецессии** в случае, когда один из концов оси гироскопа закреплен, а другой нет:  $\Omega = \frac{M}{(J \cdot \omega)}$ , где  $M$  — момент силы, опрокидывающей гироскоп;  $J$  — момент инерции гироскопа;  $\omega$  — его собственная угловая скорость вращения; формула верна при условии  $\omega \gg \Omega$ .

В общем случае  $M = [\Omega \times L] = \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial (J \cdot \omega)}{\partial t} = J \cdot \epsilon$ , где  $L$  — момент импульса гироскопа;  $\epsilon$  — его векторное угловое ускорение.

**Нутация** — слабое нерегулярное движение вращающегося тела, совершающего прецессию — подрагивание оси вращения. Это слабое изменение так называемого угла нутации между осями собственного и прецессионного вращения тела. Амплитуда нутационных колебаний зависит от скорости вращения гироскопа.

На рис. 5:  $R$  — собственное вращение,  $P$  — прецессия,  $N$  — нутация.

**Давление** — физическая величина, характеризующая состояние сплошной среды и численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$  перпендикулярно этой поверхности:  $P = \frac{F}{S}$ , где  $F$  — сила (Н),  $S$  — площадь ( $m^2$ ).

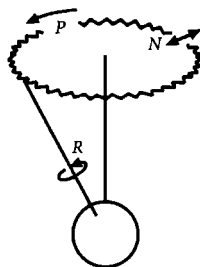


Рис. 5

При движении опоры вверх (вниз):  $P = m(g \pm a)$ , где  $m$  — масса тела (кг),  $g$  — ускорение свободного падения ( $m/c^2$ ),  $a$  — ускорение опоры ( $m/c^2$ ).

При движении тела по вогнутой (выпуклой) траектории:  $P = m \left( g \pm \frac{v^2}{r} \right)$ , где  $m$  — масса тела (кг),  $g$  — ускорение свободного падения ( $m/c^2$ ),  $v$  — скорость тела ( $m/c$ ),  $r$  — радиус кривизны траектории (м).

**Трение** — процесс взаимодействия твердых тел при их относительном движении (смещении) либо при движении твердого тела в газообразной или жидкой среде.

Различают:

- трение скольжения — сила, возникающая при поступательном перемещении одного из контактирующих тел относительно другого и действующая на это тело в направлении, противоположном направлению скольжения;
- трение качения — момент сил, возникающий при качении одного из двух контактирующих/взаимодействующих тел относительно другого;
- трение покоя — сила, возникающая между двумя контактирующими телами и препятствующая возникновению относительного движения. Эту силу необходимо преодолеть для того, чтобы привести два контактирующих тела в движение друг относительно друга. Она действует в направлении, противоположном направлению возможного движения.

Сила трения скольжения:  $\vec{F} = \mu N$ , где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения (безразмерная величина),  $N$  — сила реакции опоры (Н).

Сила трения качения:  $F = \frac{f_k N}{r}$ , где  $r$  — радиус катящегося тела (м),  $f_k$  — коэффициент трения качения (м),  $N$  — сила реакции опоры (Н).

**Упругость** — под действием внешних сил возникают деформации (т. е. изменение размеров и формы) тел.

Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется упругой.

Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, называемого **пределом упругости**.

При превышении этого предела деформация становится **пластичной**, или неупругой, т. е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливаются.

**Работа** — физическая величина, количественная характеристика действия силы  $F$ . Работа зависит от модуля и направления силы и от перемещения точки приложения.

При прямолинейном движении и  $F = \text{const}$ :  $A = F s \cos \alpha$ , где  $F$  — сила (Н),  $s$  — перемещение (м),  $\alpha$  — угол между вектором силы и вектором перемещения (рис. 6).

При  $\alpha < 90^\circ$  работа положительна, при  $\alpha = 90^\circ$   $A = 0$ , при  $\alpha > 90^\circ$  работа отрицательна — сила тормозит тело.

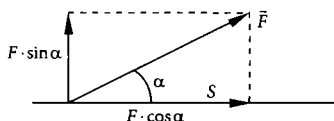


Рис. 6

Работа нескольких сил равна сумме работ этих сил по перемещению тела.

Работа пружины равна:

$$A = \int dA = - \int_0^x kx dx = - \frac{kx^2}{2}.$$

**Мощность** — величина, равная отношению работы к промежутку времени, в течение

которого она совершается:  $P = \frac{\Delta A}{\Delta t}$ , где  $\Delta A$  — работа (Дж),  $\Delta t$  — промежуток времени (с).

**КПД** — коэффициент полезного действия равен отношению полезной работы, совершенной машиной, к полной работе:  $\eta = \frac{A_{\text{полезн.}}}{A_{\text{полн.}}}$ .

**Энергия** — способность тела совершать работу:  $E = A$ .

Механическая энергия изолированной системы равна сумме кинетической и потенциальной энергий:  $W_{\text{м}} = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}$ .

Полная энергия системы складывается из всех присущих системе видов энергии.

Изменение энергии неизолированной системы равно работе, совершаемой системой.  $\Delta W = -A$ .

**Кинетическая энергия** — механическая энергия связана с движением системы либо ее частей.

Кинетическая энергия при движении тела под действием силы:

$$A = \int \vec{F} d\vec{s} = \int \frac{d(m\vec{v})}{dt} d\vec{s} = m \int \vec{v} d\vec{v} = m \frac{v^2}{2} - m \frac{v_0^2}{2} \quad \text{при } m = \text{const} \quad W_{\text{к}} = mv^2/2, \text{ где } F —$$

сила (Н),  $v$  — скорость (м/с),  $v_0$  — начальная скорость (м/с),  $m$  — масса (кг),  $s$  — перемещение (м).

**Кинетическая энергия вращательного движения:**

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + 2m(\pi v r)^2 = \frac{mv^2}{2} + 2J(\pi v)^2, \text{ где } I — \text{ момент инерции тела}$$

относительно оси вращения,  $m$  — масса тела,  $v$  — его тангенциальная (линейная) ско-

ность,  $\omega$  — угловая скорость вращения в радианах в секунду,  $r$  — расстояние между центром масс и осью вращения,  $\nu$  — частота вращения в оборотах в секунду,  $J$  — момент инерции.

Для системы жестко связанных точечных тел ее общая энергия вращения равна сумме энергий каждого из составляющих ее тел:  $W_k = \sum W_{ki}$ .

Для тела, размеры которого сравнимы с расстоянием до оси вращения либо если ось вращения проходит внутри него:  $W_k = \int \frac{\rho(r\omega)^2}{2} dV$ , где  $\rho$  — плотность тела в его различных частях;  $\omega$  — угловая скорость вращения (1/с),  $r$  — расстояние между центром масс и осью вращения (м).

$$\text{Если } \rho \text{ и } \omega = \text{const: } E = \left( \omega^2 \cdot \frac{\rho}{2} \right) \int r^2 dV.$$

**Потенциальная энергия в поле тяжести:**  $W_n = A = \int (\vec{F} d\vec{s}) = mg \int_{h_0}^h d\vec{s} = mgh - mgh_0$ ,

при  $m = \text{const}$ ,  $g \sim 9,81 \text{ м/с}^2$ .  $W_n = mg\Delta h$ , где  $g$  — ускорение свободного падения (м/с<sup>2</sup>),  $\Delta h$  — разность высот (м),  $m$  — масса (кг).

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории и определяется только начальным и конечным положением тела.

На замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю, т. к. потенциальная энергия не меняется.

Для пружины:  $W_n = \frac{kx^2}{2}$ , где  $k$  — коэффициент жесткости,  $x$  — абсолютная деформация пружины.

Работа силы упругости зависит только от координат (начальной и конечной деформаций) тела и, следовательно, не зависит от траектории. Работа по замкнутой траектории равна нулю.

**Консервативные силы** — силы, работа которых не зависит от траектории и по замкнутой траектории равна нулю. Примеры: гравитационные, упругие.

Пространство, в котором действуют консервативные силы, называется **потенциальным полем**.

**Диссипативные силы** — силы, работа которых зависит от траектории и по замкнутой траектории не равна нулю. Пример: сила трения.

**Осевые моменты инерции некоторых тел** — если тело представляет собой композицию из стандартных форм, его момент инерции можно вычислить как сумму моментов составляющих его элементарных форм с учетом доли общей массы, приходящейся на каждую из них.

Если тело участвует в нескольких вращательных движениях, то общая кинетическая энергия вращения равна сумме энергий всех элементарных вращений. Обычно учитывают лишь те из них, которые проявляются в выбранной системе отсчета, либо лишь те, которые в рассматриваемой ситуации изменяют свои параметры (скорость и/или ось вращения). Для расчета воздействия на быстровращающиеся массивные тела необходимо учитывать проявление гироскопических эффектов (прецессии и пр.).

Форма тела	Ось вращения	Момент инерции $J_x$
Плоское кольцо или полый цилиндр любой высоты с тонкими стенками радиусом $R$	Вокруг своей оси	$m \cdot R^2$
Плоское кольцо или цилиндр любой высоты с внешним радиусом $R$ и внутренним $r$	Вокруг своей оси	$m \cdot \frac{R^2 + r^2}{2}$

Форма тела	Ось вращения	Момент инерции $J$
Сплошной диск или цилиндр любой высоты радиусом $R$	Вокруг своей оси, перпендикулярной плоскости диска	$m \cdot \frac{R^2}{2}$
Тонкий сплошной диск радиусом $R$	Вокруг оси, проходящей через центр диска и лежащей в его плоскости	$m \cdot \frac{R^2}{4}$
Полая сфера с тонкими стенками радиусом $R$	Вокруг оси, проходящей через центр	$m \cdot \frac{2R^2}{3}$
Сплошной шар радиусом $R$	Вокруг оси, проходящей через центр	$m \cdot \frac{2R^2}{5}$
Тонкий стержень или пластина длиной $L$	Вокруг перпендикулярной оси, проходящей через центр	$m \cdot \frac{L^2}{12}$
Тонкий стержень или пластина длиной $L$	Вокруг перпендикулярной оси, проходящей через один из концов (не является центральным моментом и вытекает по теореме Штейнера из предыдущего случая)	$m \cdot \frac{L^2}{3} = m \times \left( \frac{L^2}{12} + \left( \frac{L}{2} \right)^2 \right)$

## Основные законы механики

**Закон относительности движения.** При равномерном прямолинейном движении тел, на которые нет внешних воздействий, невозможно выбрать абсолютную точку отсчета и неоспоримо определить, какое тело движется, а какое покоится.

Система отсчета, начало которой движется равномерно и прямолинейно, называется инерциальной системой отсчета.

Все инерциальные системы отсчета равнозначны между собой.

**Первый закон Ньютона.** Тело, движущееся равномерно и прямолинейно, в отсутствие внешних воздействий сохраняет это движение неограниченно долго. Это проявление инертности тел:

$$\text{При } \sum F = 0 \Rightarrow v = \text{const}$$

**Второй закон Ньютона.** Скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе.  $F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{m \Delta v}{t} = ma$ , где  $\Delta p$  — изменение импульса (кг·м/с),  $t$  — время (с),  $\Delta v$  — изменение скорости (м/с),  $a$  — ускорение (м/с<sup>2</sup>).

$$\text{В дифференциальной форме: } F = \frac{dp}{dt}; \quad F = ma + \frac{dmv}{dt}.$$

$$\text{При } m = \text{const} \quad F = ma.$$

**Следствие из второго закона Ньютона.** Если объект не изменяет скорость, то на него не действуют никакие силы либо их действие скомпенсировано.

**Третий закон Ньютона.** Сила, с которой одно тело действует на другое, численно равна и противоположно направлена силе, с которой это второе тело действует на первое (сила действия равна силе противодействия):  $F_{12} = F_{21}$ .

**Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета:**  $ma = ma_0 + F_{\text{инерц.}}$ , где  $a$  — ускорение в неинерциальной,  $a_0$  — ускорение в инерциальной системе отсчета.

Скорость центра масс: 
$$v_{ц.м.} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{\sum_{i=1}^n m_i},$$
 где  $P_i$  — импульс  $i$ -той точки,  $m_i$  — масса

$i$ -той точки.

**Правило моментов.** Для идеального рычага, закрепленного на одном шарнире и находящегося в покое, сумма всех моментов силы, приложенных к рычагу относительно шарнира, равна нулю (все моменты взаимно скомпенсированы).

$$L = \text{const.}$$

**Закон сохранения момента импульса (закон сохранения углового момента).** Векторная сумма всех моментов импульса относительно любой оси для замкнутой системы остается постоянной в случае равновесия системы. В соответствии с этим, момент импульса замкнутой системы относительно любой неподвижной точки не изменяется со временем.

**Теорема Штейнера (теорема о параллельном переносе осей).** Основное уравнение динамики вращательного движения.

Позволяет вычислить момент инерции тела при вращении вокруг оси, не проходящей через центр масс тела (рис. 7):

Момент инерции тела относительно любой оси вращения равен моменту его инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями.

$J = J_c + m \cdot d^2$ , где  $J_c$  — центральный момент инерции,  $m$  — масса тела,  $d$  — расстояние между осями.

**Закон сохранения импульса.** Для любых инерциальных систем отсчета при взаимодействии тел общий механический импульс всей системы взаимодействующих тел остается постоянной величиной — происходит лишь перераспределение импульса между телами:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

**Закон сохранения энергии.** При взаимодействии тел общая энергия всей системы взаимодействующих тел остается постоянной величиной — происходит лишь перераспределение энергии между телами и преобразование ее из потенциальной формы в кинетическую и обратно (в более общем случае возможно преобразование энергии в другие виды, например из механической в электромагнитную или тепловую, однако суммарная энергия системы все равно не изменяется):

$$E_{k_1} + E_{n_1} = E_{k_2} + E_{n_2}.$$

**Закон всемирного тяготения.** Две материальные точки с массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящиеся на расстоянии  $r$  друг от друга, взаимно притягиваются с силой:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2},$$

где  $G$  — гравитационная постоянная.

Ускорение свободного падения:

$$g = \frac{Gm_{\text{планеты}}}{R_{\text{планеты}}^2},$$

первая космическая скорость:

$$v = \sqrt{m_{\text{пл}} G}.$$

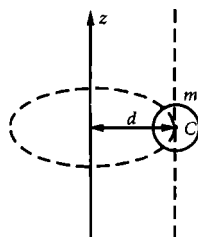


Рис. 7

# Гидростатика

**Гидростатика** — раздел физики сплошных сред, изучающий равновесие жидкостей, в частности, в поле тяжести.

## Основные определения и законы

**Плотность.** Отношение массы жидкости к занимаемому объему:  $\rho = \frac{m}{V}$ , где  $m$  — масса жидкости, кг;  $V$  — занимаемый объем,  $\text{м}^3$ .

Плотность однородной жидкости одинакова во всех точках.

**Удельный вес:**  $\gamma = \frac{G}{V}$ , где  $G$  — вес жидкости,  $\text{Н/м}^3$ ,  $V$  — объем,  $\text{м}^3$ .

**Связь между удельным весом и плотностью:**  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{G}{gV} = \frac{\gamma}{g}$ , где  $m$  — масса жидкости, кг;  $V$  — занимаемый объем,  $\text{кг/м}^3$ ;  $G$  — вес жидкости,  $\text{Н/м}^3$ ;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$ .

**Коэффициент температурного расширения.** Относительное изменение объема при изменении температуры на один градус при  $P = \text{const}$ :  $\beta_t = \frac{\Delta W}{W \Delta t}$ , где  $W$  — первоначальный объем,  $\text{м}^3$ ;  $\Delta W$  — изменение объема при изменении температуры,  $\text{м}^3$ ;  $\Delta t$  — изменение температуры,  $^\circ\text{C}$ .

$\beta_t$  зависит от температуры и давления.

При малых значениях  $\beta_t$  изменением плотности жидкости с изменением температуры можно пренебречь.

**Коэффициент объемного сжатия.** Относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления:  $\beta_p = -\frac{\Delta W}{W \Delta p}$ , где  $W$  — первоначальный объем,  $\text{м}^3$ ;  $\Delta W$  — изменение объема при изменении давления,  $\text{м}^3$ ;  $\Delta p$  — изменение давления, Па.

Положительному приращению давления  $P$  соответствует отрицательное приращение объема жидкости.

**Модуль упругости** — величина, обратная коэффициенту объемного сжатия:

$$E = \frac{1}{\beta_p}.$$

**Вязкость.** Обусловлена силами внутреннего трения:  $F = \mu \left| \frac{dv}{dx} \right| S$ , где  $\mu$  — коэф-

фициент динамической вязкости,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $\frac{dv}{dx}$  — градиент скорости, показывает как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении  $x$ , перпендикулярном направлению движения слоев;  $dv$  — разность скоростей перемещающихся слоев воды,  $\text{м/с}$ ;  $dx$  — толщина слоя, м.

Коэффициент  $\mu$  обусловлен силами внутреннего трения, возникающих на единице площади поверхности двух движущихся друг относительно друга слоев жидкости при градиенте скорости  $\frac{dv}{dx} = 1$ .

**Коэффициент кинематической вязкости** — отношение коэффициента динамической вязкости к плотности жидкости:  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ .

Вязкость капельных жидкостей при увеличении температуры уменьшается, а вязкость газов возрастает.

Зависимость коэффициента кинематической вязкости от температуры:

$$\nu = \frac{1,78 \cdot 10^6}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2}.$$

**Ньютоновские жидкости** — жидкости, вязкость которых определяется их химической природой и состоянием (температурой и давлением).

**Неньютоновские жидкости (аномальные)** — жидкости, вязкость которых не постоянна, а зависит от времени действия и величины касательных напряжений.

**Гидростатическое давление**  $P = \rho gh$ , где  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $h$  — высота столба жидкости, м.

В любой точке жидкости гидростатическое давление перпендикулярно площадке, касательной к выделенному объему, и действует внутрь рассматриваемого объема жидкости.

Гидростатическое давление неизменно во всех направлениях.

Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве.

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}, \text{ где } \Delta\omega \text{ — малая площадь, м}^2.$$

**Закон Паскаля.** Внешнее давление, воздействующее на жидкость или газ, передается этими средами во всех направлениях одинаково, поэтому давление жидкости или газа всегда направлено по нормали к каждому элементарному участку поверхности тела, погруженного в них или ограничивающего их.

**Закон Архимеда.** Тело, полностью или частично погруженное в жидкость или газ, испытывает со стороны среды суммарное давление, направленное против силы тяжести и равное весу жидкости в объеме погруженной части тела:  $P_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{погр}}$ , где  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $V_{\text{погр}}$  — объем погруженной части, м<sup>3</sup>.

Для однородного тела, плавающего на поверхности, справедливо соотношение  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{ж}}}$ , где  $V$  — объем плавающего тела;  $\rho_{\text{т}}$  — плотность тела.

**Основное уравнение гидростатики (зависимость давления от глубины).** Для несжимаемой жидкости в однородном поле тяжести:  $P = P_0 + \rho gh = P_0 + \gamma h$ ,  $\gamma h$  — весовое давление, Па;  $P_0$  — давление на внешней поверхности жидкости, Па.

## Гидродинамика

**Гидродинамика** — раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

### Основные определения и законы

**Живое сечение**  $\omega$  (м<sup>2</sup>) — площадь поперечного сечения потока, перпендикулярная к направлению течения.

**Смоченный периметр  $\chi$**  — Часть периметра живого сечения, ограниченная твердыми стенками.

Для круглой трубы:  $\chi = \pi D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2}$ , если угол в радианах; или  $\chi = \pi D \frac{\varphi}{360^\circ}$ , если угол  $\varphi$  в градусах.

**Расход потока  $Q$**  — объем жидкости  $V$ , протекающей за единицу времени  $t$  через живое сечение  $\omega$ :

$$Q = \frac{V}{t}.$$

**Средняя скорость потока  $v$**  — скорость движения жидкости, определяющаяся отношением расхода жидкости  $Q$  к площади живого сечения  $\omega$ :

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q}{\omega}, \text{ м/с.}$$

Скорость движения различных слоев в жидкости отличается друг от друга. Для круглой трубы скорость по оси максимальна, а скорость у стенок трубы минимальна.

**Гидравлический радиус потока  $R$**  — отношение живого сечения к смоченному периметру

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \text{ (м). где } \omega \text{ — живое сечение, м}^2; \chi \text{ — смоченный периметр, м.}$$

**Установившееся движение жидкости** — движение, при котором в данной точке русла давление и скорость не изменяются во времени.

$$v = f(x, y, z)$$

$$P = \varphi f(x, y, z)$$

**Неустановившееся, или нестационарное движение** — движение, при котором скорость и давление изменяются не только в зависимости от координат, но и от времени:

$$v = f_1(x, y, z, t)$$

$$P = \varphi f_1(x, y, z, t)$$

**Линия тока** — кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной (для неустановившегося движения).

**Трубка тока** — трубчатая поверхность, образуемая линиями тока с бесконечно малым поперечным сечением.

Часть потока, заключенная внутри трубки тока называется **элементарной струйкой**.

**Напорное течение** наблюдается в закрытых руслах без свободной поверхности. Например, в трубопроводах с повышенным (пониженным давлением).

**Безнапорное течение** со свободной поверхностью, которое наблюдается в открытых руслах (реки, открытые каналы и т. п.).

**Уравнение неразрывности течений.** Расход жидкости через трубу в любом ее сечении постоянен:

$$Q_1 = Q_2 = \text{const},$$

$$\text{откуда } \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2.$$

Если течение в трубе является сплошным и неразрывным, то уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \text{const},$$

где  $\omega$  — живое сечение, м<sup>2</sup>;  $v$  — скорость потока, м/с.

**Уравнение Бернулли для идеальной жидкости.** Следствие закона сохранения энергии для стационарного потока идеальной (то есть без внутреннего трения) несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $v$  — скорость потока;  $h$  — высота, на которой находится рассматриваемый элемент жидкости;  $p$  — давление в точке пространства, где расположен центр массы рассматриваемого элемента жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения.

Полное давление в установившемся потоке жидкости остается постоянным вдоль этого потока.

**Ламинарное течение.** Слоистое течение без перемешивания и без пульсации скорости и давления.

При ламинарном течении жидкости в прямой трубе постоянного сечения все линии тока направлены параллельно оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения частиц жидкости.

**Турбулентное течение.** Сопровождается интенсивным перемешиванием жидкости (продольным и поперечным) с пульсациями скоростей и давлений.

Переход к турбулентному режиму происходит при достижении критической скорости  $v_{кр}$ .

Значение  $v_{кр}$  прямо пропорционально кинематической вязкости жидкости и обратно пропорционально диаметру трубопровода:

$$v_{кр} = \frac{Re \cdot \nu}{d},$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость;  $Re$  — число (критерий) Рейнольдса;  $d$  — внутренний диаметр трубы.

Для трубопроводов круглого сечения

$$Re = 2300.$$

При  $Re < 2300$  течение является ламинарным, а при  $Re > 2300$  течение является турбулентным.

**Число Рейнольдса.** Безразмерная величина, определяющая характер течения жидкости.

$$Re = \frac{p(v)d}{\eta} = \frac{(v)d}{\nu},$$

где  $\nu = \frac{\eta}{p}$  — кинематическая вязкость;  $p$  — плотность жидкости;  $d$  — характерный линейный размер, например диаметр трубы,  $v$  — характерная скорость.

Значение числа Рейнольдса, при котором ламинарный режим течения сменяется турбулентным, называется критическим числом Рейнольдса и обозначается  $Re_{кр}$ .

Значение  $Re_{кр}$  зависит от конфигурации тел, обтекаемых жидкостью, а также от степени возмущенности самого ламинарного течения.

**Уравнение Стокса.** При ламинарном обтекании жидкостью тела (при малых  $Re$ ) сила сопротивления пропорциональна коэффициенту динамической вязкости  $\eta$ , скорости  $v$  движения тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $l$ :

$$F \sim \eta vl.$$

Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела.

Для шара  $l$  — радиус, коэффициент пропорциональности бп:

$$F = 6\pi \cdot \eta \cdot v \cdot r.$$

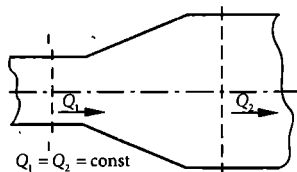


Рис. 8

**Кавитация.** Явление образования газовых пузырьков в жидкости.

При увеличении скорости понижается местное давление (пропорционально квадрату скорости). Любая частица жидкости, движущаяся по искривленной линии тока, ускорится, происходит понижение местного давления. Если давление снижается до давления насыщенного пара, то возникает кавитация.

Для жидкости, текущей по трубопроводу, согласно уравнению неразрывности, скорость увеличивается в местах сужения, где возможна кавитация.

$\sigma$  — кавитационный коэффициент (число кавитации):

$$\sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho v_0^2},$$

где  $p_v$  — давление насыщенного пара жидкости при данной температуре.

**Формула Вейсбаха.** Эмпирическая формула, определяющая потери напора или давления при развитом турбулентном течении несжимаемой жидкости на гидравлических сопротивлениях.

$$\Delta h = \xi \cdot \frac{V^2}{2g},$$

где  $\Delta h$  — потери напора на гидравлическом сопротивлении;  $\xi$  — коэффициент потерь (коэффициент Дарси);  $V$  — средняя скорость течения жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\frac{V^2}{2g}$  — динамический напор.

Для потерь давления на гидравлических сопротивлениях:

$$\Delta P = \xi \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \rho,$$

где  $\Delta P$  — потери давления на гидравлическом сопротивлении;  $\rho$  — плотность жидкости.

Если гидравлическое сопротивление — это участок трубы длиной  $L$  и диаметром  $D$ , то коэффициент Дарси:

$$\xi = \lambda \cdot \frac{L}{D},$$

где  $\lambda$  — коэффициент потерь на трение по длине.

Тогда формула потерь:

$$\Delta h = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (\text{формула Вейсбаха—Дарси для напора}),$$

или для потери давления:

$$\Delta P = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \rho \quad (\text{формула Вейсбаха—Дарси для давления}).$$

Для ламинарного течения в гладких трубопроводах с жесткими стенками:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}.$$

Для ламинарного течения в гибких трубопроводах:

$$\lambda = \frac{68}{\text{Re}}.$$

Для турбулентного течения:

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[3]{\text{Re}}}.$$

Существуют формулы расчета  $\xi$  для стандартных местных сопротивлений.

Для внезапного расширения трубы:

$$\xi = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2,$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — площади поперечного сечения трубопровода перед расширением и после него.

Для внезапного сужения:

$$\xi = \frac{1 - S_2/S_1}{2},$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — площади поперечного сечения трубы перед сужением и после него.

Для постепенного сужения:

$$\xi = \frac{\lambda_T}{8 \sin \alpha / 2} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $n = \frac{S_1}{S_2}$  — степень сужения;  $\lambda_T$  — коэффициент потерь на трение по длине при турбулентном режиме.

### Удельный вес и плотность некоторых жидкостей

Жидкость	Температура $t, ^\circ\text{C}$	Плотность $\rho, \text{кг/м}^3$	Удельный вес $\gamma, \text{Н/м}^3$
Морская вода	4	1025	10055,25
Пресная вода	4	1000	9810
Бензол	20	878,8	8621,03
Керосин	20	806—831	7906,9—8152,1
Бензин	20	725—760	7112,2—7455,6
Нефть легкая	20	860—880	8436,6—8632,8
Нефть тяжелая	20	920—930	9025,2—9123,3
Масло соляровое	20	871—889	8544,5—8721,1
Ртуть	20	13547	132896,07
Серная кислота	20	1830	17952,3
Гексан	20	660	6474,6

### Средние значения коэффициентов местного сопротивления

Вход в трубу: кромки острые — 0,5; кромки закруглены — 0,2; труба вдвинута внутрь резервуара — 0,75÷1.

Выход из трубы в бак: при турбулентном режиме — 1; при ламинарном режиме — 2.

Колена с плавным поворотом  $\frac{d}{R}$ : 0,2 — 0,14; 0,4 — 0,21; 0,6 — 0,44; 0,8 — 0,98.

Колена с резким поворотом  $a$ : 200 — 0,12; 300 — 0,16; 450 — 0,32; 600 — 0,56; 900 — 1,2.

Обратные клапаны (без учета усилия пружины) — 2÷3.

Клапаны различного назначения — 3÷10.

Краны управляющие — 5.

Клапан всасывания  $d_{\text{тр}}$ : 20 мм — 15,5; 40 мм — 12; 60 мм — 9,5; 80 мм — 8; 100 мм — 7; 150 мм — 6.

Внезапное расширение —  $\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^2 - 1 \right]^2$

Внезапное сужение —  $0,5 \left[ 1 - \left( \frac{D}{d} \right)^2 \right]$

### Основные гидравлические характеристики для малых отверстий и насадок при числах $Re > 105$

Тип насадки или отверстия	Коэффициенты			
	$\epsilon$	$\varphi$	$\mu$	$\xi$
Отверстие в тонкой стенке	$0,62 \div 0,64$	0,97	$0,6 \div 0,62$	0,06
Внешняя цилиндрическая насадка	1,0	0,82	0,82	0,5
Внутренняя цилиндрическая насадка	1,0	0,71	0,71	1,0
Коническая сходящаяся насадка при угле конусности $\Theta = 13^\circ$	0,985	0,96	0,945	0,09
Коническая расходящаяся насадка при угле конусности $\Theta = 5 \div 7^\circ$	1,0	$0,45 \div 0,5$	$0,45 \div 0,5$	$3 \div 4$
Конoidalная насадка	1,0	$0,97 \div 0,98$	$0,97 \div 0,98$	0,04

## Термодинамика

### Основные определения и законы

**Температура  $T$ , кельвин (К)** — скалярная физическая величина, характеризующая определенными свойствами: наличием или отсутствием дальнего и ближнего порядка в макроскопической системе, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

**Количество теплоты, теплота  $Q$ , джоуль (Дж)** — один из видов энергии.

**Удельная теплоемкость** — количество теплоты, необходимое для повышения температуры одного килограмма вещества на один градус:

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m}, \text{ Дж / (кг} \cdot \text{К)},$$

где  $\Delta Q$  — изменение количества теплоты, Дж;  $\Delta T$  — изменение температуры, К;  $m$  — масса, кг.

**Агрегатное (фазовое) состояние** — состояние вещества, характеризующееся определенными свойствами: наличием или отсутствием дальнего и ближнего порядка и т. д. Изменение агрегатного состояния сопровождается скачкообразным изменением свободной энергии, энтропии, плотности и других основных физических свойств.

Изменение агрегатного состояния называют фазовым переходом.

**Идеальный газ** — газ, частицы которого испытывают между собой упругие соударения.

**Средняя энергия молекулы идеального газа**  $W_{\text{ср}} = \frac{i}{2} kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана ( $1,38 \times 10^{-23}$  Дж/К);  $i$  — число степеней свободы;  $T$  — температура, К.

**Средняя кинетическая энергия молекулы газа**  $W_{\text{кр}} = \frac{3}{2} kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура, К.

**Внутренняя энергия газа**  $U = \frac{i}{2}PV$ ,  $U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$ , где  $T$  — температура, К;  $P$  — давление, Па;  $i$  — число степеней свободы;  $m$  — масса, кг;  $\mu$  — молярная масса, кг/моль;  $R$  — универсальная газовая постоянная (8,31 Дж/(К·моль)).

**Работа газа**  $A = \sum P_i dV_i$ , где  $P$  — давление, Па;  $dV$  — приращение объема, м<sup>3</sup>.

При  $P = \text{const}$ ,  $A = PdV$ .

**Первое начало термодинамики (изменение внутренней энергии газа)**  $dU = -PdV + dQ$ , где  $P$  — давление, Па;  $dQ$  — приращение количества теплоты, Дж;  $dV$  — приращение объема, м<sup>3</sup>.

**Второе начало термодинамики.** Невозможен самопроизвольный переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому.

Второе начало термодинамики запрещает вечные двигатели второго рода.

Второе начало термодинамики является постулатом, не доказываемым в рамках термодинамики.

**Третье начало термодинамики. Теорема Нернста.** Энтропия любой системы при абсолютном нуле температур может быть принята равной нулю.

**Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева—Клапейрона)**

$PV = \frac{m}{\mu}RT$ , где  $T$  — температура, К;  $P$  — давление, Па;  $m$  — масса, кг;  $\mu$  — молярная масса, кг/моль;  $R$  — универсальная газовая постоянная.

**Термодинамический процесс.** Изменение макроскопического состояния термодинамической системы. Система, в которой происходит термодинамический (тепловой) процесс, называется рабочим телом.

**Квазистатический процесс.** Идеализированный процесс, состоящий из непрерывно следующих друг за другом состояний равновесия.

Принято рассматривать следующие квазистатические процессы:

- изохорный;
- изотермический;
- изобарный;
- адиабатический.

**Изобарический (изобарный) процесс.** Термодинамический процесс, происходящий в системе при постоянном давлении и массе идеального газа.

**Закон Гей-Люссака для изобарного процесса:**  $\frac{V}{T} = \text{const}$ , где  $V$  — объем, м<sup>3</sup>;  $T$  — температура, К.

**Соотношение Майера**  $C_p - C_v = R$ , где  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $C_p$  — молярная теплоемкость при постоянном давлении,  $C_v$  — молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Уравнение Майера следует из первого начала термодинамики.

**Теплоемкость газа при постоянном давлении**  $C_p = \frac{i+2}{2}R$ ,

для одноатомных газов  $C_p = \frac{5}{2}R$  ( $\approx 20,8$  Дж/(моль·К));

для двухатомных газов  $C_p = \frac{7}{2}R$  ( $\approx 20,8$  Дж/(моль·К));

для многоатомных газов  $C_p = 4R$  ( $\approx 20,8$  Дж/(моль·К)).

**Изотермический процесс.** Термодинамический процесс, происходящий в системе при постоянной температуре.

**Закон Бойля—Мариотта для изотермического процесса:**

$$PV = \text{const}, \text{ где } P \text{ — давление, Па; } V \text{ — объем газа, м}^3.$$

**Первое начало термодинамики для изотермического процесса:**

$$U = \text{const}.$$

**Адиабатический (адиабатный) процесс.** Термодинамический процесс, при котором система не получает и не отдает тепловой энергии.

Первое начало термодинамики для адиабатного процесса:  $\Delta U = -A$ , где  $\Delta U$  — изменение внутренней энергии тела;  $A$  — работа.

Уравнение Пуансона для адиабатного процесса:  $p \cdot V^k = \text{const}$ , где  $p$  — давление газа;  $V$  — объем;  $k = \frac{C_p}{C_v}$  — показатель адиабаты,  $C_p$  и  $C_v$  — теплоемкости газа соответственно при постоянном давлении и постоянном объеме.

Для одноатомного газа  $k = \frac{5}{3}$ ; для двухатомного газа  $k = \frac{7}{5}$ ; для трехатомного газа  $k = \frac{4}{3}$ .

Показатель адиабаты при адиабатном процессе:

$$k = \left( 1 + \frac{R}{C_v} \right), \text{ где } R \text{ — универсальная газовая постоянная.}$$

Уравнение адиабаты:

$$T^k \cdot p^{(1-k)} = \text{const},$$

или  $T \cdot V^{(k-1)} = \text{const}$ , где  $T$  — температура, К;  $k$  — показатель адиабаты;  $p$  — давление газа;  $V$  — объем.

**Изохорический (изохорный) процесс.** Термодинамический процесс, который происходит при постоянном объеме.

Закон Шарля (второй закон Гей-Люссака) для изохорного процесса:

$$V = \text{const} \Rightarrow \frac{p}{T} = \text{const}.$$

При изохорном процессе газ работы не совершает. Изменение внутренней энергии:  $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$ , или  $\Delta U = \nu c_v^m \Delta T$ , где  $c_v^m$  — молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Количество теплоты при изохорном процессе:  $Q = \Delta U = \nu c_v^m \Delta T$

**Теплоемкость газа при постоянном объеме**  $C_v = \frac{i}{2} R$

**Теплоемкость газа при постоянном давлении**  $c_p = c_v + R = \frac{i+2}{2} R$

**Энтропия.** Степень хаотичности ( $S$ ). Функция состояния термодинамической системы.

Для произвольного квазистатического процесса:

$dS = \frac{\Delta Q}{T}$ , где  $dS$  — приращение энтропии;  $T$  — температура;  $\Delta Q$  — бесконечно малое приращение количества теплоты.

Энтропия — функция термодинамической вероятности:

$$S = f(W_T).$$

Связь между термодинамической вероятностью состояния системы и ее энтропией выражается формулой Больцмана:

$S = k \ln W_T$ , где  $k = \frac{R}{N_A}$ ;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $N_A$  — число Авогадро.

В замкнутой системе энтропия  $S_i$  не уменьшается (закон неубывания энтропии):

$$dS_i \geq 0.$$

В открытой системе возможны потоки тепла как *внутрь*, так и *наружу*.

В случае притока тепла в систему приращение энтропии, связанное с тепловыми потоками:

$$dS_o = \frac{\Delta Q_1}{T_1} - \frac{\Delta Q_2}{T_2}, \quad \Delta Q_1 \text{ — количество тепла, поступающее в систему при темпера-}$$

туре  $T_1$ ;  $\Delta Q_2$  — количество тепла, покидающее систему при температуре  $T_2$ .

Суммарное изменение энтропии открытой системы:  $dS = dS_i + dS_o$ .

**Термодинамические потенциалы.** Функции, характеризующие состояние термодинамической системы. Термодинамические потенциалы имеют определенное значение для каждого состояния, т. е. являются функцией состояния.

К характеристическим функциям относят: внутреннюю энергию; энтальпию; энергию Гельмгольца; потенциал Гиббса; большой термодинамический потенциал.

**Энтальпия (теплосодержание, тепловая функция).** Характеризует состояние термодинамической системы при выборе в качестве основных независимых переменных:  $S$  (энтропия),  $P$  (давление) и обозначается  $H(S, P, N, x_i)$ , где  $N$  — число частиц системы,  $x_i$  — другие макроскопические параметры системы.

Энтальпия — функция аддитивная; энтальпия всей системы равна сумме энтальпий ее составных частей.

Энтальпия имеет определенное значение для каждого состояния системы и в процессе изменения состояния:

$$\Delta H = H_2 - H_1.$$

Изменение энтальпии — это тепло, подведенное к системе при изобарном процессе (физический смысл). Таким образом, значения  $\Delta H$  характеризуют тепловые эффекты фазовых переходов (плавления, кипения и т. д.), химических реакций и других процессов, протекающих при  $p = \text{const}$ . При тепловой изоляции тел (в условиях  $p = \text{const}$ ) энтропия сохраняется, отсюда ее название — **теплосодержание** или **тепловая функция**.

$\Delta H$ , которая соответствует теплообмену при постоянном давлении, является мерой теплоты химической реакции.

При экзотермических реакциях система теряет тепло и  $\Delta H$  — отрицательна.

При эндотермических реакциях система поглощает тепло и  $\Delta H$  — положительна.

Уравнение для энтальпии через внутреннюю энергию:

$$\Delta H = U + pV,$$

где  $V$  — объем, м<sup>3</sup>;  $p$  — давление, Па;  $U$  — внутренняя энергия системы.

Изменение энтальпии не зависит от пути процесса определяется только начальным и конечным состоянием системы.

Если система возвращается в исходное состояние, то изменение любого ее параметра, являющегося функцией состояния, равно нулю:

$$\Delta H = 0.$$

Дифференциал энтальпии, выраженный в собственных переменных — через энтропию  $S$  и давление  $p$ :

$$dH = d(U + pV) = dU + d(pV) = dU + (pdV + Vdp) = (dQ - pdV) + (pdV + Vdp) = dQ + Vdp = TdS + Vdp.$$

Из последней формулы температура  $T$  и объем системы  $V$ :

$$T = \left( \frac{\partial H}{\partial S} \right)_p$$

$$V = \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_S$$

При  $p = \text{const}$  теплоемкость системы:

$$c_p = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p.$$

При  $V = \text{const}$ :

$$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V$$

$$p = - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$$

$$c_v = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V.$$

Равновесному состоянию системы в условиях постоянства  $S$  и  $p$  соответствует минимальное значение энthalпии.

**Энергия Гельмгольца (свободная энергия, изохорно-изотермический потенциал).** Характеризует состояние термодинамической системы при выборе в качестве независимых переменных  $V$  (объем),  $T$  (температура):  $F = F(T, V)$ .

Свободная энергия связана с внутренней энергией  $U$  и энтропией  $S$ :

$$F = U - TS.$$

Дифференциал свободной энергии

$$dF = d(U - TS) = dQ - dA - d(TS) = -PdV - SdT.$$

Уменьшение свободной энергии при изотермическом процессе равно полной работе, совершаемой системой.

Для системы с переменным числом частиц дифференциал свободной энергии  $dF = -PdV - SdT + \mu dN$ , где  $\mu$  — химический потенциал, равен энергии, которую необходимо затратить, чтобы добавить в систему еще одну частицу;  $N$  — число частиц в системе.

При этом свободная энергия для равновесного состояния является функцией  $F = F(T, V, N)$ .

**Химический потенциал.** Термодинамическая функция для описания состояния системы с переменным числом частиц ( $N$ ).

Пусть система состоит из  $i$  компонентов, тогда химический потенциал — это приращение внутренней энергии  $U$  системы при добавлении к системе бесконечно малого количества молей  $i$ -того компонента, отнесенное к этому количеству вещества, при  $V = \text{const}$ ,  $S = \text{const}$  и количествах молей каждого из остальных компонентов  $n_j$  ( $j \neq i$ ).

В общем случае химический потенциал — это приращение любого из остальных термодинамических потенциалов системы при различных постоянных параметрах:

$$\mu_i = \left( \frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S, V, n_j} = \left( \frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{p, T, n_j} = \left( \frac{\partial A}{\partial n_i} \right)_{T, V, n_j} = \left( \frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{S, p, n_j}$$

Химический потенциал зависит как от концентрации компонента, так и от вида и концентрации других компонентов системы.

Для смеси идеальных газов  $\mu_i$  зависит только от концентрации рассматриваемого компонента и  $T$ :  $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln p_i$ , где  $p_i$  — парциальное давление компонента  $i$  в смеси,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu_i^0$  — значение  $\mu_i$  при  $p_i = 1$  атм.

**Потенциал Гиббса (энергия Гиббса).** Полная химическая энергия системы.  $G = U + PV - TS$ , где  $U$  — внутренняя энергия;  $P$  — давление;  $V$  — объем;  $T$  — температура;  $S$  — энтропия.

Дифференциал энергии Гиббса для системы с постоянным числом частиц, выраженный в собственных переменных — через давление  $P$  и температуру  $T$ :

$$dG = -SdT + VdP.$$

Для системы с переменным числом частиц:

$$dG = -SdT + VdP + \mu dN.$$

Здесь  $\mu$  — химический потенциал.

Химический потенциал для системы с одним типом частиц есть отношение энергии Гиббса к числу частиц в системе:

$$\mu = \frac{G}{N}.$$

Если система состоит из частиц нескольких видов  $i$  с числом  $N_i$  частиц каждого вида, то

$$G(p, T, N_1, \dots) = \mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 + \dots$$

В химических процессах суммарный эффект энтропийного ( $T\Delta S$ ) и энтальпийного ( $\Delta H$ ) факторов при  $p = \text{const}$  и  $T = \text{const}$ , определяет изменение энергии Гиббса ( $G$ ):

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S.$$

**Большой термодинамический потенциал.** Термодинамический потенциал для описания систем с переменным числом частиц при выборе в качестве независимых переменных  $V$  (объем),  $T$  (температура),  $m_i$  (число частиц вида  $i$ ) обозначается  $\Omega = \Omega(T, V, \mu)$ .

$$\Omega = U - TS - \mu N = F - \mu N,$$

где  $F$  — свободная энергия Гельмгольца;  $\mu$  — химический потенциал;  $N$  — число частиц;  $T$  — температура;  $S$  — энтропия.

Дифференциал большого термодинамического потенциала:

$$d\Omega = -SdT - PdV - Nd\mu.$$

Для системы с переменным числом частиц и равновесным химическим потенциалом:

$$\Omega = F - \mu N = -PV;$$

$$d\Omega = -SdT - Nd\mu - PdV.$$

**Уравнение Клапейрона—Клаузиуса.** Термодинамическое уравнение, относящееся к квазистатическим (равновесным) процессам перехода вещества из одной фазы в другую.

Теплота фазового перехода при квазистатическом процессе определяется выражением  $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$ ,

где  $L$  — удельная теплота фазового перехода,  $\Delta V$  — изменение удельного объема тела при фазовом переходе.

**Тепловое расширение тел**

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T);$$

$$V = V_0(1 + \beta\Delta T); \quad \beta \approx 3\alpha$$

## Показатели адиабаты для некоторых газов

Газ	Показатель адиабаты
Гелий	1,660
Аргон	1,667
Оксид углерода	1,401
Кислород	1,398
Водород	1,408

Газ	Показатель адиабаты
Азот	1,41
Водяной пар	1,33
Углекислый газ	1,305
Аммиак	1,313
Метан	1,315

### Пересчет температуры между основными шкалами

В/Из	Кельвин	Цельсий	Фаренгейт
Кельвин (K)	= K	= C + 273,15	= $\frac{(F + 459,67)}{1,8}$
Цельсий (°C)	= K - 273,15	= C	= $\frac{(F - 32)}{1,8}$
Фаренгейт (°F)	= K · 1,8 - 459,67	= C · 1,8 + 32	= F

### Сравнение температурных шкал

Описание	Кельвин	Цельсий	Фаренгейт	Ренкин	Delisle	Ньютон	Реомюр	Römer
Абсолютный ноль	0	-273,15	-459,67	0	559,725	-90,14	-218,52	-135,90
Охлаждающая смесь соль/лед (по Фаренгейту)	255,37	-17,78	0	459,67	176,67	-5,87	-14,22	-1,83
Температура заморзания воды (нормальные условия)	273,15	0	32	491,67	150	0	0	7,5
Средняя температура человеческого тела	310,0	36,8	98,2	557,9	94,5	12,21	29,6	26,925
Температура кипения воды (нормальные условия)	373,15	100	212	671,67	0	33	80	60
Плавление титана	1941	1668	3034	3494	-2352	550	1334	883
Поверхность Солнца	5800	5526	9980	10440	-8140	1823	4421	2909

**Точка Кюри** (температура Кюри  $T_K$ ). Вблизи этой точки происходит фазовый переход 2-го рода некоторых кристаллических тел: переход ферромагнетик — парамагнетик, сопровождаемый исчезновением макроскопического магнитного момента. Аналогично — антиферромагнитная точка Кюри (или точка Нееля): разрушение характерной для антиферромагнетиков магнитной атомной структуры, превращение вещества в парамагнетик. У сегнетоэлектриков в точке Кюри исчезает спонтанная поляризация вещества. Вблизи точки Кюри наблюдается специфическая температурная зависимость не только магнитной восприимчивости (или электрической поляризации), но и теплоемкости, коэффициента термического расширения и других свойств.

Однако плотность вещества изменяется непрерывно, теплота не поглощается и не выделяется. Для количественной оценки изменения свойств вводят параметр порядка  $h$ , за который в случае перехода ферромагнетик — парамагнетик принимают намагниченность вещества.

**Тройная точка.** В однокомпонентной системе — точка на диаграмме состояния вещества, отвечающая температуре и давлению, при которых в равновесии находятся три фазы. В тройной точке сходятся три линии двухфазных равновесий: линия испарения (равновесие жидкость — пар), линия возгонки, или сублимации (равновесие кристалл — пар), линия плавления (равновесие кристалл — жидкость) и разделенные этими линиями фазовые поля, отвечающие кристаллам, жидкости и пару.

### Зависимость динамической вязкости газов от температуры при атмосферном давлении ( $\mu, 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ )

Вещество	Температура, К				
	150	200	250	300	400
Азот	10,0	12,9	15,5	17,9	22,1
Аммиак	—	6,89	8,53	10,3	13,9
Аргон	12,3	16,0	19,5	22,7	28,5
Ацетилен	—	—	—	10,3	13,5
Бромметан	—	—	13,2	15,8	20,2
Водород	5,57	6,78	7,90	8,94	10,9
Водяной пар	—	—	—	9,13	13,2
Воздух	10,3	13,2	16,0	18,5	23,0
Гелий	12,3	15,0	17,5	19,9	24,3
Кислород	11,3	14,6	17,8	20,7	25,9
Метан	—	7,76	9,53	11,2	14,2
Неон	19,4	23,9	28,0	31,7	38,4
Оксид азота (II)	10,5	13,6	16,6	19,3	24,1
Оксид углерода (II)	9,84	12,7	15,4	17,8	22,1
Оксид углерода (IV)	—	10,2	12,6	15,0	19,5
Пропан	—	—	7,1	8,3	9,5
Этан	—	6,43	7,96	9,45	12,2
Этилен	—	7,1	8,8	10,4	13,5

### Зависимость динамической вязкости газов и жидкостей от температуры ( $\mu, 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ )

Вещество	Температура, °С				
	0	20	50	70	100
Ацетон	—	0,32	0,25	—	—
Бензин	0,73	0,52	0,37	0,26	0,22

Вещество	Температура, °C				
	0	20	50	70	100
Бензол	—	0,65	0,44	0,35	—
Вода	1,80	1,01	0,55	0,41	0,28
Глицерин	12100	1480	180	59	13
Керосин	2,2	1,5	0,95	0,75	0,54
Кислота уксусная	—	1,2	0,62	0,50	0,38
Масло касторовое	—	987	129	49	—
Пентан	0,28	0,24	—	—	—
Ртуть	—	1,54	1,40	—	1,24
Спирт метиловый	0,82	0,58	0,4	0,3	0,2
Спирт этиловый (96 %)	1,8	1,2	0,7	0,5	0,3
Толуол	—	0,61	0,45	0,37	0,29

### Зависимость динамической вязкости от температуры (для твердых веществ)

Вещество	$t^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$
Алюминий	700	2,90
Висмут	305	1,65
Калий	100	0,46
Натрий	105	0,69
Олово	240	1,91
Свинец	440	2,11
Цинк	430	3,3
Бромид ртути	250	3,0

Вещество	$t^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$
Бромид свинца	380	10,2
Бромид серебра	610	1,86
Гидроксид калия	400	2,3
Гидроксид натрия	350	4,0
Хлорид калия	790	1,4
Хлорид натрия	320	2,83
Хлорид серебра	600	1,61

### Зависимость динамической вязкости воздуха от температуры

$T^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$
0	1797
10	1307
20	1004
30	803

$T^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$
40	655
50	551
60	470
70	407

$T^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$
80	357
90	317
100	284
110	256

$T^{\circ}, ^{\circ}\text{C}$	$\mu, 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$
120	232
130	212
140	196
150	184

**Плотность вещества (твердые вещества и жидкости при температуре 20 °С, газы при 0 °С и нормальном давлении)**

Вещества	$\rho$ , мг/м <sup>3</sup>
<i>Твердые вещества</i>	
Осмий	22,6
Платина	21,5
Золото, вольфрам	19,3
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Медь	9,0
Никель	8,9
Бронза	8,7—8,9
Железо	7,9
Олово	7,3
Хром, цинк	7,1
Титан	4,5
Доломит	2,8—2,9
Алюминий	2,7
Дуралюмин	2,6—2,9
Графит	2,3—2,7
Фарфор	2,3—2,5
Асбест	2,1—2,8
Глина	1,8—2,6
Магний	1,7
Сахар	1,6
Песок	1,2—2,1
Натрий	1,0
Воск	0,95

Вещества	$\rho$ , мг/м <sup>3</sup>
Каучук	0,9
Лед	0,88—0,92
Литий	0,5
<i>Жидкости</i>	
Ртуть	13,55
Серная кислота (95 %)	1,8335
Соляная кислота (36 %)	1,179
Азотная кислота (25 %)	1,147
Вода (при 4 °С)	1,000
Водный раствор аммиака 10 %, Водный раствор аммиака 26 %	0,904 0,958
Этанол 40 %	0,7936
Этанол 100 %	0,9377
Диэтиловый эфир	0,714
Бензин-растворитель	0,77—0,795
<i>Газы</i>	
Хлор	3,214
Диоксид серы	2,926
Диоксид углерода	1,977
Кислород	1,429
Воздух	1,293
Азот	1,251
Оксид углерода	1,250
Аммиак	0,771

**Коэффициент теплопроводности, Вт/(м × К)**

Вещество	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м × К)
<i>Металлы</i>	
Бронза	105
Висмут	8,4
Кадмий	96

Вещество	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м × К)
Магний	155
Мышьяк	188
Никель	58
Платина	70

Вещество	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м × К)
Ртуть	7
Свинец	35
Кальций	201
Бериллий	201
Вольфрам	173
Магний	156
Родий	150
Иридий	147
Молибден	138
Рутений	117
Хром	93,9
Осмий	87,6
Титан	21,9
Серебро	430
Медь	382—390
Золото	320
Алюминий	202—236
Латунь	97—111
Железо	92
Олово	67
Сталь	47
<i>Другие материалы</i>	
Асбест	0,08
Бетон	0,59
Гагачий пух (неплотный)	0,008
Дерево (орех)	0,209
Магнезия (MgO)	0,10
Опилки	0,059
Резина (губчатая)	0,038

Вещество	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м × К)
Слюда	0,42
Стекло	0,75
Тефлон	0,25
Бумага	0,14
Полистирол	0,082
Шерсть	0,05
Минеральная вата	0,045
Пенополистирол	0,04
Стекловолокно	0,036
Пробковое дерево	0,035
Пеноизол	0,035
Каучук вспененный	0,03
Аргон	0,0177
Аэрогель	0,017
Ксенон	0,0057
Графен	(4840 ± 440)— (5300 ± 480)
Алмаз	1001—2600
Кварц	8
Стекло	1—1,15
КПТ-8	0,7
Вода при нормальных условиях	0,6
Кирпич строительный	0,2—0,7
Пенобетон	0,14—0,3
Дерево	0,15
Свежий снег	0,10—0,15
Вата	0,055
Воздух (300 К, 100 кПа)	0,026
Вакуум (абсолютный)	0 (строго)

# Электростатика

## Основные определения и законы

**Электрический заряд (количество электричества)** — количественная характеристика, обозначается  $q$ .

Заряд — свойство тела, позволяющее ему вступать в электромагнитные взаимодействия.

**Закон сохранения электрического заряда.** Алгебраическая сумма зарядов электрически замкнутой системы сохраняется и равна сумме зарядов всех частей:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}, \text{ где } q_1, q_2, \dots, q_n — \text{заряды частей системы, Кл.}$$

**Точечный заряд** — абстракция: электрически заряженная материальная точка, т. е. заряд, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями, на которых рассматривается электростатическое взаимодействие.

**Электростатическое поле** — поле, созданное неподвижными и неизменными электрическими зарядами. Рассматривается в электростатике. Электромагнитное поле (см. соответствующий раздел) рассматривает электродинамика.

Это особый вид материи, образуемый электрическими зарядами, которые взаимодействуют в электрическом поле.

Поле определяется силой, действующей на пробный заряд.

Силы поля консервативны, а само поле — потенциально, т. к. работа электростатических сил не зависит от формы пути, а только от начальной и конечной координат точки.

Электростатическое поле точечного заряда обладает следующими свойствами: радиальностью, т. е. вектор напряженности поля направлен вдоль радиус-вектора заряда; сферической симметричностью, т. е. поле во всех точках произвольной сферы с зарядом в центре одинаково и пропорционально заряду; силовые линии поля начинаются на заряде и нигде не обрываются.

**Напряженность электрического поля** — векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля. Численно равна отношению силы, действующей на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда.

Напряженность электрического поля точечного заряда:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ где } q — \text{пробный заряд, напряженность которого измеряют, Кл; } \epsilon_0 —$$

электрическая постоянная ( $\approx 8,85 \times 10^{-12}$ , Ф/м);  $r$  — расстояние между точечным зарядом  $q_0$  и пробным зарядом  $q$ , м.

**Эквипотенциальная поверхность** — поверхность, на которой потенциал данного потенциального поля принимает постоянное значение.

**Электростатический потенциал** — скаляр, обозначается  $\phi$ . Энергетическая характеристика электростатического поля. Представляет собой потенциальную энергию поля, которой обладает единичный заряд, помещенный в данную точку поля.

Единица измерения — вольт (В = Дж/К).

Электростатический потенциал численно равен отношению потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем к величине этого заряда:

$$\phi = \frac{W_p}{q}.$$

Потенциал поля точечного заряда в поле другого заряда  $Q$ :

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ где } q — \text{точечный заряд, Кл; } \epsilon_0 — \text{электрическая постоянная, Ф/м; } r —$$

расстояние между точечным зарядом  $q$  и зарядом  $Q$ , м.

**Закон Кулона.** Сила электростатического взаимодействия между двумя точечными электрическими зарядами прямо пропорциональна произведению величин зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль соединяющей их прямой так, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \text{ где } q_1 \text{ и } q_2 — \text{величина зарядов, Кл; } r — \text{расстояние между зарядами,}$$

м;  $k$  — коэффициент пропорциональности:  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, Ф/м.

Справедлив для точечных неподвижных зарядов, взаимодействующих в вакууме. Однако с некоторыми поправками справедлив также для взаимодействий зарядов в среде.

В векторной форме с учетом свойств среды закон Кулона имеет вид:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}, \text{ где } \vec{F} — \text{сила, действующая на заряд; } r — \text{расстояние между за-}$$

рядами;  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от одного заряда к другому и направленный к тому из зарядов, на который действует сила;  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

**Относительная диэлектрическая проницаемость среды** — в простейшем случае для статических зарядов характеризует электрические свойства среды. Обозначается  $\epsilon$ . Для любой среды  $\epsilon > 1$  и зависит только от свойств среды.

Диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме больше их сил взаимодействия в среде.

Безразмерная величина.

**Принцип суперпозиции полей.** Результирующее поле равно сумме полей всех источников.

Напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

**Энергия взаимодействия точечных зарядов.** Для двух точечных зарядов:

$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)$ , где  $q_1, q_2$  — точечные заряды, Кл;  $\varphi_1, \varphi_2$  — потенциалы поля в точке 1 и точке 2, В, причем для одного заряда  $q$  в точке с потенциалом  $\varphi$ :  $W = q\varphi$ .

Для системы из  $n$  точечных зарядов в точке нахождения  $k$ -го заряда:

$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k \varphi_k = \frac{1}{2} \sum_{k,i=1}^n \frac{q_k q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{ki}}$  ( $k \neq i$ ), где  $\varphi_{ki}$  — потенциал  $i$ -го заряда в точке локализации  $k$ -го заряда, В;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, Ф/м;  $r$  — расстояние между точечным зарядом  $q$  и зарядом  $Q$ , м.

**Разность потенциалов, напряжение.** Разность потенциалов  $\Delta\varphi$ :  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_f^{q^{1 \rightarrow 2}}}{q}$ ,

где  $\varphi_1$  — потенциал в точке 1;  $\varphi_2$  — потенциал в точке 2;  $A_f^{q^{1 \rightarrow 2}}$  — работа поля по переносу пробного заряда  $q^*$  из точки 1 в точку 2.

Перенос заряда не влияет на остальные заряды.

**Напряжение:**  $U = A/q$ .

Напряжение между точками 1 и 2 электрического поля — отношение работы электрического поля по переносу пробного электрического заряда из точки 1 в точку 2 к величине этого заряда.

Так как электрическое поле является потенциальным, работа не зависит от траектории заряда. Электрическое напряжение  $U_{12}$  совпадает с разностью потенциалов  $\Delta\varphi_{12}$ .

**Электростатическая индукция.** Явление наведения собственного электростатического поля при действии на тело внешнего электрического поля. Явление обусловлено перераспределением зарядов внутри проводящих тел, а также поляризацией внутренних микроструктур у непроводящих тел.

В проводниках заряды перераспределяются таким образом, чтобы компенсировать внешнее поле. В диэлектриках происходит поляризация.

**Электрический дипольный момент.** Физическая величина, характеризующая электрические свойства системы заряженных частиц. Дипольный момент системы из  $N$  заряженных частиц равен  $\vec{p} = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i$ , где  $q_i$  — заряд частицы с номером  $i$ ;  $\vec{r}_i$  — радиус-вектор частицы.

Дипольный момент нейтральной в целом системы определяется относительным расположением и величинами зарядов в системе.

Нейтральная система из двух зарядов  $+q$  и  $-q$  образует электрический диполь с дипольным моментом:  $\vec{p} = q\vec{l}$ , где  $\vec{l}$  — радиус-вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному.

**Электрическая индукция (электрическое смещение).** Сумма вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и вектора поляризации  $\vec{P}$ :  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ , где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, Ф/м;  $\vec{P}$  — дипольный момент единицы объема вещества в поле  $\vec{E}$ , равен отношению суммы электрических дипольных моментов  $\vec{p}_i$  отдельных молекул внутри малого объема  $\Delta V$  к самому объему:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}.$$

Для изотропной среды вектор поляризации прямо пропорционален напряженности поля.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}.$$

**Абсолютная диэлектрическая проницаемость.** Физическая величина, отражающая зависимость электрической индукции от напряженности электрического поля. Поскольку вектор электрической напряженности и электрической индукции коллинеарны, можно оперировать их модулями:

$\epsilon_a = \frac{D}{E}$ , где  $D$  — электрическая индукция, Кл/м<sup>2</sup>;  $E$  — напряженность электрического поля.

Размерность  $[\epsilon_a] = \text{Ф/м}$ .

Кроме того, абсолютную диэлектрическую проницаемость можно выразить:  $\epsilon_a = \epsilon \epsilon_0$ , где  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

**Поток вектора напряженности.** Физическая величина, обозначается  $\Phi$ , равная произведению модуля вектора напряженности на площадь контура  $S$ , ограничивающего некоторую часть плоскости, и на косинус угла между вектором напряженности и нормалью к этой плоскости.

$\Phi = ES \cos \alpha$ , где  $\alpha = (\vec{E}, \vec{n})$ ;  $E$  — напряженность электрического поля;  $S$  — площадь поверхности.

Поток напряженности пропорционален полному числу силовых линий, пересекающих данный контур.

В векторной форме:  $d\Phi = E d\vec{S}$ .

**Поток вектора электрической индукции.** Физическая величина, обозначается  $\Phi_D$ . Поток вектора электрической индукции определяется аналогично потоку вектора напряженности электрического поля:

$d\Phi_D = D dS$ , где  $D$  — электрическая индукция;  $dS$  — элементарная площадка.

**Теорема Гаусса.** Выражает связь между потоком напряженности электрического поля сквозь замкнутую поверхность и зарядом в объеме, ограниченном этой поверхностью.

**Для напряженности электрического поля в вакууме** (электростатическая теорема Гаусса):

Поток напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность прямо пропорционален величине заряда, находящегося в области пространства, ограниченного данной поверхностью.

$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ , где  $q$  — заряд;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, Ф/м.

**Для электрической индукции** (электрического смещения): Поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность пропорционален заключенному внутри этой поверхности свободному электрическому заряду:

$$\Phi_D = q.$$

**Электрическая емкость.** Характеристика проводника, мера его способности накапливать электрический заряд.

Электрической емкостью проводника называют отношение заряда проводника к его потенциалу. Обозначается  $C$ . Размерность — фарады (Ф).

Емкость определяется формой и размерами проводника и диэлектрической проницаемостью среды и не зависит ни от заряда, ни от потенциала.

**Для одиночного проводника:**  $C = \frac{Q}{U}$ , где  $Q$  — заряд проводника;  $U$  — потенциал проводника.

**Для шара радиусом  $R$ :**  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$ , где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, Ф/м;  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

**Емкость плоского конденсатора:**

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где  $S$  — площадь обкладки, м<sup>2</sup>;  $d$  — расстояние между обкладками, м;  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

**Емкость сферического конденсатора:**

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы внешней и внутренней сферы ( $R_2 > R_1$ ), м.

**Емкость цилиндрического конденсатора:**

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln(R_2/R_1)},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы внешнего и внутреннего коаксиального цилиндра ( $R_2 > R_1$ ), м;  $h$  — высота конденсатора, м.

### Значения диэлектрической проницаемости для некоторых веществ

Вещество	Условия измерения	Характерное значение $\epsilon_r$
Алюминий	1 кГц	$-1300 + 1,3 \times 10^{14} i$
Серебро	1 кГц	$-85 + 8 \times 10^{12} i$
Вакуум	—	1
Воздух	Нормальные условия, 0,9 МГц	$1,00058986 \pm 0,00000050$
Углекислый газ	Нормальные условия	1,0009
Тефлон	—	2,1
Нейлон	—	3,2
Полиэтилен	—	2,25
Полистирол	—	2,4—2,7
Каучук	—	2,4
Битум	—	2,5—3,0
Сероуглерод	—	2,6
Парафин	—	2,0—3,0
Бумага	—	2,0—3,5
Электроактивные поли- меры	—	2—12
Эбонит	—	2,5—3,0
Плексиглас (оргстекло)	—	3,5
Кварц	—	3,5—4,5
Диоксид кремния	—	3,9
Бакелит	—	4,5
Бетон	—	4,5
Фарфор	—	4,5—4,7
Стекло	—	4,7 (3,7—10)
Стеклотекстолит FR-4	—	4,5—5,2
Гетинакс	—	5—6
Слюда	—	5,7—7,0
Резина	—	7
Поликор	—	9,7
Алмаз	—	5,5—10
Поваренная соль	—	3—15
Графит	—	10—15
Керамика	—	10—20
Кремний	—	11,68
Бор	—	2,01

Вещество	Условия измерения	Характерное значение $\varepsilon_r$
Аммиак	20 °C	17
— // —	0 °C	20
— // —	-40 °C	22
— // —	-80 °C	26
Спирт этиловый	Нормальные условия	27
Метанол	—	30
Этиленгликоль	—	37
Фурфурол	—	42
Глицерин	0 °C	41,2
— // —	20 °C	47
— // —	25 °C	42,5
Вода	200 °C	34,5
— // —	100 °C	55,3
— // —	20 °C	81
— // —	0 °C	88
Плавиковая кислота	0 °C	83,6
Формамид	20 °C	84
Серная кислота	20—25 °C	84—100
Перекись водорода	-30 °C—+25 °C	128
Синильная кислота	(0—21 °C)	158
Двуокись титана	Нормальные условия	86—173
Титанат стронция	—	310
Барий-стронций титанат	—	500
Титанат бария	(20—120 °C)	1250—10 000
Свинцовый цирконат-титанат	Нормальные условия	500—6000
Сополимеры	—	до 100 000

# Электродинамика

## Основные определения и законы

**Электрический ток** — это упорядоченное движение зарядов, которое порождает электродвижущая сила (ЭДС) источника, численно равная работе сторонних сил по перемещению единицы положительного заряда с одного полюса источника на другой. Направление тока определяется движением положительных зарядов.

**Сторонние силы** — силы неэлектрической природы (механические, химические и др.), которые внутри источника тока переносят заряды против действия

электрических сил (положительные заряды — от отрицательного полюса к положительному).

**Электрическая цепь** — совокупность источников тока, соединительных проводов, электрических приборов и других устройств, в которых ток производит работу.

**Постоянный ток** — ток, не изменяющийся во времени по величине и направлению.

**Переменный однофазный ток** — ток, изменяющийся во времени по значению и направлению. На практике применяют периодически изменяющийся по синусоидальному закону переменный ток.

**Переменный трехфазный ток** — система, состоящая из трех цепей, в которых действуют переменные ЭДС одной и той же частоты, сдвинутые по фазе друг относительно друга на  $\frac{1}{3}$  периода  $\left(\varphi = \frac{2\pi}{3}\right)$ . Каждую отдельную цепь такой системы корот-

ко называют ее фазой, а систему трех сдвинутых по фазе переменных токов в таких цепях называют просто трехфазным током.

**Автоколебательные цепи** — цепи, в которых без посторонних воздействий самостоятельно возникают электрические колебания. Такие колебания называются автоколебаниями, а сами электрические цепи, в которых возникают автоколебания, — автогенераторами (или, чаще, генераторами).

**Колебательный контур** — осциллятор, представляющий собой электрическую цепь, содержащую соединенные катушку индуктивности и конденсатор. В такой цепи могут возбуждаться колебания тока (и напряжения).

Колебательный контур — простейшая система, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания.

**Электролиз** — физико-химический процесс: выделение на электродах составных частей растворенных веществ или других веществ, являющихся результатом вторичных реакций на электродах, которое возникает при прохождении электрического тока через раствор либо расплав электролита.

**Закон Ома.**

**Для участка электрической цепи постоянного тока.** Сила тока в проводнике, находящемся в электростатическом поле, пропорциональна напряжению между концами проводника:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $I$  — сила тока в проводнике, А;  $R$  — сопротивление, Ом;

$U$  — напряжение между концами проводника, В.

• **Для полной цепи постоянного тока.** Сила тока в цепи, состоящей из источника тока с внутренним сопротивлением и сопротивлением нагрузки, равна отношению величины ЭДС источника к сумме внутреннего сопротивления источника

и сопротивления нагрузки:  $I = \frac{\varepsilon}{(R+r)}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС;  $R$  — внешнее сопротивление;  $r$  — внутреннее сопротивление.

**В дифференциальной форме:** плотность тока проводимости пропорциональна напряженности электрического поля в проводнике и совпадает с ней по направле-

нию:  $\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$ , где  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля;  $\vec{j}$  — плотность тока;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление;  $\sigma$  — удельная проводимость.

• **Для цепи переменного тока, содержащей емкость:**  $I = \frac{U_c}{X_c}$ , где  $X_c$  — емкостное сопротивление или реактивное сопротивление емкости.

При включении в цепь переменного тока конденсатора происходит непрерывное перемещение электрических зарядов. При увеличении напряжения ток в цепи кон-

денсатора будет зарядным, а при уменьшении — разрядным. Поэтому ток в цепи, содержащей конденсатор, опережает напряжение на угол  $\frac{\pi}{2}$  радиан.

- **Для цепи переменного тока, содержащей индуктивность:**

$$I = \frac{U_L}{X_L}, \text{ где } X_L \text{ — индуктивное сопротивление цепи или реактивное сопротивление}$$

индуктивности, Ом.

Изменение тока в цепи с индуктивностью  $L$  вызывает ЭДС самоиндукции, которая (по закону Ленца) противодействует изменению тока. При увеличении тока ЭДС самоиндукции действует противофазно, а при убывании — синфазно току, противодействуя его уменьшению. Вследствие этого ток в цепи с катушкой индуктивности

отстает от напряжения на угол  $\frac{\pi}{2}$  радиан (четверть периода).

- **Для цепи переменного тока, содержащей активное сопротивление:**

$$I = \frac{U}{R}. \text{ В цепи переменного тока, состоящей из резистора } R, \text{ напряжение и ток со-}$$

падают по фазе.

**Плотность тока.** Векторная физическая величина, определяющая количество электричества  $dI$ , протекающего за единицу времени через произвольно ориентированный элемент поверхности  $dS$ .

При равномерном распределении плотности  $\vec{j}$  тока по сечению  $S$  проводника:

$$|\vec{j}| = \frac{I}{S}, \text{ где } I \text{ — сила тока.}$$

В общем случае:  $I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S j_n dS$ , где  $j_n$  — нормальная (ортогональная) составляющая вектора плотности тока по отношению к элементу площади  $dS$ .

Направление вектора  $\vec{j}$  соответствует направлению вектора скорости  $\vec{v}$ , с которым движутся заряды, создающие ток, в предположении, что заряды положительны.

В линейной и изотропной проводящей среде плотность тока связана с напряженностью электрического поля в данной точке по закону Ома:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , где  $\sigma$  — удельная проводимость среды;  $\vec{E}$  — напряженность.

**Уравнение непрерывности.** Локальная форма законов сохранения (выводится из уравнений Максвелла).

Пусть в среде течет ток через замкнутую поверхность. Тогда дивергенция плотности тока  $\vec{j}$  равна изменению плотности заряда  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  со знаком минус, или:  $\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ .

Уравнение непрерывности гласит, что если заряд уходит из дифференциального объема (то есть дивергенция плотности тока положительна), тогда количество заряда внутри объема уменьшается. В этом случае скорость изменения плотности заряда отрицательна.

**Первый закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю:  $\sum I_k = 0$ .

При этом токи, направленные к узлу, берут с одним произвольно выбранным знаком, а токи, направленные от узла — с противоположным.

Следствие закона сохранения заряда, согласно которому в узле заряд одного знака не может ни накапливаться, ни убывать.

**Второй закон Кирхгофа.** Следствие закона сохранения энергии, в силу которого изменение потенциала в замкнутом контуре равно нулю.

**Проводимость.** Способность тела проводить электрический ток, а также физическая величина, характеризующая эту способность и обратная электрическому сопротивлению. Обозначается  $G$ , размерность — Сименс (См).

$$G = \frac{1}{R}, \text{ где } R — \text{сопротивление, Ом.}$$

**Удельная проводимость.** Мера способности вещества проводить электрический ток. Обозначается  $\sigma$ , размерность  $\text{См} \cdot \text{м}^{-1}$ .

В линейном изотропном веществе  $\sigma$  — коэффициент пропорциональности между плотностью тока и напряженностью электрического поля в среде:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , где  $\sigma$  — удельная проводимость;  $\vec{J}$  — вектор плотности тока;  $\vec{E}$  — вектор напряженности электрического поля.

В неоднородной среде  $\sigma$  зависит от координат.

Закон Видемана — Франца (для твердых тел):  $\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T$ , где  $k$  — постоянная

Больцмана;  $K$  — коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $e$  — элементарный заряд.

**Работа электрического тока.** При протекании тока по однородному участку цепи электрическое поле совершает работу. За время  $\Delta t$  по цепи протекает заряд  $\Delta q = I \Delta t$ . Тогда работа электрического тока:  $\Delta A = (\varphi_1 - \varphi_2) \Delta q = \Delta \varphi_{12} I \Delta t = UI \Delta t$ , где  $U = \Delta \varphi_{12}$  — падение напряжения, В.

Закон сохранения энергии для однородного участка цепи:  $R I^2 \Delta t = UI \Delta t = \Delta A$ .

**Закон Джоуля—Ленца.** Количественная оценка теплового действия электрического тока.

Работа тока  $\Delta A$  преобразуется в тепловую энергию  $W$ , выделяемую на участке цепи за время  $t$  и определяется произведением силы тока, напряжения и времени:  $W = I U t = I^2 R t$ .

Для  $dt$ :  $dW = I U dt = I^2 R dt$ .

**Через выделяемую мощность:**

Мощность тепла, выделяемого в единице объема среды при протекании электрического тока, пропорциональна произведению плотности электрического тока на величину электрического поля:

$$\frac{dW}{dt} = I U = j \Delta S E \Delta l = j E \Delta V.$$

Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме:  $\frac{dW}{dt \Delta V} = \frac{dw}{dt} = j E = \frac{j^2}{\sigma}$ , где

$V$  — объем проводника,  $\text{м}^3$ ;  $w$  — плотность выделяемой энергии,  $\text{Дж}/\text{м}^3$ .

**Энергия.** Энергия поля конденсатора  $W = \frac{|qU|}{2} = \frac{C U^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$ , где  $q$  — электриче-

ский заряд, Кл;  $U$  — напряжение на обкладках, В;  $C$  — емкость, Ф.

Энергия в цепи переменного однофазного тока.

$W_a = UI \cos \varphi t = Pt$ ;  $W_p = UI \sin \varphi t = Qt$ , где  $W_0$  — активная энергия, Вт·ч;  $W_p$  — реактивная энергия, вар·ч;  $t$  — время, ч;  $\varphi$  — начальная фаза;  $U$  — напряжение, В;  $I$  — ток, А;  $P$  — активная мощность, Вт;  $Q$  — реактивная мощность, вар;  $S$  — полная мощность, В·А.

Энергия в цепи переменного трехфазного тока.

$$W_a = \sqrt{3} UI \cos \varphi t = Pt; \quad W_p = \sqrt{3} UI \sin \varphi t = Qt.$$

**Период.** Время, в течение которого переменная величина (ток, напряжение) совершает полное колебание. Обозначается  $T$ , размерность — секунда (с).

**Частота.** Число периодов в секунду. Обозначение  $f$ , размерность — Герц (Гц).

1 Гц равен одному колебанию в секунду.

Период и частота связаны зависимостью:  $T = 1/f$ .

**Амплитуда.** Наибольшее значение синусоидальной величины. Амплитуды тока, напряжения и ЭДС обозначаются:  $I_m, U_m, E_m$ .

Их мгновенные значения:  $i, u, e$ .

**Напряжение.** Напряжение  $U_{AB}$  между двумя точками совпадает с разностью потенциалов между ними  $\Delta\varphi_{AB}$ .

- **Для постоянного тока.**

При параллельном соединении:  $U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$ , где  $U$  — падение напряжения, В;  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  — падение напряжения на участке цепи, В.

При последовательном соединении:  $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n U_i$ .

- **Для переменного тока.**

Мгновенное напряжение — функция времени, разность потенциалов между двумя точками, в данный момент времени:  $u = u(t)$ .

Для мгновенного значения синусоидального напряжения:  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ , где  $\omega t + \varphi$  — фаза-угол, определяющий значение синусоидальной величины в данный момент времени;  $\varphi$  — начальная фаза, т. е. угол, определяющий значение величины в начальный момент времени; разница начальных фаз  $\varphi = \varphi_i - \varphi_n$  определяет угол сдвига фаз;  $t$  — время, с.

Амплитудное значение напряжения — максимальное по модулю значение мгновенного напряжения за весь период колебаний:  $U_m = \max(|u(t)|)$ .

Среднеквадратичное (действующее) значение напряжения (на линейной активной нагрузке совершает ту же работу, что и равное ему постоянное напряжение):

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}.$$

Для сети со среднеквадратичным  $U = 220$  В амплитудное  $U \approx 311,127$  В.

Для синусоидальных величин среднеквадратичные (действующие) и амплитудные значения связаны соотношением:  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ .

Среднее значение напряжения (постоянная составляющая напряжения):

$$U_m = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \text{ где } T \text{ — период, } A^{-1}.$$

Для чистой синусоиды среднее значение напряжения равно нулю.

**При трехфазной системе:**

- соединение в звезду:  $U_n = \sqrt{3} \cdot U_\phi$ , где  $U_i, U_D$  — линейное и фазное напряжение, В;
- соединение в треугольник:  $U_n = U_\phi$ .

**Сила тока.** Скалярная величина. Численно равна заряду, протекающему в единицу времени через поперечное сечение проводника:  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , где  $\Delta q$  — заряд, Кл;  $\Delta t$  — время, с.

- **Для постоянного тока.**

При параллельном соединении:  $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{i=1}^n I_i$ , где  $I$  — сила тока, А;

$I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  — сила тока на участке цепи, А.

При последовательном соединении:  $I_1 = I_2 = \dots = I_n$ .

- Для переменного тока.

Среднеквадратичное (действующее) значение переменного тока  $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$ ,

где  $I$  — сила тока, А;  $T$  — период, с,  $t$  — время, с.

Мгновенное значение синусоидального тока:  $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $\omega t + \varphi$  — фаза-угол;  $\varphi$  — начальная фаза.

Для синусоидальных величин среднеквадратичное (действующие) и амплитудные значения связаны соотношением:  $I = \frac{I_a}{\sqrt{2}}$ .

**При трехфазной системе:**

- соединение в звезду:  $I_n = I_\phi$ , где  $I_n$ ,  $I_\phi$  — линейный и фазный ток, А;
- соединение в треугольник:  $I_n = \sqrt{3} \cdot I_\phi$ .

Распределение тока в двух параллельных ветвях цепи переменного тока:  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$ ,

где  $I_1, I_2$  — ток первой и второй ветвей, А;  $Z_1, Z_2$  — сопротивления первой и второй ветвей, Ом.

**Электрическое сопротивление.** Скалярная физическая величина. Обозначается  $R$ , размерность Ом. Характеризует свойства проводника и равна отношению падения напряжения на концах проводника  $U$  к силе электрического тока  $I$ , протекающего по

нему:  $R = \frac{U}{I}$ .

Обратная величина — проводимость.

Различают активное ( $R$ ) и реактивное ( $X$ ) сопротивление.

Активное сопротивление проявляется при постоянном и при переменном токе, на активном сопротивлении происходят потери энергии в виде тепла и т. д.

Реактивное сопротивление проявляется при переменном токе или в моменты включения и выключения постоянного тока. Обусловлено передачей энергии переменным током электрическому или магнитному полю (и обратно).

Комплексное сопротивление ( $Z$ ) — импеданс — аналог электрического сопротивления для гармонических процессов.

Импеданс двухполюсника в комплексной форме:  $Z = R + jX$ , где  $Z$  — импеданс;  $R$  — величина активного сопротивления;  $X$  — величина реактивного сопротивления;  $j$  — мнимая единица.

Сопротивление проводника при постоянном токе:  $R = \frac{\rho l}{S}$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление, Ом · м;  $l$  — длина участка проводника, м;  $S$  — поперечное сечение проводника, м<sup>2</sup>.

**При последовательном соединении:**  $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$ , где  $R$  — общее сопротивление, А;  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  — сопротивление участка цепи, А.

**При параллельном соединении:**  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$ .

**Зависимость сопротивления проводника от температуры:**  $R_2 = R_1(1 + \alpha(t_2 - t_1))$ , где  $R_2, R_1$  — сопротивление проводника соответственно при температурах  $t_2$  и  $t_1$ , Ом;  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, 1/град.

**Индуктивное (реактивное) сопротивление:**  $X_L = \omega L = 2\pi fL$ ,  $\omega$  — угловая частота, рад/с;  $f$  — частота, Гц;  $L$  — коэффициент самоиндукции (индуктивность), Гн.

**Емкостное (реактивное) сопротивление:**  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$ , где  $C$  — емкость, Ф.

**Полное реактивное сопротивление:**  $X = X_l - X_c$ , где  $X_l$ ,  $X_c$  — индуктивное и емкостное сопротивления, Ом.

**Полное сопротивление цепи при переменном токе** (последовательное соединение):  $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_l - X_c)^2}$ , где  $Z$  — полное сопротивление цепи, Ом;  $R$  — активное сопротивление, Ом;  $X$  — реактивное сопротивление, Ом.

**Удельное сопротивление** — характеризует его способность проводить электрический ток. Обозначается  $\rho$ , размерность Ом·м.

Сопротивление проводника с удельным сопротивлением  $\rho$ , длиной  $l$  и площадью сечения  $S$ :  $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$ .

**Мощность.** Физическая величина, характеризующая скорость передачи или преобразования электрической энергии.

**Мощность постоянного тока.**  $P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$ , где  $U$  — напряжение, В;  $I$  — сила тока, А;  $R$  — сопротивление, Ом.

Мощность переменного тока однофазного.

**Мгновенная мощность** — произведение мгновенных значений напряжения  $u(t)$  и силы тока  $i(t)$  на каком-либо участке электрической цепи:  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ .

ЭДС самоиндукции противодействует изменению магнитного потока, сцепляющегося с контуром, поэтому мгновенное значение мощности в цепи переменного тока в любой момент времени является суммой активной мощности, расходуемой в активных сопротивлениях, и реактивной мощности, вызванной действием ЭДС самоиндукции.

**Активная мощность:**  $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$ , где  $T$  — период, с.

Для однофазного синусоидального тока активная мощность (размерность ватты (Вт)):  $P = UI \cos \varphi$ , где  $\varphi$  — начальная фаза.

**Полная мощность  $S$**  (размерность вольт-амперы (В·А)):  $S = UI$ .

**Реактивная мощность** (размерность вольт-амперы реактивные (вар)):  $Q = UI \sin \varphi$ .

Средняя за период мощность цепи с резистором (активная мощность):  $P = UI$ , где  $U$  — среднеквадратичное (действующее) напряжение, В;  $I$  — среднеквадратичная (действующая) сила тока, А.

В векторной форме зависимость между полной, активной и реактивной мощностью:  $\vec{S} = \vec{P} + j\vec{Q}$  или  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

Отношение активной мощности ( $P$ ) к полной мощности ( $S$ ) электроустановки называется коэффициентом мощности:  $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$ , где  $S$ ,  $P$ ,  $Q$  — соответ-

ственно полная, активная и реактивная мощности.

Для переменного трехфазного тока, независимо от схемы соединения (звезда или треугольник), для симметричной трехфазной цепи:  $P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi$ ;  $Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_n I_n \sin \varphi$ ;  $S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_n I_n$ , где  $I_n$ ,  $I_\phi$  — линейный и фазный ток, А;  $U_n$ ,  $U_\phi$  — линейное и фазное напряжение, В.

Для переменного трехфазного тока, независимо от схемы соединения, для трехфазной цепи при неравномерной нагрузке:  $S = \sqrt{(\sum P)^2 + (\sum Q)^2}$ .

**Формула Томсона.** Выражает зависимость периода незатухающих собственных колебаний, возникающих в колебательном контуре, от индуктивности и емкости этого контура:  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , где  $C$  — емкость конденсатор, Ф;  $L$  — индуктивность катушки, Гн;  $T$  — период, с.

**Первый закон Фарадея.** Масса вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна электрическому заряду, прошедшему через электролит:  $M = kQ$ , где  $k$  — электрохимический эквивалент вещества, кг/Кл;  $M$  — масса выделившегося вещества, кг;  $Q$  — электрический заряд, прошедший через электролит, Кл.

**Второй закон Фарадея.** Электрохимические эквиваленты различных веществ относятся, как их химические эквиваленты.

Химическим эквивалентом иона называется отношение молярной массы  $A$  иона к его валентности  $z$ . Поэтому электрохимический эквивалент  $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z}$ , где  $F = eN_A$  — постоянная Фарадея ( $F = 96485,3383(83) \text{ К} \cdot \text{моль}^{-1}$ ).

Второй закон Фарадея:  $m = \frac{MI\Delta t}{nF}$ , где  $M$  — молярная масса данного вещества, образовавшегося (однако не обязательно выделившегося) в результате электролиза;  $I$  — сила тока, пропущенного через вещество или смесь веществ (раствор, расплав);  $\Delta t$  — время, в течение которого проводился электролиз;  $F$  — постоянная Фарадея;  $n$  — число участвующих в процессе электронов, которое при достаточно больших значениях силы тока равно абсолютной величине заряда иона (и его противоиона), принявшего непосредственное участие в электролизе (окисленного или восстановленного).

**Объединенный закон Фарадея.**  $M = \frac{1}{F} \frac{\mu}{Z} Q$ , где  $F$  — постоянная Фарадея;  $M$  — масса выделившегося вещества;  $Q$  — электрический заряд;  $Z$  — валентность;  $\mu$  — молярная масса.

**ЭДС гальванического элемента.**  $E_M = -\frac{\Delta G}{nF}$ , где  $\Delta G$  — изменение энергии Гиббса;  $F$  — постоянная Фарадея;  $n$  — число участвующих в процессе электронов.

**Электромагнитное взаимодействие** — один из основных видов дальнего действия фундаментальных взаимодействий. Электромагнитное поле — одно из фундаментальных полей.

**Электромагнитное поле** — фундаментальное физическое поле. Совокупность электрического и магнитного полей, которые при определенных условиях порождают друг друга.

**Магнитное поле** — составляющая электромагнитного поля, появляющаяся при наличии изменяющегося во времени электрического поля. Кроме того, магнитное поле может создаваться током заряженных частиц, либо магнитными моментами электронов в атомах (постоянные магниты).

**Магнитная индукция.** Векторная величина. Силовая характеристика магнитного поля в данной точке пространства. Отношение максимального механического момента сил, действующих на рамку с током, помещенную в однородное поле, к произведению силы тока в рамке на ее площадь.

**В вакууме:**  $B = \mu_0 H$ , где  $\mu_0$  — магнитная постоянная ( $\approx 1,25663706 \times 10^{-6}$ ) Гн/м;  $H$  — напряженность магнитного поля, А/м.

**Магнитная индукция в центре кругового тока:**  $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$ , где  $R$  — радиус кругового витка;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — магнитная постоянная, Гн/м;  $I$  — сила тока, А;  $R$  — сопротивление, Ом.

**Магнитная индукция на оси кругового тока:**  $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(r^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}$ , где  $h$  — расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция;  $r$  — радиус витка;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $I$  — сила тока, А;  $R$  — сопротивление, Ом.

**Магнитная индукция поля прямого тока:**  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$ , где  $r_0$  — расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция;  $I$  — сила тока, А.

**Магнитная индукция поля соленоида:**  $B = \mu \mu_0 n I$ , где  $n$  — отношение числа витков соленоида к его длине;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $I$  — сила тока, А.

**Абсолютная магнитная проницаемость** — отношение магнитной индукции  $B$  к напряженности магнитного поля  $H$  в заданной точке кривой намагничивания для данного материала. Обозначается  $\mu_0$ , размерность в Гн/м:  $\mu_0 = \frac{B}{H}$ .

**Относительная магнитная проницаемость** — показывает, во сколько раз в данной среде сила взаимодействия между проводниками с током изменяется по сравнению с вакуумом. Численно равна отношению абсолютной магнитной проницаемости к магнитной постоянной:  $\mu = \frac{\mu_0}{\mu_0}$ .

**Закон полного тока для магнитного поля (теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля  $H$ ).** Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и тока смещения, сцепленных с контуром.  $\oint_{\Gamma} H d\vec{l} = \sum I_i$ , где  $\Gamma$  — замкнутый контур, охватывающий токи  $I_i$ ;  $\oint_{\Gamma} H d\vec{l}$  — циркуляция вектора  $\vec{H}$  вдоль контура  $\Gamma$ .

В дифференциальной форме:  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ .

**Ток смещения** — величина, плотность которой определяется скоростью изменения во времени  $t$  электрической индукции  $D$ :  $j_{\text{см}} = S \frac{dD}{dt}$ , где  $S$  — площадька, м<sup>2</sup>.

Вихревое магнитное поле определяется полным током:  $j = j_{\text{пр}} + S \frac{dD}{dt}$ , где  $j_{\text{пр}}$  — плотность тока проводимости.

**Сила Лоренца.** Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в электромагнитном поле.

Рассматривают электрическую и магнитную составляющие:  $F_L = F_e + F_m$ .

В векторной форме:  $\vec{F}_L = q(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}]) = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$ , где  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля;  $q$  — заряд частицы;  $\vec{v}$  — скорость частицы;  $\vec{B}$  — магнитная индукция;  $q\vec{E}$  — электрическая составляющая;  $q[\vec{v} \times \vec{B}]$  — магнитная составляющая.

В скалярном виде для магнитной составляющей при движении заряженной частицы в вакууме в магнитном поле:  $F_m = qvB \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между вектором скорости и вектором магнитной индукции.

Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, можно определить также и по правилу левой руки (правилу буравчика).

$F_m$  перпендикулярна вектору скорости и вектору магнитной индукции.

При движении заряженной частицы перпендикулярно линиям индукции магнитного поля  $F_m$  работы не совершает, поэтому модуль вектора скорости не изменяется, а частица приобретает центростремительное ускорение:  $a = \frac{F_L}{m} = \frac{qBv}{m}$  и движется по

окружности радиуса:  $R = \frac{mv}{qB}$  с периодом обращения:  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ .

Угловая скорость движения заряженной частицы по круговой траектории называется циклотронной частотой:  $\omega = \frac{v}{R} = v \frac{qB}{mv} = \frac{qB}{m}$ , которая не зависит от скорости и от кинетической энергии частиц.

**Магнитный момент (магнитный дипольный момент).** Физическая величина, характеризующая магнитные свойства вещества. Обозначается  $m$ . Размерность  $A \times m^2$  или Дж/Тл.

Замкнутый ток является элементарным источником магнетизма, поэтому магнитным моментом обладают элементарные частицы (за счет спина), атомные ядра (за счет спинов протонов и нейтронов), электронные оболочки атомов и молекул.

Для рамки с током:  $m = ISn$ , где  $I$  — сила тока в рамке,  $A$ ;  $S$  — площадь рамки,  $m^2$ ;  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к плоскости контура.

Направление магнитного момента находят по правилу буравчика (если вращать ручку буравчика в направлении тока, то направление магнитного момента будет совпадать с направлением поступательного движения буравчика).

В общем случае произвольного распределения токов в среде:  $m = \frac{1}{2} \int_V [r, j] dV$ , где

$\vec{j}$  — плотность тока в элементе объема,  $A/m^2$ ;  $dV$  — элемент объема,  $m^3$ .

**Намагниченность.** Векторная физическая величина. Характеристика магнитного состояния макроскопического тела. Обозначается  $J$ . Размерность  $A/m$ .

Представляет собой магнитный момент единицы объема вещества.

Для однородно намагниченного тела:  $J = \frac{M}{V}$ , где  $M$  — магнитный момент тела;  $V$  — объем.

Для неоднородно намагниченного тела определяют намагниченность каждого малого объема:  $J = \frac{dM}{dV}$ , где  $dM$  — магнитный момент;  $dV$  — объем.

Зависит от внешнего магнитного поля и температуры.

У ферромагнетиков зависимость  $J$  от напряженности внешнего поля  $H$  выражается кривой намагничивания (кривые гистерезиса). В изотропных веществах направление  $J$  совпадает с направлением  $H$ , в анизотропных направления  $J$  и  $H$  в общем случае различны.

**Напряженность магнитного поля.** Векторная физическая величина, количественная характеристика магнитного поля. Не зависит от магнитных свойств среды. В вакууме совпадает с магнитной индукцией. Напряженность равна разности вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  и вектора намагниченности  $\vec{J}$ .

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{J}, \text{ где } \mu_0 \text{ — магнитная постоянная.}$$

Связь  $\vec{B}$  магнитного поля с напряженностью  $\vec{H}$  для изотропной среды:  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

**Магнитный поток.** Магнитный поток, пронизывающий контур, пропорционален модулю вектора индукции однородного магнитного поля и площади, ограниченной этим контуром, и зависит от расположения плоскости контура по отношению к линиям магнитной индукции.

Для однородного магнитного поля и плоской поверхности в векторной форме:  $\Phi = B_n S$ , или скалярное произведение:  $\Phi = BS \cos \alpha$ , где  $S$  — площадь контура;  $\alpha$  — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;  $B_n$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль  $\vec{n}$  к поверхности контура.

Для неоднородного поля и произвольной поверхности:

$$\Phi = \int_S B_n dS \text{ (интегрирование по поверхности).}$$

Потокоосцепление (полный магнитный поток):  $\Psi = N\Phi$ .

Эта формула применима к соленоиду и тороиду с равномерно намотанными плотно прилегающими друг к другу витками числом  $N$ .

**Теорема Гаусса для магнитной индукции.** Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Это математическое подтверждение факта, что в природе не существует магнитных зарядов, которые создавали бы магнитное поле и на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции, как электрические заряды создают электрическое поле. Иными словами, теорема Гаусса для магнитной индукции показывает, что магнитное поле является вихревым.

**Закон Ампера.**

- **Закон Ампера для элемента проводника с током.**

Для однородного магнитного поля и прямого отрезка тонкого проводника сила, действующая на элементарный отрезок проводника длиной  $d\vec{l}$  с током  $I$  (направление  $d\vec{l}$  совпадает с направлением  $I$ ) в магнитном поле, в векторной форме имеет вид:  $d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$ , или в скалярном виде (модуль  $dF$ )  $dF = IBdl \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Направление силы Ампера также можно определить по правилу левой руки.

- **Закон Ампера для механического (пондеромоторного) взаимодействия двух токов, текущих в малых отрезках проводников.**

Пусть есть два тока  $I_1$  и  $I_2$ , которые текут по двум параллельным элементам проводников, расстояние между которыми  $R$ ; каждый из проводников создает вокруг себя магнитное поле, которое действует на соседний проводник с током. Тогда два параллельных тока взаимодействуют друг с другом с силой, равной по модулю:

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl, \text{ где } \mu_0 \text{ — магнитная постоянная; } \mu \text{ — относительная магнитная проницаемость среды; } dl \text{ — элемент проводника, м.}$$

Параллельные сонаправленные токи притягиваются друг к другу, а противонаправленные токи отталкиваются с силой, по модулю равной  $dF$ .

Сила взаимодействия элементов тока не является центральной: направление  $dF$  не совпадает с прямой, соединяющей отрезки. Вектор  $dF$  лежит в плоскости, перпендикулярной двум параллельным проводникам. Направление силы определяется правилом буравчика.

**Закон Био—Савара—Лапласа.** Закон для определения модуля вектора магнитной индукции в любой точке магнитного поля, порождаемого постоянным электрическим током на некотором рассматриваемом участке.

Пусть постоянный ток  $I$  течет в рамке  $\gamma$ , которая находится в вакууме,  $r_0$  — точка, в которой определяется магнитная индукция. Тогда индукция в точке  $r_0$ :

$$\vec{B}(\vec{r}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\gamma} \frac{I[d\vec{r}; \vec{r}_0 - \vec{r}]}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3}, \text{ где } \vec{B} \text{ — магнитная индукция поля, создаваемого проводником; } I \text{ — ток; } \vec{r} \text{ — радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке } \vec{r}_0, \text{ в которой определяется магнитная индукция.}$$

Направление вектора магнитной индукции  $d\vec{B}$  перпендикулярно плоскости, в которой находятся вектор тока  $d\vec{l}$  и вектор кратчайшего расстояния от элемента проводника  $d\vec{l}$  до точки  $\vec{r}_0$ , в которой определяют поле, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление вектора магнитной индук-

ции, если поступательное движение бравушка совпадает с направлением тока в элементе  $d\vec{l}$ . Модуль вектора:  $dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$ , где  $dB$  — магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной  $dl$  с током  $I$ ;  $\vec{r}$  — радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке  $\vec{r}_0$ , в которой определяется магнитная индукция;  $\alpha$  — угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе провода  $dl$ .

**Магнитная индукция в центре кругового тока для изотропной среды:**  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ , где  $R$  — радиус кругового витка.

**Магнитная индукция на оси кругового тока:**  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$ , где  $h$  — расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

**Магнитная индукция поля прямого тока:**  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$ , где  $r_0$  — расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

**Магнитная индукция поля соленоида:**  $B = \mu_0 n I$ , где  $n$  — отношение числа витков соленоида к его длине.

**Индуктивность (коэффициент самоиндукции контура).** Коэффициент пропорциональности между магнитным потоком (создаваемым током какого-либо витка при отсутствии намагничивающих сред, например, в воздухе) и величиной этого тока.

Индуктивность зависит только от геометрических свойств контура. Обозначается  $L$ . Размерность — Генри (Гн).

Величина магнитного потока, пронизывающего одновитковый контур, связана с величиной тока следующим образом:  $\Phi = LI$ , где  $L$  — индуктивность витка.

Для катушки из  $N$  витков потокоцепление (полный магнитный поток):  $\Psi = LI$ , где  $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$  — сумма магнитных потоков через все витки;  $L$  — индуктивность многovitковой катушки.

При заданной силе тока  $I$  индуктивность определяет энергию магнитного поля тока:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

**Самоиндукция.** Явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении тока, протекающего через контур.

При изменении тока в контуре меняется магнитный поток через поверхность, ограниченную этим контуром, изменение потока магнитной индукции приводит к возбуждению ЭДС самоиндукции. Направление ЭДС таково, что при увеличении тока в цепи ЭДС препятствует возрастанию тока, а при уменьшении тока — убыванию.

Величина ЭДС пропорциональна скорости изменения силы тока  $I$  и индуктивности контура  $L$ :  $\epsilon = -L \frac{dI}{dt}$ ,  $I$  — сила тока, А;  $L$  — индуктивность (проводника), Гн;  $t$  — время, с;  $\epsilon$  — электродвижущая сила, В.

**Электромагнитная индукция и закон Фарадея.** Согласно закону Фарадея, ЭДС индукции  $\epsilon$  в контуре прямо пропорциональна скорости изменения во времени  $t$  магнитного потока  $d\Phi$  через поверхность  $dS$ , ограниченную контуром:

$$\epsilon = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Знак минус в правой его части определяет направление индукционного тока в соответствии с правилом Ленца.

**Закон Фарадея.** Индукционный ток, возникающий в замкнутом проводящем контуре, имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле противодействует тому изменению магнитного потока, которым был вызван данный ток.

**Правило Ленца.** Индукционный электрический ток в проводнике, возникающий при изменении магнитного потока, направлен таким образом, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.

**Энергия магнитного поля проводника.**  $W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$ , где  $I$  — сила тока, А;  $L$  — индуктивность (проводника), Гн;  $\Phi$  — магнитный поток, Вб.

## Уравнения Максвелла

Система дифференциальных уравнений классической электродинамики носит название системы уравнений Максвелла. Полная система уравнений вместе с уравнением движения заряженных частиц под действием силы Лоренца составляют фундаментальную систему уравнений. Эта система в принципе достаточна для описания всех электромагнитных явлений, в которых не проявляются квантовые эффекты.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме совместно с граничными условиями и материальными уравнениями составляют полную систему, позволяющую однозначно определить электромагнитное поле в любой точке пространства и в любой момент времени по заданным начальным значениям  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ .

1. **Первое уравнение Максвелла** — это обобщение на переменные поля эмпирического закона Ампера о возбуждении магнитного поля электрическими токами.

Циркуляция вектора  $\vec{H}$  по любому замкнутому контуру  $L$  (сумма скалярных произведений вектора  $\vec{H}$  в данной точке контура на бесконечно малый отрезок  $d\vec{l}$  контура) с точностью до коэффициента  $\frac{4\pi}{c}$  равна полному току (сумма токов проводимости и смещения) через произвольную поверхность, ограниченную данным контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \int_S \left( j_n + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D_n}{\partial t} \right) ds, \text{ где } j_n \text{ — проекция плотности тока проводимости}$$

$j$  на нормаль к бесконечно малой площадке  $ds$ , являющейся частью поверхности  $S$ .

2. **Второе уравнение Максвелла** является математической формулировкой закона электромагнитной индукции Фарадея.

Циркуляция вектора  $\vec{E}$  по любому замкнутому контуру  $L$  (ЭДС индукции), т. е. работа по перенесению единичного заряда, с точностью до коэффициента  $\frac{1}{c}$  равна со знаком минус производной по времени от магнитного потока через любую поверхность, ограниченную данным контуром. (Под вектором  $\vec{E}$  понимается как вихревое электрическое поле, так и электростатическое поле, циркуляция которого равна нулю.)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} ds, \text{ где } B_n \text{ — проекция на нормаль к площадке } ds \text{ вектора магнитной индукции } \vec{B}; \text{ знак минус соответствует правилу Ленца для направления индукционного тока.}$$

3. **Третье уравнение Максвелла** отображает факт отсутствия магнитных зарядов, аналогичных электрическим:

Поток вектора  $\vec{B}$  сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю:

$$\oint_S \vec{B}_n ds = 0.$$

4. **Четвертое уравнение Максвелла** (обычно называемое теоремой Гаусса) представляет собой обобщение закона взаимодействия неподвижных электрических зарядов — закона Кулона.

Поток вектора  $\vec{D}$  через любую замкнутую поверхность  $S$  с точностью до коэффициента  $4\pi$  равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью (в объеме  $V$ , ограниченном данной поверхностью):

$$\oint_S \vec{D}_n ds = 4\pi \int_V \rho dV.$$

**В дифференциальной форме уравнения Максвелла:**

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi\rho, \end{aligned}$$

где  $\operatorname{rot}$  и  $\operatorname{div}$  — дифференциальные операторы ротор и дивергенция, действующие на векторы  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{D}$ .

**Материальные уравнения (уравнения состояния).** Соотношения, связывающие векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$ , которые не являются независимыми. Связь между этими векторами определяется свойствами среды и ее состоянием, причем  $\vec{D}$  и  $\vec{j}$  выражаются через  $\vec{E}$ , а  $\vec{B}$  — через  $\vec{H}$ :

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}), \quad \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}), \quad \vec{j} = \vec{j}(\vec{E}).$$

Если среда изотропна и не содержит сегнетоэлектриков и ферромагнетиков, то материальные уравнения имеют вид:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ;  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ;  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  — магнитная проницаемость среды;  $\sigma$  — электропроводность среды.

В вакууме  $\vec{D} \equiv \vec{E}$  и  $\vec{B} \equiv \vec{H}$ .

**Граничные условия.**

Во многих случаях неоднородную среду можно представить в виде совокупности кусочно-непрерывных однородных областей, в которых выполняются следующие условия на границе сред:

$$\begin{aligned} \vec{D}_{2n} - \vec{D}_{1n} &= 4\pi\sigma; & \vec{B}_{1n} &= \vec{B}_{2n}; \\ \vec{E}_{1\tau} &= \vec{E}_{2\tau}; & [\vec{n}, \vec{H}_2 - \vec{n}, \vec{H}_1] &= \frac{4\pi\vec{i}}{c}, \end{aligned}$$

где  $\sigma$  — поверхность сторонних зарядов;  $\vec{i}$  — поверхностная плотность тока проводимости на границе раздела сред.

Уравнения Максвелла в интегральной форме учитывают граничные условия.

### Удельная проводимость некоторых веществ (при температуре 20 °С)

Вещество	Удельная проводимость, См/м
Серебро	$6,25 \cdot 10^7$
Медь	$5,81 \cdot 10^7$
Золото	$4,55 \cdot 10^7$
Алюминий	$3,7 \cdot 10^7$

Вещество	Удельная проводимость, См/м
Магний	$2,27 \cdot 10^7$
Иридий	$2,11 \cdot 10^7$
Молибден	$1,85 \cdot 10^7$
Вольфрам	$1,82 \cdot 10^7$

Вещество	Удельная проводимость, См/м
Цинк	$1,69 \cdot 10^7$
Никель	$1,15 \cdot 10^7$
Железо чистое	$10^7$
Платина	$9,35 \cdot 10^6$
Олово	$8,33 \cdot 10^6$
Сталь литая	$7,69 \cdot 10^6$
Свинец	$4,81 \cdot 10^6$
Нейзильбер	$3,03 \cdot 10^6$
Константан	$2 \cdot 10^6$
Манганин	$2,33 \cdot 10^6$
Ртуть	$1,04 \cdot 10^6$

Вещество	Удельная проводимость, См/м
Нихром	$8,93 \cdot 10^5$
Графит	$1,25 \cdot 10^5$
Вода морская	3
Земля влажная	$10^{-2}$
Вода дистиллированная	$10^{-4}$
Мрамор	$10^{-8}$
Стекло	$10^{-11}$
Фарфор	$10^{-14}$
Кварцевое стекло	$10^{-16}$
Янтарь	$10^{-18}$

## Фундаментальные физические постоянные

Фундаментальные физические постоянные (константы) входят в уравнения, описывающие фундаментальные законы природы и свойства материи.

Величина	Символ	Значение
Скорость света в вакууме	$c$	$299\,792\,458 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Характеристическое сопротивление вакуума	$Z_0 = \mu_0 c$	$376,730\,313\,46177 \dots \Omega$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,674\,28(67) \times 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Постоянная Планка (элементарный квант действия)	$h$	$6,626\,068\,96(33) \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Дирака (или приведенная постоянная Планка)	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,054\,571\,628(53) \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Элементарный заряд	$e$	$1,602\,176\,487(40) \times 10^{-19} \text{ Кл}$
Магнитная постоянная (по старой терминологии — магнитная проницаемость вакуума)	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}$
		$1,256\,637\,061\,4359 \dots \times 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}$
Постоянная Вина	$b$	$2,89782 \times 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$

## Размерные комбинации фундаментальных постоянных

Название	Символ	Значение
Планковская масса	$m_p = \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2}$	$2,176\,44(11) \times 10^{-8} \text{ кг}$
Планковская длина	$l_p = \left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2}$	$1,616\,252(81) \times 10^{-35} \text{ м}$
Планковское время	$t_p = \left(\frac{\hbar G}{c^5}\right)^{1/2}$	$5,391\,24(27) \times 10^{-44} \text{ с}$

## Некоторые другие физические постоянные

Название	Символ	Значение
Масса электрона	$m_e$	$9,109\,382\,15(45) \times 10^{-31} \text{ кг}$
Масса протона	$m_p$	$1,672\,621\,637(83) \times 10^{-27} \text{ кг}$
Масса нейтрона	$m_n$	$1,674\,927\,211(84) \times 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Фарадея	$F = N_A e$	$96\,485,3399(24) \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$
Газовая постоянная	$R = k N_A$	$8,314\,472(15) \text{ Дж} \cdot \text{Кл}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
Удельный молярный объем идеального газа (при 273,15 К, 101,325 кПа)	$V_m$	$22,413\,996(39) \times 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$
Стандартное атмосферное давление	atm	101 325 Па (точно)
Боровский радиус	$a_0 = \frac{\alpha}{4\pi R_\infty}$	$0,529\,177\,208\,59(36) \times 10^{-10} \text{ м}$
Энергия Хартри	$E_h = 2 R_\infty h c$	$4,359\,743\,94(22) \times 10^{-18} \text{ Дж}$
Постоянная Ридберга	$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h}$	$109\,677,585\,685\,27(73) \text{ см}^{-1}$
Магнетон Бора	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$927,400\,915(23) \times 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$
Магнитный момент электрона	$\mu_e$	$-928,476\,377(23) \times 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$
g-Фактор свободного электрона	$g_e = \frac{2\mu_e}{\mu_B}$	2,002 319 304 3622 (15)
Ядерный магнетон	$\mu_N$	$5,050\,783\,24(13) \times 10^{-27} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$

Название	Символ	Значение
Магнитный момент протона	$\mu_p$	$1,410\,606\,662(37) \times 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$
Гиромагнитное отношение протона	$\gamma_p = \frac{2\mu_p}{\mu_N}$	$2,675\,222\,099(70) \times 10^8 \text{ с}^{-1} \cdot \text{Тл}^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = \frac{\pi^2}{60} \frac{k^4}{\hbar^3 c^2}$	$5,670\,400(40) \times 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
Первая радиационная постоянная	$c_1 = 2\pi\hbar c_2$	$3,741\,771\,18(19) \times 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$
Вторая радиационная постоянная	$c_2$	$1,438\,7752(25) \times 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стандартное ускорение свободного падения на поверхности Земли	$g$	$9,806\,65 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$
Температура тройной точки воды	$T_0$	$273,16 \text{ К}$

### Взаимодействия. Частицы

Взаимодействие	На какие частицы действует	Калибровочные бозоны	Радиус действия	Константа взаимодействия	Характерное время жизни, с
Сильное	Все цветные частицы	8 глюонов, спин $J=1$ , безмассовые	$1 \text{ Фм} = 1/m_\pi$	1	$10^{-23}$ $\Delta \rightarrow N\pi$
Электромагнитное	Все электрически заряженные частицы	Фотон, спин $J=1$ , безмассовый	$\infty$	$(1/137)^{1/2}$	$10^{-20} - 10^{-16}$ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda\gamma$
Слабое	Кварки, лептоны, электрослабые калибровочные бозоны	$W^+, W^-, Z$ , спин $J=1$ , $m(W^\pm) = 80 \text{ ГэВ}$ , $(Z) = 91 \text{ ГэВ}$	$10^{-2} \text{ Фм} = 1/m_W$	$10^{-6}$	$> 10^{-12}$ $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$ $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$
Гравитационное	Все массивные частицы	Гравитон, спин $J=2$ , безмассовый	$\infty$	$10^{-38}$	—

# АСТРОНОМИЯ

## Вселенная

**Вселенная** — весь мир с множеством объектов и процессов, существующий объективно, независимо от сознания человека. Вселенная непрерывно изменяется, развивается, эволюционирует.

**Метагалактика** — доступная наблюдениям, предельная по степени общности и объему, обладающая структурностью на всех своих уровнях система космических объектов: масса около  $10^{52}$  кг, размеры около  $10^{26}$  м (18—20 млрд световых лет), возраст от 18 до 20 млрд лет.

Предположительно в Метагалактике может насчитываться свыше  $10^{21}$ — $10^{24}$  звезд.

Межгалактическое пространство включает облака горячего и холодного газа, шаровые звездные скопления и отдельные группы звезд, а также пыль и космическое излучение различного рода.

## Методы определения расстояний до астрономических объектов.

### Закон Хаббла

**Закон Хаббла.** Астрономические наблюдения показывают, что все объекты Метагалактики находятся в движении, удаляясь друг от друга и от нашей Галактики. Скорость движения определяют по **красному смещению** спектральных линий, возникающему благодаря эффекту Доплера (если объект удаляется от наблюдателя, линии в его спектре будут равномерно смещаться на величину  $z$  в красную часть спектра).

Наибольшее красное смещение наблюдается в спектрах далеких объектов (галактик и квазаров) и интерпретируется как следствие расширения Вселенной. Величина  $z$  в первом приближении прямо пропорциональна лучевой скорости, которая для внегалактических объектов пропорциональна расстоянию  $r$  от объекта до наблюдателя на Земле. Зависимость  $z$  от  $r$  называют законом Хаббла:  $cz = Hr$ , где  $H$  — постоянная Хаббла (определяется экспериментально и на сегодняшний день оценивается как равная примерно 70 км/(с·Мпк)),  $r$  — расстояние до объекта. Закон Хаббла обычно используется для определения расстояний до внегалактических объектов по их красному смещению, если последнее достаточно велико.

## Масса и плотность космических объектов

Основная масса вещества сосредоточена в звездах, и только несколько процентов вещества, главным образом в спиральных и неправильных галактиках, приходится на межзвездную среду (газ и пыль).

## Плотность космических объектов

Объекты	Средняя плотность, кг/м <sup>3</sup>
Вселенная (оценка)	$7 \times 10^{-27}$
Шаровое скопление	$4 \times 10^{-18}$
Скопление галактик	$7 \times 10^{-25}$
Галактика	$2 \times 10^{-21}$
Межзвездная среда	$3 \times 10^{-22}$

Объекты	Средняя плотность, кг/м <sup>3</sup>
Красный гигант	$5 \times 10^{-5}$
Солнце	$1,4 \times 10^3$
Белый карлик	$10^9$
Нейтронная звезда	$10^{17}$
Черная дыра	$10^{96}$

## Эволюция Вселенной

Космическое время	Эпоха	Характерные процессы
0	Сингулярность	Большой взрыв
$10^{-43}$ с	Планковский момент	Возникновение реликтовых гравитонов. Для описания этой эпохи неприменима современная теория гравитации (неквантовая)
$10^{-6}$ с	Адронная эра	Аннигиляция протонантипротонных пар
1 с	Лептонная эра	Аннигиляция электронпозитронных пар
1 мин	Радиационная эра	Ядерный синтез гелия и дейтерия
10 000 лет	Эра вещества	Во Вселенной начинает доминировать вещество
300 000 лет	Эпоха отделения излучения от вещества	Вселенная становится прозрачной
1—2 млрд лет	Начало образования галактик	
3 млрд лет	Галактики начинают образовывать скопления	
4 млрд лет	Сжатие нашей протогалактики	
4,1 млрд лет	Образуются первые звезды	
5 млрд лет	Рождение квазаров	
15,2 млрд лет	Образование межзвездного облака, давшего начало Солнечной системе	
15,3 млрд лет	Сжатие протосолнечной туманности	

Космическое время	Эпоха	Характерные процессы
15,4 млрд лет	Образование планет, затверждение пород	
16,1 млрд лет	Археозойская эра. Образование самых старых земных пород	
17 млрд лет	Зарождение микроорганизмов	

## Звезды

**Звезда** — небесное тело, в котором происходят (происходили, будут происходить) реакции термоядерного синтеза. Звезды — мощные источники энергии.

В звездах сосредоточена основная масса видимого вещества галактик.

**Параметры звезд.** К основным параметрам относят: светимость ( $L$ ); массу ( $M$ ); радиус ( $R$ ).

Численные значения этих параметров принято выражать в единицах солнечной светимости ( $L_{\odot} = 3,86 \times 10^{33}$  эрг/с), солнечной массы ( $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{33}$  г) и солнечного радиуса ( $R_{\odot} = 6,96 \times 10^{10}$  см).

Обычно массу звезд оценивают по соотношению масса—светимость или спектру.

### Характеристики наиболее ярких или близких к нам звезд

$Sp$  — спектральный класс;  $M_b$  — абсолютная болометрическая звездная величина;  $M$ ,  $L$ ,  $R$  — соответственно масса, светимость и радиус звезды в солнечных единицах

Звезда	$Sp$	$M_b$	$M/M_{\odot}$	$L/L_{\odot}$	$R/R_{\odot}$
Сириус А	A1 V	+0,79	2,2	22,4	1,8
Процион А	F5 IV—V	+2,59	1,7	6,7	1,7
Солнце	G2 V	+4,72	1,00	1,00	1,0
$\alpha$ Центавра А	G2 V	+4,39	1,02	1,3	1,23
$\alpha$ Центавра В	K5 V	+6,16	0,89	0,27	0,87
Крюгер 60В	M6	+11,4	0,15	0,007	0,40

## Спектральные классы и цвет звезд

**Спектральные классы звезд** — классы, установленные по особенностям спектров звезд. Большинство звезд обладают непрерывным спектром с темными линиями поглощения. У некоторых типов в спектре имеются эмиссионные линии, возникающие в верхних слоях или оболочках звезд. Различия в спектрах звезд обуславливаются различием физических свойств их атмосфер ( $T$ ,  $P$ , определяющих степень ионизации атомов). Вид спектра зависит также от наличия магнитных полей, различий в химическом составе и т. д.

Звезды спектральных классов О, В, А — горячие или ранние; F и G — солнечные; K и M — холодные или поздние.

Для планетарных туманностей введен спектральный класс Р, для новых звезд — класс Q. Звезды с широкими линиями излучения в спектре отнесены к классу W

(их температура достигает 100 тыс. К). Спектры углеродных звезд С содержат сильные полосы соединений углерода, а звезды типа S — циркония.

При этом спектральная последовательность одновременно является и цветовой.

**Цвет звезды** — визуальная характеристика излучения звезды в оптическом диапазоне, зависящая от эффективной температуры  $T_e$  ее поверхности. С ростом  $T_e$  цвет звезды меняется (подобно цвету раскаленного тела) от красного к голубому.

Звезды O и B — голубые, A и F — белые, G — желтые, K — оранжевые, M, R, N, S — красные. Температура поверхности звезд вдоль последовательности меняется от  $\approx 40000$  К (класс O) до 2500 К (класс M).

### Классификация звездных спектров

Спектральный класс	Особенности спектров	Температура, К	Цвет	Типичные звезды
O	Линии H $\text{I}$ , HeI, HeII многократно ионизованных Si, C, N, O (SiIV, CIV, CIII, NIII и др.)	$40^{+28}$ тыс.	Голубой	$\zeta$ Кормы, $\lambda$ Ориона, $\zeta$ Персея, $\lambda$ Цефея
B	Линии поглощения HeI, H $\text{I}$ , усиливающиеся к классу A. Слабые линии H и K CaII	$28^{+10}$ тыс.	Голубоватобелый	$\epsilon$ Ориона, $\alpha$ Девы, $\gamma$ Персея, $\gamma$ Ориона
A	Линии H $\text{I}$ интенсивны; линии H и K CaII, усиливающиеся к классу F; появляются слабые линии металлов (Fe, Mg)	$10^{+7}$ тыс.	Белый	$\alpha$ Большого Пса, $\alpha$ Лиры, $\gamma$ Близнецов
F	Линии H и K CaII и линии металлов, усиливающиеся к классу G. Линии H $\text{I}$ ослабевают. Появляется линия CaI ( $\lambda = 4227 \text{ \AA}$ ), а также полоса G ( $\lambda \sim 4310 \text{ \AA}$ ), образуемая линиями Fe, Ca и Ti	7—6 тыс.	Желтоватобелый	$\delta$ Близнецов, $\alpha$ Малого Пса (Процион), $\alpha$ Персея, $\alpha$ Кормы
G	Линии H и K CaII интенсивны. Довольно интенсивны линия CaI и линии FeI и FeII. Многочисленны линии других металлов. Интенсивна полоса G. Линии H $\text{I}$ слабеют к классу K	6—5 тыс.	Желтый	Солнце, $\alpha$ Возничего, $\beta$ Южной Гидры
K	Линии H и K CaII достигают наибольшей интенсивности, интенсивны линия CaI ( $\lambda = 4227 \text{ \AA}$ ), линии металлов и полоса G. С подкласса K5 становятся видимыми полосы поглощения TiO	5—3,5 тыс.	Оранжевый	$\alpha$ Волопаса (Арктур), $\beta$ Близнецов (Поллукс), $\alpha$ Тельца (Альдебаран)

М	Интенсивны полосы поглощения TiO и других молекулярных соединений. Заметны линии металлов, H и K CaII, линия $\lambda = 4227 \text{ \AA}$ CaI, полоса G слабеет. У долгопериодических переменных типа o Кита имеются линии излучения H1	3,5—2,5 тыс.	Красный	$\alpha$ Ориона (Бетельгейзе), $\alpha$ Скорпиона (Антарес), o Кита
---	---	--------------	---------	---

### Светимость. Классы светимости

**Светимость ( $L$ )** — физическая характеристика тела, указывающая, какое количество энергии оно теряет в единицу времени. Мощность светимости измеряется в ваттах ( $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 10^7 \text{ эрг/с}$ ). Например, светимость Солнца составляет около  $4 \times 10^{33} \text{ эрг/с}$ . Некоторые звезды имеют светимость, в миллион раз превышающую светимость Солнца, квазары и активные ядра галактик обладают светимостью, сопоставимой со светимостью галактики (порядка  $10^{44}$ — $10^{47} \text{ эрг/с}$ ).

В зависимости от приемников излучения различают светимость визуальную, фотографическую (относящуюся к излучению в соответствующей области спектра) и болометрическую (относящуюся к излучению во всех частотах спектра, т. е. полную светимость). Болометрическая светимость меняется для различных звезд в пределах от  $10^5 L_{\odot}$  (для горячих сверхгигантов) до  $10^{-4} L_{\odot}$  (для слабых карликов). Светимость может быть вычислена по абсолютной звездной величине объекта.

**Абсолютная звездная величина ( $M$ )** — звездная величина, которую имело бы данное светило с расстояния 10 пк при отсутствии межзвездного поглощения света. Определяется светимостью объекта. Абсолютная звездная величина, в отличие от видимой ( $m$ ), позволяет сравнивать истинные светимости небесных объектов (в заданном диапазоне спектра). Болометрическая абсолютная звездная величина Солнца +4,7.

**Классы светимости.** Простейший вид классификации заключается в разделении звезд в наиболее общем случае на гиганты и карлики, при более подробной классификации — на сверхгиганты, субгиганты, субкарлики и т. д. Эти подразделения образуют последовательности звезд на диаграмме Герцшпрунга—Расселла. Большинство звезд на этой диаграмме образует т. н. главную последовательность. На главной последовательности находится и наше Солнце.

Класс	Название	Абсолютные звездные величины $M$ спектральных классов F—G
Ia*	Ярчайшие сверхгиганты	– 10
Ia	Яркие сверхгиганты	– 7,5
Ib	Нормальные сверхгиганты	– 4,7
II	Яркие гиганты	– 2,2
III	Нормальные гиганты	+ 1,2
IV	Субгиганты	+ 2,7
V	Карлики главной последовательности	+ 4
VI	Субкарлики	+ 5 ÷ 6
VII	Белые карлики	+ 13 ÷ 15

## БЛИЖАЙШИЕ ЗВЕЗДЫ

### Характеристика ближайших звезд

$m_v$  — визуальная звездная величина;  $r$  — расстояние до звезды, пк;  $L$  — светимость звезды по отношению к светимости Солнца

Звезда	$m_v$	$r$	$L$
Солнце	-26,73	—	1,0
Проксима Центавра (V645 Центавра)	11,05	1,32	0,000056
$\alpha$ Центавра А (Ригель Центавра, Толиман; двойная)	0,32	1,34	1,06
$\alpha$ Центавра В (HD 128621, двойная)	1,72	1,34	0,293
Барнарда Змееносца (BD + 04°3561a)	9,54	1,81	0,000427
Вольф 359 (CN Льва)	13,53	2,33	0,000018
BD + 36°2147 (Лаланд 21185)	7,50	2,50	0,53
$\alpha$ Б. Пса А (Сириус А)	-1,46	2,66	22,2
$\alpha$ Б. Пса В (Сириус В)	8,47	2,66	0,00204
L 726-8 А (UV Кита, двойная)	12,45	2,73	0,000067
L 726-8 В (UV Кита, Лейтен, двойная)	12,95	2,73	0,000041
Росс 154 (V1216 Стрельца)	10,6	2,90	0,00041
Росс 248 (НН Андромеды)	12,29	3,16	0,000102
$\epsilon$ Эридана (BD -09°697)	3,73	3,30	0,30
L 789-6 (Лейтен)	12,18	3,30	0,00012
Росс 128 (F1 Девы)	11,10	3,32	0,00034
61 Лебеда А (двойная)	5,22	3,40	0,080
61 Лебеда В (двойная)	6,03	3,40	0,038
$\epsilon$ Индейца	4,68	3,44	0,135
$\alpha$ М. Пса А (Процион, двойная)	0,37	3,49	7,5
$\alpha$ М. Пса В (Процион, двойная)	10,7	3,49	0,00054
BD + 59°1915 А (Струве 2398А)	8,9	3,53	0,0030
BD + 59°1915 В (Струве 2398В)	9,69	3,53	0,00143
BD + 43°44 А (Грумбридж-34А)	8,07	3,55	0,0064
BD + 43°44 В (Грумбридж-34В)	11,04	3,55	0,00041
CD -36°15693 Лакайль 9352	7,36	3,58	0,0124
$\tau$ Кита	3,50	3,62	0,442
BD +5° 1668 (Лейтена)	9,82	3,72	0,0014

Звезда	$m$	$r$	$L$
CD -39°14192	6,67	3,84	0,027
Звезда Каптейна (CD -45°1841)	8,81	3,90	0,0039
Крюгер 60 A (BD+56°2783, Цефея, двойная)	9,85	3,95	0,0014
Крюгер 60 B (DO Cephei, Цефея, двойная)	11,3	3,95	0,00041
Росс 614 A (LHS 1849, Единорога, двойная)	11,17	4,00	0,00046
Росс 614 B (V577 Единорога, двойная)	14,8	4,00	0,000016
Gl 628 (Вольф 1061, BD -12°4523)	10,12	4,01	0,00128
Звезда Ван Маанена (Gl 35, LHS 7)	12,37	4,24	0,00017
Вольф 424 A (LHS 333, Девы, двойная)	13,16	4,35	0,000087
Вольф 424 B (Gl 473 B, FL Девы, двойная)	13,4	4,35	0,000071
CD -37°15492	8,63	4,43	0,0060

## РАЗМЕРЫ НЕКОТОРЫХ НАИБОЛЕЕ ЯРКИХ БЛИЗКИХ ЗВЕЗД

(Радиус по отношению к радиусу Солнца)

Звезда	Радиус
<i>Сверхгиганты</i>	
Бетельгейзе	300
ε Возничего A	251
<i>Гиганты</i>	
Альдебаран	60
Арктур	30
Капелла	12
<i>Главная последовательность</i>	
Вега	2,4
Процион	1,9
Сириус A	1,8
Альтаир	1,4
α Центавра A	1,0
61 Лебедя A	0,7
Крюгер 60 A	0,3
<i>Белые карлики</i>	
Вольф 1346	0,02
Сириус B	0,0034

## Иерархия звездных группировок

Согласно характерному количеству звезд, входящих в группировку, можно построить следующую иерархию: рассеянное звездное скопление — звездная ассоциация — шаровое скопление — галактика (см. раздел «Галактики») — группа галактик — скопление галактик — сверхскопление галактик.

Рассеянные звездные скопления	Находятся в дисках спиральных и неправильных галактик, обычно состоят из нескольких сотен или тысяч звезд молодого или умеренного возраста (10—100 млн лет). Рассеянные звездные скопления имеют меньшую плотность и выглядят более разреженными, чем шаровые скопления. В Млечном пути примерами рассеянных звездных скоплений являются Гиады и Плеяды, которые хорошо видны невооруженным глазом в созвездии Тельца. Скопление Ясли в созвездии Рака видно в сильный бинокль. В настоящее время в Галактике выделено более 1700 объектов этого класса, а всего в Галактике может быть до 105 рассеянных скоплений.
Звездная ассоциация	Разреженные группировки молодых звезд, возраст которых не превышает нескольких десятков миллионов лет. Типичный размер звездной ассоциации 50—100 пк. Количество наблюдаемых звезд — от нескольких единиц до нескольких сотен. Ассоциации отличаются от молодых звездных скоплений большим размером (десятки парсеков) и меньшей плотностью звезд. Гравитационное притяжение между звездами во многих случаях недостаточно для того, чтобы удерживать звезды вместе.
Шаровое скопление	Звездное скопление, отличающееся от рассеянного скопления большим количеством звезд, их более высокой концентрацией к центру скопления и значительно большим возрастом, близким к возрасту Галактики. Обычно в шаровых скоплениях заключено $10^5$ — $10^6$ звезд. В Млечном пути обнаружено около 150 шаровых скоплений; всего их, вероятно, не более 200. Шаровые скопления принадлежат к сферической составляющей Галактики.
Галактика	Гравитационно связанная система из звезд, межзвездного газа, пыли и других объектов, которые участвуют в движении относительно общего центра масс.
Скопление галактик	Гравитационно связанная система, в которой число галактик — от десятков до тысяч. Характерный размер скопления — несколько мегапарсеков. Ближайшее к нам крупное скопление находится в созвездии Девы.
Сверхскопление	Самый крупный тип объединения, включает в себя тысячи галактик. <b>Местное Сверхскопление</b> — скопление скоплений галактик диаметром около 30 Мпк. Принято разделять Местное Сверхскопление на <b>Местный Комплекс галактик</b> , частью которого является Местная Группа, и скопление галактик в Деве.

## ГАЛАКТИКИ

Галактики очень разнообразны: среди них выделяют эллиптические, спиральные, галактики с перемычкой (баром), карликовые, неправильные и т. д. Масса галактик ва-

рьюруется от  $10^7$  до  $10^{12}$  масс Солнца (масса Млечного пути  $3 \times 10^{12}$  масс Солнца). Диаметр галактик — от 5 до 50 кпк (от 16 до 160 тыс. св. лет). Диаметр Млечного пути — около 100 000 св. лет.

### Расстояния до ближайших галактик, их групп и скоплений

Галактика или группа	Видимый модуль расстояния ( $m-M$ )	Расстояние, млн св. лет
Большое Магелланово Облако	18,7	0,15
Малое Магелланово Облако	19,0	0,18
Группа Андромеды (M 31)	24,5	2,15
Группа Скульптора	27,2	8,20
Группа Б. Медведицы (M 81)	27,4	8,60
Скопление в Деве	30,7	40
Скопление в Печи	31,3	54

### Морфология галактик Классификация Хаббла

По классификации Хаббла различают:

**Эллиптические галактики (E)** — галактики, у которых дисковой составляющей нет, либо она слабоконтрастна. Все остальные галактики дисковые.

**Спиральные галактики (S)** — галактики, обладающие спиральными ветвями. Иногда ветви могут вырождаться в кольца. Спиральные галактики вращаются вокруг своей оси не как твердый однородный по массе диск, а дифференциально — по закону, зависящему от распределения массы. Различают:

- **обычные спиральные галактики** имеют изогнутые продолговатые яркие рукава (спиральные ветви), число которых может сильно варьироваться; все они берут начало из яркого центрального ядра;
- **пересеченные спиральные галактики** кроме ядра и диска имеют перемычку формы, близкой к цилиндрической, которая обычно симметрична относительно ядра; на концах перемычки располагаются два основных ответвления спирали, а другие рукава могут начинаться в любой точке воображаемой окружности с центром, находящимся в области ядра, и диаметром, совпадающим с длиной перемычки.

Между типами E и S находится **тип линзовидных галактик (S0)**. Как и S-галактики, они обладают звездным диском и балджем, но в них нет спиральных ветвей (хотя бар может быть). Считается, что это галактики, которые в далеком прошлом были спиральными, но к настоящему времени почти полностью «потеряли» или израсходовали межзвездный газ, а вместе с ним и способность образовывать яркие спиральные ветви.

**Неправильные (иррегулярные) галактики (Irr)** — для них характерна неправильная клочковатая структура. Как правило, в них очень много межзвездного газа, до 50 % от массы галактики.

**Карликовые эллиптические галактики (dE).** Обладают всеми признаками эллиптических, но при этом невысокой яркостью.

Так как постоянно происходит открытие новых галактик, список типов также расширяется.

### Подсистемы галактик

Ядро	Малая, наиболее плотная область в центре галактики, активное ядро предполагает наличие других объектов, помимо звезд и газа. Галактики, обладающие активными ядрами, принято разделять на несколько типов. Различают галактики Сейферта, радиогалактики, лацертиды и т.д. Проявление активности ядер в каждом из этих типов галактик имеет свои наблюдаемые особенности.
Диск	Плоская звездно-газовая подсистема с высокой плотностью по сравнению с окружающей его сферической составляющей галактики (корона, гало, балдж). В диске сосредоточен почти весь межзвездный газ и молодые звезды, обращающиеся вокруг центра галактики по орбитам, лежащим в одной плоскости. В дисках галактик часто наблюдаются спиральные рукава, расходящиеся от центра к периферии.
Спиральная ветвь (спиральный рукав)	Уплотнение из межзвездного газа и преимущественно молодых звезд в виде спирали. Скорее всего, являются волнами плотности, вызванными различными причинами, однако вопрос об их происхождении до сих пор окончательно не решен.
Полярное кольцо	Редкий компонент. В галактиках, принадлежащих к такому типу, звезды, газ и пыль вращаются в кольцах, перпендикулярных к плоскости плоского диска галактики.
Сферическая составляющая галактик	В отличие от диска населен хаотически движущимися старыми звездами, тяготеющими не к плоскости галактики, а к ее центру и движущимися по вытянутым орбитам.
Балдж	Наиболее яркая внутренняя часть сферической составляющей размером от нескольких сотен парсеков до нескольких килопарсеков. Состоит преимущественно из очень старых звезд, движущихся в галактике по вытянутым орбитам.
Гало	Внешняя часть сферической составляющей. Граница между балджем и гало размыта и достаточно условна.
Бар (перемычка)	Выглядит как плотное вытянутое образование, состоящее из звезд и межзвездного газа. По расчетам, главный поставщик межзвездного газа к центру галактики.
Корона галактики	Разреженный газ, включающий частицы очень высоких энергий, удерживаемый магнитным полем галактики в пределах почти сферического объема, охватывающего всю галактику. Наша Галактика также обладает короной.

### Излучение. Светимость

Класс светимости галактик (спиральных) предложено оценивать по мощности спиральных рукавов: чем больше светимость галактики, тем мощнее (массивнее) и уже рукава.

Самый широкий диапазон светимостей наблюдается у эллиптических галактик. В Местной группе галактик найдены эллиптические галактики малой светимости ( $\sim 10^{41}$ — $10^{38}$  эрг/с) и массы ( $10^8$ — $10^5 M_{\odot}$ ).

У спиральных галактик интервал светимостей — от  $10^{44}$  до  $10^{41}$  эрг/с, интервал масс  $10^{12}$ — $10^8 M_{\odot}$ .

Неправильные галактики по светимости  $\leq 10^{43}$  эрг/с, массе  $\leq 10^{10} M_{\odot}$ .

### Классификация галактик по типам и светимости

Классы светимости	Масса (в массах Солнца)	Типы галактик			
		Эллиптические	Линзообразные	Спиральные	Неправильные
Яркие сверхгиганты	$10^{13}$	Ярчайшие системы в сферических скоплениях галактик		—	—
Нормальные сверхгиганты	$10^{12}$	Ярчайшие объекты сверхскоплений галактик:			—
		Дева А	NGC 4382	«Сомбреро»	
Яркие гиганты	$10^{11}$	Рядовые объекты скоплений галактик		Ярчайшие объекты Местной Группы: Андромеда и Галактика	—
Нормальные гиганты	$10^{10}$			Треугольник	Большое Магелланово Облако
Яркие карлики	$10^9$	Спутники Андромеды		Спирали близких групп	Малое Магелланово Облако
		М 32	NGC 205		
Нормальные карлики	$10^8$	Слабые спутники Андромеды		Карлики в соседних группах	Прочие галактики Местной Группы
Слабые карлики	$10^7$	Эллиптические карлики Местной Группы		—	—
Пигмеи	$10^6$				

Болометрическая светимость галактик (т. е. полная мощность излучения) лежит в широких пределах. У одной и той же галактики светимость в различных диапазонах спектра различна. Это связано с тем, что основной вклад в излучение галактик на различных длинах волн вносят объекты различной природы.

### Спектральный диапазон светимости галактик в зависимости от объектов галактик

Спектральный диапазон	Объекты, дающие основной вклад в излучение галактики	Примечание
Гамма	Активные ядра некоторых галактик. Источники, дающие одиночные короткие всплески излучения, по-видимому, связанные с компактными звездами (нейтронными звездами, черными дырами).	Излучение галактик в этом диапазоне редко наблюдается. Оно регистрируется только за пределом атмосферы.
Рентгеновский	Горячий газ, заполняющий галактику. Активные ядра некоторых галактик. Отдельные источники, связанные с тесными двойными звездными системами с перетеканием вещества на компактную звезду.	Излучение принимается только за пределом атмосферы.
Ультрафиолетовый	Наиболее горячие звезды (в галактиках, где происходит звездообразование, это — голубые сверхгиганты). Активные ядра некоторых галактик.	Излучение особенно сильно в галактиках с интенсивным звездообразованием.
Область видимого света	Звезды с различной температурой. Светлые газовые туманности.	В этом диапазоне большинство галактик излучает основную энергию.
Ближний инфракрасный	Наиболее холодные звезды (красные сверхгиганты, красные гиганты, красные карлики).	Светимость галактики в этом диапазоне наиболее точно характеризует полную массу содержащихся в ней звезд.
Далекий инфракрасный	Межзвездная пыль, нагретая излучением звезд. Активные ядра и окрестные области некоторых галактик.	Излучение особенно сильно в галактиках с интенсивным звездообразованием. Регистрируется только за пределом атмосферы.
Радио	Высокоэнергичные электроны, изучающие в межзвездном магнитном поле. Холодный (атомарный, молекулярный) межзвездный газ, излучающий на определенных частотах. Активные ядра некоторых галактик.	Излучение дает основную информацию о холодном межзвездном газе галактики и о магнитных полях в межзвездном пространстве.

**Радиогалактики** — галактики, у которых радиосветимость сравнима с оптической. Излучение радиогалактик имеет нетепловой характер. У радиогалактик умеренной мощности основным источником радиоизлучения является область ядра. Наиболее мощными радиоисточниками являются D-галактики — E-галактики с протяженными оптическими оболочками (коронами).

### Радиоизлучение галактик

Галактики	Оптические данные			Расстояние, Мпк	Радиоизлучение	
	Тип	Видимая величина	Абсолютная звездная величина		Поток на волне 75 см, Ян	Мощность радиоизлучения в интервале 30 м — 3 см, эрг/с
Нормальные галактики						
Галактика	Sb	—	– 21	—	—	$4,4 \times 10^{38}$
Туманность Андромеды	Sb	4,3	– 22	0,69	75	$3,7 \times 10^{38}$
Треугольник	Sc	6,2	– 19	0,73	4	$8,4 \times 10^{36}$
IC 1613	Ir	10,0	– 15	0,69	0,8	$1,4 \times 10^{36}$
Радиогалактики умеренной мощности						
Дева А	E	9,6	– 20,6	12,2	580	$6,5 \times 10^{40}$
Кентавр А	E + S	7,9	– 20,7	4	220	$2,7 \times 10^{40}$
M82	Ir	9,2	– 20,2	2,2	12	$5,1 \times 10^{38}$
Мощнейшие радиогалактики						
Лебедь А	E + E	16+16	– 22,2	171	4500	$1,2 \times 10^{45}$
3C 295	E	21,5	– 24	1380	52	$2,7 \times 10^{45}$

**Квazarы** — по современным представлениям — это активные ядра очень далеких галактик. Число открытых квазаров на сегодняшний момент превышает 1500.

### Масса галактик

Массы галактик выражают числом солнечных масс (масса Солнца  $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30}$  кг). Существует несколько способов определения массы, наиболее точный из которых — изучение скоростей вращения периферийных, промежуточных и центральных частей спиральных галактик.

Для эллиптических галактик массу оценивают по расширению линий в их спектрах, которое вызывается движением звезд (чем выше скорости звезд, тем больше масса и шире линии в ее спектре). Или (для ближних галактик) подсчитывают и определяют массу звезд, составляющих галактику. Однако последний метод не точен.

Расхождение увеличивается для более массивных галактик (парадокс скрытой массы). Есть предположение, что оно может быть вызвано присутствием значительной массы в коронах. Основной вклад в массу короны могут давать многочисленные маломассивные звезды со столь малой светимостью, что обнаружить их оптическими методами не удается. Существует также гипотеза, что главный вклад в скрытую массу дают слабо взаимодействующие элементарные частицы.

## МЕСТНАЯ ГРУППА ГАЛАКТИК

**Местная группа галактик** находится на периферии сверхскопления, на расстоянии примерно 10 Мпк от его центра. В Местной группе поперечником около 1 Мпк находятся более 40 галактик. Это число постоянно увеличивается с обнаружением новых галактик. Доминирующие в системе Млечный путь и Андромеда (М 31) имеют системы спутниковых галактик. Центр масс Местной группы находится примерно на линии, соединяющей Млечный Путь и М 31. Местную группу можно разделить на несколько подгрупп:

- **группа Млечного Пути** состоит из гигантской спиральной галактики Млечный Путь и около 14 известных галактик-спутников, представляющих собой карликовые и в основном неправильные галактики;
  - **группа Андромеды** состоит из гигантской спиральной галактики Андромеды (М 31) и около 18 известных галактик-спутников, которые тоже являются в основном карликовыми галактиками;
  - **группа Треугольника** — галактика Треугольника и ее возможные спутники.
- В Местную группу входят и другие карликовые галактики, которые нельзя определить ни в одну из указанных групп.

### Члены Местной группы

Название	Под-группа	Тип	Созвездие	Примечание
<i>Спиральные галактики</i>				
Млечный Путь	Млечный Путь	SBbc		Вторая по размеру. Возможно, самый массивный член группы
Галактика Андромеды (М 31, NGC 224)		SA (s) b	Андромеда	Крупнейшая по размеру. Возможно, менее массивная, чем Млечный путь
Галактика Треугольника (М 33, NGC 598)		SAc	Треугольник	
<i>Эллиптические галактики</i>				
Карликовая эллиптическая галактика М 110 (NGC 205)		E6p	Андромеда	Спутник галактики Андромеды
М 32 (NGC 221)		E2	Андромеда	Спутник галактики Андромеды
<i>Неправильные галактики</i>				
Wolf-Lundmark-Melotte (WLM, DDO 221)		Ig+	Кит	
IC 10		KBm или Ig+	Кассиопея	

Название	Под- группа	Тип	Созвездие	Примечание
Малое Магелланово Об- лако (SMC, NGC 292)	Млеч- ный Путь	SB (s) m	Тукан	Спутник галактики Млечный Путь
Карликовая галактика в Большом Псе (Canis Major Dwarf)	Млеч- ный Путь	Irr	Большой Пес	Спутник галактики Млечный Путь
Pisces Dwarf (LGS3)		Irr	Рыбы	Спутник галактики Треугольник
IC 1613 (UGC 668)		IAB (s) m V	Кит	
Карликовая галактика в Фениксе (PGC 6830)		Irr	Феникс	
Большое Магелланово облако (LMC)	Млеч- ный Путь	Irr / SB (s) m	Золотая Рыба	Спутник галактики Млечный Путь
Лев A (Лев III)		IBm V	Лев	
Секстант B (UGC 5373)		Ir+IV — V	Секстант	
NGC 3109		Ir+IV — V	Гидра	
Секстант A (UGCA 205)		Ir+V	Секстант	
<i>Карликовые эллиптические галактики</i>				
NGC 147 (DDO 3)		dE5 pec	Кассиопея	Спутник галактики Андромеда
SagDIG (Sagittarius Dwarf Irregular Galaxy)		IB (s) m V	Стрелец	Самый удаленный от центра масс Местной группы объект
NGC 6822 (Barnard's Galaxy)		IB (s) m IV — V	Стрелец	
Pegasus Dwarf (Pegasus Dwarf Irregular, DDO 216)		Irr	Пегас	
<i>Карликовые сфероидальные галактики</i>				
Boötes Dwarf		dSph	Волопас	
Cetus Dwarf		dSph / E4	Кит	
Canes Venatici Dwarf		dSph	Гончие Псы	
Андромеда III		dE2	Андромеда	Спутник галактики Андромеда

Название	Под-группа	Тип	Созвездие	Примечание
NGC 185		dE3 pec	Кассиопея	Спутник галактики Андромеда
Андромеда I		dE3 pec	Андромеда	Спутник галактики Андромеда
Sculptor Dwarf (E351-G30)		dE3	Скульптор	Спутник галактики Млечный Путь
Андромеда V		dSph	Андромеда	Спутник галактики Андромеда
Андромеда II		dE0	Андромеда	Спутник галактики Андромеда
Fornax Dwarf (E356-G04)		dSph / E2	Печь	Спутник галактики Млечный Путь
Карликовая галактика в Киле (E206-G220)		dE3	Киль	Спутник галактики Млечный Путь
Antlia Dwarf		dE3	Насос	
Лев I (DDO 74)		dE3	Лев	Спутник галактики Млечный Путь
Sextans Dwarf		dE3	Секстант	Спутник галактики Млечный Путь
Лев II (Лев B)		dE0 pec	Лев	Спутник галактики Млечный Путь
Ursa Minor Dwarf		dE4	Малая Медведица	Спутник галактики Млечный Путь
Draco Dwarf (DDO 208)		dE0 pec	Дракон	Спутник галактики Млечный Путь
SagDEG (Карликовая эллиптическая галактика в Стрельце)		dSph / E7	Стрелец	Спутник галактики Млечный Путь
Tucana Dwarf		dE5	Тукан	
Cassiopeia Dwarf (Andromeda VII)		dSph	Кассиопея	Спутник галактики Андромеда
Pegasus Dwarf Spheroidal Galaxy (Andromeda VI)		dSph	Пегас	Спутник галактики Андромеда
Ursa Major Dwarf		dSph	Большая Медведица	Спутник галактики Млечный Путь
<i>Тип определен не точно</i>				
Virgo Stellar Stream		dSph (remnant)?	Дева	В процессе слияния с Млечным Путем

Название	Под-группа	Тип	Созвездие	Примечание
Willman 1		?	Большая Медведица	Возможно, шаровое звездное скопление
Андромеда IV		Irr?	Андромеда	Возможно, не галактика
UGC-A 86 (0355+66)		Irr, dE или S0	Жираф	
UGC-A 92 (EGB0427+63)		Irr или S0	Жираф	
<i>Возможно, не члены Местной группы</i>				
GR 8 (DDO 155)		Im V	Дева	
IC 5152		IAB (s) m IV	Индеец	
NGC 55		SB (s) m	Скульптор	
Aquarius Dwarf (DDO 210)		Im V	Водолей	
NGC 404		E0 или SA (s) 0-	Андромеда	
NGC 1569		Irr+ III — IV	Жираф	
NGC 1560 (IC 2062)		Sd	Жираф	
Жираф A		Irr	Жираф	
Argo Dwarf		Irr	Киль	
UKS 2318-420 (PGC 71145)		Irr	Журавль	
UKS 2323-326		Irr	Скульптор	
UGC 9128 (DDO 187)		Irr+	Волопас	
Palomar 12 (Capricornus Dwarf)			Козерог	Шаровое звездное скопление, ранее определялось как галактика
Palomar 4 (первоначально определена как Ursa Major Dwarf)			Большая Медведица	Шаровое звездное скопление, ранее определялось как галактика
Секстант C			Секстант	

## Млечный путь

**Млечный путь** (или Галактика). В нее входит Солнечная система и все видимые с Земли невооруженным глазом звезды. Спиральная. Диаметр около 30 тыс. пк (порядка 100 000 световых лет) при оценочной средней толщине порядка 1000 световых лет. Галактика содержит, по самой низкой оценке, порядка 200 млрд звезд (современная оценка колеблется в диапазоне предположений от 200 до 400 млрд). Основная масса звезд расположена в пределах плоского диска. Имеет 4 спиральных рукава, расположенных в плоскости диска. Диск погружен в гало сферической формы, вокруг него располагается сферическая корона.

**Солнечная система** находится на расстоянии 8,5 тыс. пк от галактического центра, вблизи плоскости Галактики (смещение к Северному полюсу Галактики составляет всего 10 пк), на внутреннем краю рукава, носящего название «рукав Ориона». Центр ядра Галактики находится в созвездии Стрельца. Расстояние от Солнца до центра Галактики — 8,5 кпк.

## Характеристика галактики Млечный путь

Тип	SBbc (спиральная галактика с перемычкой)
Диаметр	100 000 св. лет
Толщина	3000 (балдж) — 1000 (диск) св. лет
Число звезд	$2 \div 4 \times 10^{11}$
Масса	$3,0 \times 10^{12} M_{\odot}$
Возраст старейшей из известных звезд	13,2 млрд лет
Расстояние от Солнца до галактического центра	$26\,000 \pm 1\,400$ св. лет
Галактический период обращения Солнца	225—250 млн лет
Период обращения спиральной структуры	50 млн лет
Период обращения перемычки	15—18 млн лет
Скорость относительно фонового реликтового излучения	552 км/с

## Солнечная система

**Солнечная система** — это гравитационно связанная система, включающая Солнце и обращающиеся вокруг него небесные тела — 8 планет (Плутон признан в 2006 г. на 26 Ассамблее Международного астрономического союза карликовой планетой), более 63 спутников, четыре системы колец у планет-гигантов, десятки тысяч астероидов, метеороиды, кометы, пыль. В пространстве между ними движутся частицы солнечного ветра.

## СОЛНЦЕ

**Солнце** — единственная звезда Солнечной системы, вокруг которой обращаются другие объекты. Масса Солнца составляет 99,866 % от суммарной массы всей Солнечной системы.

Вращение Солнца носит дифференциальный характер: экваториальная зона вращается быстрее (14,4° за сутки), чем высокоширотные зоны (~10° за сутки у полюсов). Средний период вращения — 25,38 суток, скорость на экваторе ~ 2 км/с, энергия вращения составляет  $2,4 \cdot 10^{42}$  эрг. Мощность излучения — его светимость  $L_{\odot} \approx 3,86 \cdot 10^{33}$  эрг/с ( $3,86 \cdot 10^{26}$  Вт). Солнце относится к звездам-карликам спектрального класса G2. На диаграмме «спектр—светимость» находится в средней части главной последовательности, на которой лежат стационарные звезды, практически не изменяющие своей светимости в течение многих миллиардов лет.

### Основные параметры Солнца

Возраст		5 млрд лет
Экваториальный радиус		10 <sup>5</sup> км
Видимый диаметр с Земли		31'
Масса по отношению к массе Земли		1,99 × 10 <sup>30</sup> кг
		3,32 × 10 <sup>5</sup>
Средняя плотность <ul style="list-style-type: none"><li>• фотосферы</li><li>• зоны конвективных потоков</li><li>• зоны лучистого переноса</li><li>• ядра</li><li>• по сравнению с плотностью Земли</li></ul>		1,409 г/см <sup>3</sup>
		8·10 <sup>-8</sup> г/см <sup>3</sup>
		6·10 <sup>-3</sup> г/см <sup>3</sup>
		2 г/см <sup>3</sup>
		160 г/см <sup>3</sup>
		0,26
Спектральный класс		G2V
Среднее давление	Фотосферы	10 <sup>-3</sup> кПа
	Зоны конвективных потоков	10 <sup>1</sup> кПа
	Зоны радиоактивной зоны лучистого переноса	3 × 10 <sup>13</sup> кПа
	Зоны ядра	3 × 10 <sup>14</sup> кПа
Ускорение свободного падения по сравнению с земным		2,7398 × 10 <sup>4</sup> см/с <sup>2</sup>
		28
Расстояние от Земли		1,496 × 10 <sup>8</sup> км
Скорость вращения на поверхности		617,7 км/с
Угловая скорость		2,87 × 10 <sup>-6</sup> рад/с
Период экваториального вращения, земных суток приблизительно		25
Наклон оси вращения		7°15"
Светимость		3,86 10 <sup>33</sup> эрг/с

## Внутреннее строение Солнца

Начиная с центральной части Солнца, различают:

Ядро	$R_{\text{ядра}} \approx 150\,000\text{ км};$ $\rho_{\text{ядра}} \approx 160\text{ г/см}^3$ (достигает максимального значения); $P_{\text{ядра}} \approx 3 \times 10^{14}\text{ кПа};$ $T_{\text{ядра}} \approx 1,5 \times 10^7\text{ К}.$ Здесь сосредоточено около 40 % всей солнечной массы; 75 % массы ядра приходится на водород. В ядре происходит реакция термоядерного синтеза: каждую секунду $5,7 \times 10^{11}\text{ кг}$ водорода превращаются в $5,6 \times 10^{11}\text{ кг}$ гелия, высвобождая при этом энергию, которая на 97 % — $\gamma$ -излучение.
Зона лучистого переноса	Нижняя граница зоны — в 450 000 км от центра Солнца. Мощность зоны — около 300 000 км. $\rho \approx 2\text{ г/см}^3;$ $P \approx 3 \times 10^{13}\text{ кПа};$ $T \approx 4 \times 10^6\text{ К};$ В плазме происходит процесс переизлучения и перепоглощения энергии, в результате которого она преобразуется в $\gamma$ - и $\chi$ -, ультрафиолетовые, видимые и инфракрасные лучи.
Зона конвективных потоков	Снизу граничит с зоной лучистого переноса. Мощность — 250 000 км. $\rho \approx 6 \times 10^3\text{ г/см}^3$ $P \approx 10\text{ Па}$ (около $10^{-4}$ атмосферного) $T \approx 6 \times 10^5\text{ К}$ В этой зоне энергия передается через плазму с высокой скоростью за счет конвективных потоков.
Фотосфера	Снизу граничит с зоной конвективных потоков. Мощность — 400 км; $\rho \approx 8 \times 10^{-8}\text{ г/см}^3,$ $P \approx 10^{-12}\text{ Па};$ $T \approx 6\,000\text{ К}.$ Это поверхность, ограниченная диаметром Солнца. Фотосфера — зона, где происходят видимые и изучаемые солнечные явления.
Хромосфера (становится видимой во время затмений)	Простирается на 10 000 км над фотосферой и считается нижней атмосферой Солнца. $\rho \approx 10^{-12}\text{ г/см}^3;$ $T \approx 0,5 \times 10^6\text{ К}.$ Представляет собой слой плазмы. Здесь наблюдаются многие солнечные явления: спикюлы, факелы, флоккулы, вспышки.
Корона	Простирается за хромосферой, распространяясь в виде солнечного ветра. С Земли невооруженным глазом можно наблюдать только во время полных затмений. Это высшая солнечная атмосфера. Мощность $2 \times 10^6\text{ км};$ $T \approx 5 \times 10^6\text{ К}$ В короне наблюдаются следующие явления: солнечные протуберанцы и арки, которые иногда достигают размеров, сравнимых с размерами самого Солнца.

Все явления солнечной активности связаны с выходом на поверхность Солнца магнитных полей. Здесь развиваются нестационарные явления: вспышки, выброс пелль в межпланетное пространство и т. д.

### Излучение Солнца

Вид излучения	Длины волн, м
$\gamma$ - и $\chi$ -излучение	$10^{-9}$
Ультрафиолетовое	От $4 \times 10^{-7}$ до $10^{-9}$
Видимое	Голубой и фиолетовый свет $4 \times 10^{-7}$ , зеленый и желтый свет от $5 \times 10^{-7}$ до $7 \times 10^{-7}$ , красный свет $8 \cdot 10^{-7}$
Инфракрасное	От $8 \times 10^{-7}$ до $8 \times 10^{-3}$
Микроволновое	От $8 \times 10^{-3}$ до 1
Длинноволновое (радиоволны)	Более 1

### ПЛАНЕТЫ

**Планета** — небесное тело, движущееся вокруг звезды в ее гравитационном поле и светящееся отраженным светом. Масса планет недостаточна для того, чтобы внутри протекали характерные для звезд реакции термоядерного синтеза (масса объекта, в котором может начаться термоядерная реакция, должна составлять  $\sim 0,01M_{\odot}$ ).

**Планеты Солнечной системы** обращаются вокруг Солнца по почти круговым орбитам, лежащим приблизительно в одной плоскости, в направлении против часовой стрелки для земного наблюдателя, находящегося на северном полюсе Земли. Плоскость орбиты Земли (плоскость эклиптики) лежит близко к средней плоскости орбит планет. Поэтому видимые пути планет, Солнца и Луны на небе проходят вблизи линии эклиптики, а сами они всегда видны на фоне созвездий Зодиака. Наклоны орбит отсчитываются от плоскости эклиптики. Углы наклона менее  $90^\circ$  соответствуют прямому орбитальному движению (против часовой стрелки), а углы более  $90^\circ$  — обратному движению. Наибольший наклон орбиты у Плутона ( $17^\circ$ ). Многие кометы движутся в обратном направлении, например наклон орбиты кометы Галлея  $162^\circ$ .

Основные параметры планет — см. с. 192—193.

### СПУТНИКИ ПЛАНЕТ

#### Спутник Земли

Единственный спутник — Луна.

**Основные параметры Луны:**

Радиус экваториальный 1738 км

Радиус полярный 1740 км

Площадь  $3,8 \times 10^7$  км<sup>2</sup>

Объем  $2,2 \times 10^{10}$  км<sup>3</sup>

Масса  $0,74 \times 10^{25}$  кг

Плотность 3346,4 кг/м<sup>3</sup>

Ускорение свободного падения 1,62 м/с<sup>2</sup>

Возраст  $\sim 4,5 \times 10^3$  млн лет

Звездный месяц 27,32 средних солнечных дней

Лунация (или лунный месяц) 29,53 средних солнечных дней

Эксцентриситет орбиты 0,055

Наклон орбиты на эклиптике  $5^\circ 9'$

Наклон оси вращения к плоскости орбиты  $6^{\circ}41''$   
 Среднее расстояние от Земли 384 400 км  
 Альbedo 0,12

### Спутники Марса

Два естественных спутника, Фобос ( $26,6 \times 22,2 \times 18,6$  км) и Деймос ( $15 \times 12,2 \times 10,4$  км).

#### Основные параметры спутников Марса

Параметр	М 1 Фобос	М 2 Деймос
Период обращения (сут)	0,3189	1,2624
Период вращения	0,3189	1,2624
Эксцентриситет	0,0151	0,0002
Наклон к экватору Марса	$1,1^{\circ}$	$0,9-2,7^{\circ}$
Видимая величина в оппозиции	11,6	12,7
Вторая космическая скорость (км/с)	0,0103	0,0057
Альbedo	0,07	0,08
Средняя плотность (г/см <sup>3</sup> )	1,9	1,75

### Спутники Юпитера

**Кольцо Юпитера** схоже по свойствам с кольцом Сатурна, но имеет намного больший диаметр, открыто зондом «Voyager», для телескопов невидимо. Толщина кольца составляет 4 км, расположено приблизительно в 60 000 км от границы облаков Юпитера.

#### Некоторые спутники Юпитера

Название (обозначение)	Радиус орбиты, тыс. км	Орбитальный период, сут	Эксцентриситет орбиты	Наклон орбиты к экватору планеты ( $^{\circ}$ )	Радиус (габариты) спутника, км
XVI (Метидя)	127,96	0,295	0	0	20
XV (Адрастея)	128,98	0,298	0	0	$12 \times 10 \times 8$
Амальтея	181,3	0,498	0,003	0,45	$135 \times 85 \times 75$
Фива (Теба)	221,4	0,675	0,013	0,9	$55 \times 45$
Ио	421,6	1,769	0,004	0,04	1815
Европа	670,9	3,551	0,009	0,47	1569
Ганимед	1070	7,155	0,002	0,21	2631
Каллисто	1880	16,689	0,007	0,51	2400
Леда	11094	238,7	0,148	26,1	5
Гималия	11480	250,6	0,158	27,6	90
Лиситея	11720	259,2	0,107	29	10
Элара	11737	259,7	0,207	24,8	40

Название (обозначение)	Радиус орбиты, тыс. км	Орбиталь- ный период, сут	Эксцен- триситет орбиты	Наклон. орби- ты к экватору планеты (°)	Радиус (габариты) спутника, км
Ананке	21200	631	0,17	147	10
Карме	22600	692	0,21	164	15
Пасифае	23500	735	0,38	145	20
Синопе	23700	758	0,28	153	15

## Спутники Сатурна

**Система колец Сатурна.** Кольца расположены под углом приблизительно  $28^\circ$  к плоскости эклиптики, их толщина не достигает 1 км. Существует полная согласованность между кольцами и спутниками планеты: спутники-пастухи играют роль в удержании колец на местах. Происхождение колец Сатурна не совсем ясно.

### Система колец Сатурна. Основные элементы структуры

Название	Расстояние до центра Сатурна, км	Ширина, км
Кольцо D	67000—74500	7500
Кольцо C	74500—92000	17500
Щель Коломбо	77800	100
Щель Максвелла	87500	270
Кольцо B	92000—117500	25500
Деление Кассини	117500—122200	4700
Щель Гюйгенса	117680	285—440
Кольцо A	122200—136800	14600
Щель Энке	133570	325
Щель Килера	136530	35
Деление Роша	136800—139380	2580
R/2004 S1	137630	300
R/2004 S2	138900	300
Кольцо F	140210	30—500
Кольцо G	165800—173800	8000
Кольцо E	180000—480000	300000

## Спутники Сатурна

Название (обозначение)	Радиус орбиты, тыс. км	Орбиталь- ный период, сут	Эксцен- триситет орбиты	Наклон. орби- ты к экватору планеты (°)	Радиус спутника (габариты), км
S XV (Атлас)	137,67	0,602	0,002	0,3	$19 \times 13$
1980 S 27	139,35	0,613	0,004	0	$70 \times 50 \times 37$
1980 S 26	141,70	0,629	0,004	0,1	$59 \times 42 \times 33$

Название (обозначение)	Радиус орбиты, тыс. км	Орбиталь- ный период, сут	Эксцен- триситет орбиты	Наклон. орби- ты к экватору планеты (°)	Радиус спутника (габариты), км
Янус	151,47	0,695	0,007	0,1	110 × 95 × 80
Эпиметей	151,42	0,694	0,009	0,3	70 × 57 × 50
Мимас	158,54	0,942	0,020	1,52	196
Энцелад	238,04	1,370	0,004	0,02	250
Тефия	294,67	1,888	0	1,86	530
Телесто	294,67	1,888	—	—	12 × 11
Калипсо	294,67	1,888	—	—	15 × 12 × 8
Диона	377,42	2,737	0,002	0,02	560
1980 S 6	377,42	2,737	0,005	0,2	18 × 15
Рея	572,04	4,518	0,001	0,35	765
Титан	1221,86	15,945	0,029	0,33	2575
Гиперион	1481,1	21,277	0,104	0,43	175 × 117 × 100
Япет	3561,3	79,331	0,028	(7,52)	730
Феба	12954	550,4	0,163	175	110

### Спутники Урана

**Система колец.** Среди других систем колец она занимает промежуточное положение по сложности строения между более развитой системой колец Сатурна и простыми системами колец Юпитера и Нептуна. Кольца Урана были открыты 10 марта 1977 года Джеймсом Элиотом, Эдвардом Данхэмом и Дугласом Минком.

#### Основные параметры системы колец Урана

Название кольца	Радиус (км)	Ширина (км)	Толщи- на (м)	Эксцентри- ситет	Наклоне- ние (°)
$\zeta_c$	32 000—37 850	3500	?	?	?
1986U2R	37 000—39 500	2500	?	?	?
$\zeta$	37 850—41 350	3500	?	?	?
6	41 837	1,6—2,2	?	$1,0 \times 10^{-3}$	0,062
5	42 234	1,9—4,9	?	$1,9 \times 10^{-3}$	0,054
4	42 570	2,4—4,4	?	$1,1 \times 10^{-3}$	0,032
$\alpha$	44 718	4,8—10,0	?	$0,8 \times 10^{-3}$	0,015
$\beta$	45 661	6,1—11,4	?	$0,4 \times 10^{-3}$	0,005
$\eta$	47 175	1,9—2,7	?	0	0,001
$\eta_c$	47 176	40	?	0	0,001
$\gamma$	47 627	3,6—4,7	150?	$0,1 \times 10^{-3}$	0,002
$\delta_c$	48 300	10—12	?	0	0,001
$\delta$	48 300	4,1—6,1	?	0	0,001
$\lambda$	50 023	1—2	?	0?	0?
$\epsilon$	51 149	19,7—96,4	150?	$7,9 \times 10^{-3}$	0
$\nu$	66 100—69 900	3800	?	?	?
$\mu$	86 000—103 000	17 000	?	?	?

### Спутники Урана

Название (обозначение)	Радиус орбиты, тыс. км	Орбитальный период, сут	Эксцентриситет орбиты	Наклон орбиты к экватору планеты (°)	Диаметр спутника (габариты), км
1986 U7	49,1	0,33	—	—	15
1986 U8	53,1	0,37	—	—	25
1986 U9	58,8	0,43	—	—	50
1986 U3	61,4	0,46	—	—	80
1986 U6	62,4	0,47	—	—	50
1986 U2	64,1	0,49	—	—	80
1986 U1	65,8	0,51	—	—	95
1986 U4	69,6	0,56	—	—	50
1986 U5	74,7	0,62	—	—	50
1985 U1	85,6	0,76	—	—	160 × 168
Миранда	128,8	1,41	0,027	4,22	480
Ариэль	190,2	2,52	0,003	0,31	1161
Умбриэль	265,1	4,14	0,005	0,36	1185
Титания	434,0	8,71	0,002	0,14	1586
Оберон	581,9	13,46	0,001	0,10	1546

### Спутники Нептуна

**Система колец.** Гораздо менее существенна, чем у Сатурна. В систему колец Нептуна входит 5 компонентов.

#### Некоторые параметры колец Нептуна

Название	Расстояние от центра Нептуна, км	Ширина, км	Примечания
1989N3R, Галле (Galle)	41900	15	Диффузное
1989N2R, ле Веррье (LeVerrier)	53200	15	Внутреннее
1989N4R, Лассаль, Араго, (Lassell, Arago)	53200	5800	Плато
1989N1R, Адамс (Adams)	62930	< 50	Основное

### Спутники Нептуна

Название	Радиус орбиты, тыс. км	Орбитальный период, дней	Эксцентриситет	Наклонение орбиты к экватору планеты (°)	Средний диаметр (габариты), км
Тритон	355,3	5,877	0,001	159	2707
Нереида	5510	360,21	0,75	7,232	340
Псамфа	46 695	9115,9	0,4499	137,39	28
Несо	48 387	9374	0,4945	132,585	60
Наяда	48,227	0,294	0,0004	4,746	67 (96 × 60 × 52)
Деспина	52,526	0,335	0,0002	0,064	150 (180 × 148 × 128)
Галатей	61,953	0,429	0,0000	0,062	175 (204 × 184 × 144)
Таласса	50,075	0,311	0,0002	0,209	81 (104 × 100 × 52)
Ларисса	73,548	0,555	0,0014	0,025	195 (216 × 204 × 168)
Протей	117,647	1,122	0,0005	0,026	420 (440 × 416 × 404)
Лаомедея	23 571	3167,85	0,4237	34,741	42
Сао	22 422	2914,0	0,2931	48,511	44
Галимеда	15 728	1879,71	0,5711	134,101	48

### СИСТЕМА ПЛУТОН—ХАРОН

**Плутон** — вторая по размерам после Эриды, карликовая планета Солнечной системы и десятое по величине небесное тело, обращающееся вокруг Солнца.

Баричесентр системы Плутон—Харон находится вне поверхности Плутона.

**Харон** — спутник Плутона. Диаметр составляет 1205 км — чуть больше половины диаметра Плутона, а соотношение масс составляет 1:8.

**Гидра и Никта (Никс)** — два небольших спутника обращаются по орбитам, которые в 2—3 раза дальше орбиты Харона: Гидра — на расстоянии около 65 000 км от Плутона, Никта — примерно 50 000 км. Они обращаются почти в той же плоскости, что и Харон, и имеют орбиты, близкие к круговым.

#### Некоторые параметры системы Плутон—Харон

Название	Радиус орбиты, тыс. км	Орбитальный период, дней	Средний диаметр, км
Плутон			< 1850
Харон	19,3	6,387	> 600

### КАРЛИКОВЫЕ ПЛАНЕТЫ

**Карликовая планета** (согласно определению Международного астрономического союза) — небесное тело, которое:

- обращается по орбите вокруг Солнца;
- имеет достаточную массу для того, чтобы под действием сил гравитации поддерживать гидростатическое равновесие и иметь близкую к округлой форму;
- не является спутником планеты.
- не доминирует на своей орбите (не может расчистить пространство от других объектов).

## Некоторые параметры карликовых планет

Название	Церера	Плутон	Хаумеа	Макемаке	Эрида
Диаметр, км	975 × 909	2306 ± 20	1960 × 1518 × 996	1500 × 1420	
Масса, кг, (масса относительно Земли)	$9,5 \times 10^{20}$ (0,00016)	$1,305 \times 10^{22}$ (0,0022)	$4,2 \times 10^{21}$ (0,0007)		$\sim 1,67 \times 10^{22}$ (0,0028)
Средний экваториальный радиус относительно Земли (средний экваториальный радиус, км)	0,0738 (471)	0,180 (1148,07)	0,22 (~750)		0,19 (~1300)
Объем по сравнению с земным	0,0032	0,053	0,013	0,013	0,068
Плотность, т/м <sup>3</sup>	2,08	2,0			2,5
Ускорение свободного падения на экваторе, м/с <sup>2</sup>	0,27	0,60			~0,68
Период вращения (суток) (в сидерических сутках)	0,3781	– 6,38718 (ретроградный)			
Радиус орбиты, тыс. км	413 715	5 906 376,2			10 210 000
Период обращения относительно Земли, лет	4,599	248,09			557
Средняя орбитальная скорость, км/с	17,882	4,666			3,437
Эксцентриситет орбиты	0,080	0,24880766			0,44177
Наклонение орбиты	10,587°	17,14175°			44,187°
Наклонение плоскости экватора к плоскости орбиты	4°	119,61°			
Средняя температура поверхности, К	167	40			30
Количество известных спутников	0	3	2	0	1
Дата открытия	1 января 1801 г.	18 февраля 1930 г.	7 марта 2003 г.	31 марта 2005 г.	21 октября 2003 г.

Основные параметры планет Солнечной системы

	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
Экваториальный радиус (км)	2 439,7	6,052	3 397	71 492	60 268	25 560	24 746
Масса, $10^{23}$ кг	3,3	4,90	6,42	1,9	5,688	8,686	1,024
Масса относительно Земли	0,055	0,8149	0,108	317,938	95,1	14,6	17,2
Объем, $10^{17}$ м <sup>3</sup>	0,07	0,95	0,16	1 425,23	817,67	72,56	61,73
Объем относительно Земли	0,054	0,84	0,15	1,326	67	57	57
Средняя плотность, $10^3$ кг/м <sup>3</sup>	5,43	5,25	3,94	1,33	0,69	1,29	1,64
Средняя температура, К (°С)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• днем 700,15 (427);</li> <li>• ночью 100,15 (-173)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• атмосферы 243,15 (-30);</li> <li>• на поверхности 753,15 (480)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• днем 293,15 (20);</li> <li>• ночью 133,15 (-140)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• облаков 152,15 (-121);</li> <li>• на поверхности 303,15 (30)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• облаков 148,15 (-125)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• облаков 80,15 (-193)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• облаков:</li> <li>• максимальная 120,15 (-153);</li> <li>• минимальная 80,15 (-193)</li> </ul>
Ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup>	2,78	8,87	3,8	22,87	9,05	7,77	11,0
Сжатие у полюсов	0	0	0,005	0,061	0,109	0,03	0,03
Среднее расстояние от Солнца, $10^6$ км	57,9	108,2	227,940	778,4	1 429,4	2 871	4 504,3
Среднее расстояние от Земли, $10^6$ км	91,7 (в нижнем соединении)	41,4 (в нижнем соединении)	78,4 (в противояснии)	628,8 (в противостоянии)	1277,4 (в противостоянии)	2 719,7 (в противостоянии)	4 347,4 (в противостоянии)

Перигелий, $10^6$ км	45,9	107,4	206,7	740,9	1,347	2735	4 456
Афелий, $10^6$ км	69,7	109,0	249,1	815,7	1,507	3004	4 537
Видимый диаметр Солнца	$1^{\circ}22,7'$	44,2'	21'	6,2'	3,4"	1,7"	1,1"
Период вращения вокруг оси, средних солнечных часов	1407	5 832,23	24,62	9,84	10,233	17,9	16,11
Период обращения вокруг Солнца	87,969, средних солнечных суток	224,7, средних солнечных суток	687, средних солнечных суток	11,86, средних солнечных лет	29,458, земных лет	84,01, земных лет	164,79 земных лет
Эксцентриситет орбиты	0,2056	0,0068	0,0934	0,0483	0,056	0,046	0,0097
Средняя орбитальная скорость, км/с	47,9	35,03	24,1	13,1	9,6	6,8	5,45
Угол наклона орбиты относительно эклиптики	$7^{\circ}$	3,394°	1,85°	1,308	2,488°	0,774°	1,774°
Угол наклона экватора относительно орбиты	$<28^{\circ}$	177°3'	24°11'	$9^{\circ}25'11''$	26,7°	97,9°	28,8°
Альбедо	0,10	0,65	0,37	0,52	0,47	0,51	0,41
Атмосферное давление, $10^{-7}$ Па	1	9	7	7	1,4	1,2	$1 \div 3$
Основные составляющие атмосферы	He (42%), Na (42%), O (15%)	CO <sub>2</sub> (96%), N (3%)	CO <sub>2</sub> (95%), N <sub>2</sub> (2,7%), Ar (1,6%)	H (90%), He (10%)	H <sub>2</sub> (96 %), He (4 %)	H <sub>2</sub> (82,5 %), He (15,2 %), CH <sub>4</sub> (2,4 %)	H <sub>2</sub> (85%), He (13%), CH <sub>4</sub> (2%)
Спутники	нет	нет	2	17	23	15	8

## МАЛЫЕ ПЛАНЕТЫ

## Некоторые малые планеты (астероиды)

$a$  — большая полуось орбиты, а. е.;  $T$  — сидерический период обращения, земных лет;  
 $e$  — эксцентриситет орбиты;  $t$  — наклон орбиты, град.;  $D$  — диаметр или наибольший  
размер, км

Название	$a$	$T$	$e$	$t$	$D$	Кто и когда открыл
Церера	2,787	4,60	0,077	10,60	1003	Пиаци, 1801 г.
Паллада	2,771	4,61	0,235	34,81	608	Ольберс, 1802 г.
Юнона	2,009	4,36	0,258	13,00	247	Гардинг, 1804 г.
Веста	2,361	3,63	0,091	7,14	538	Ольберс, 1807 г.
Астрея	2,575	4,14	0,192	5,36	117	Генке, 1845 г.
Геба	2,428	3,78	0,202	14,79	201	Генке, 1847 г.
Ирис	2,386	3,68	0,229	5,51	209	Хайнд, 1847 г.
Флора	2,202	3,27	0,156	5,89	100	Хайнд, 1847 г.
Метила	2,387	3,69	0,122	5,58	151	Грэхам, 1848 г.
Виктория	2,333	3,56	0,219	8,38	126	Хайнд, 1850 г.
Эвномия	2,645	4,30	0,185	11,76	272	Гаспарис, 1851 г.
Мельпомена	2,295	3,48	0,219	10,14	150	Хайнд, 1852 г.
Массалия	2,409	3,74	0,144	0,71	106	Гаспарис, 1852 г.
Навзикая	2,403	3,72	0,248	6,82	75	Пализа, 1879 г.
Бамберга	2,682	4,40	0,341	11,14	246	Пализа, 1892 г.
Аквитания	2,739	4,53	0,238	18,08	107	Курти, 1894 г.
Эрос	1,458	1,76	0,223	10,83	632	Витт, 1898 г.
Папагена	2,891	4,91	0,229	14,94	210	Вольф, 1901 г.
Давида	3,173	5,69	0,178	15,94	323	Дэган, 1903 г.
Гидальго	5,837	13,93	0,657	12,41	20—30	Бааде, 1920 г.
Ганимед	2,665	4,34	0,537	26,44	48	Бааде, 1924 г.
Амур	1,921	2,65	0,435	11,93	1—2	Дельпорт, 1932 г.
Икар	1,078	1,12	0,827	22,98	1—2	Бааде, 1949 г.

## КОМЕТЫ

**Кометы** — небесные тела, которые движутся вокруг Солнца по очень вытянутым орбитам.

### Строение комет

Ядро	Твердое тело или конгломерат тел диаметром в несколько километров, расположенный в центре. Практически вся масса кометы сосредоточена в ее ядре. Ядра комет — это предположительно остатки первичного вещества Солнечной системы, составлявшего протопланетный диск.
Вещество ядра	В основном вода в твердом состоянии с частицами пыли.
Кома	При приближении к Солнцу комета образует кому. Это облако из пыли и газа, окружающее ядро кометы. Кома имеет почти шарообразную форму и обычно простирается в пространство на 100 тыс. — 1,4 млн км. Давление света может деформировать кому, вытягивая ее в антисолнечном направлении.
Голова кометы	Кому вместе с ядром называют головой кометы. С приближением к Солнцу голова увеличивается и появляется хвост.
Хвост кометы	Вытянутый шлейф из пыли и газа кометного вещества, образующийся при приближении кометы к Солнцу за счет сублимации и видимый благодаря рассеянию на нем Солнечного света. Обычно направлен от Солнца.
Виды хвостов	Наблюдают плазменные и пылевые хвосты. Некоторые кометы имеют хвосты обоих типов. <b>Плазменный хвост</b> достигает десятков и сотен миллионов километров. Возникает за счет ионизации вещества, покинувшего комету. Изменения в потоке солнечного ветра могут приводить к наблюдаемым быстрым изменениям вида хвоста и даже полному или частичному обрыву. Плазменные хвосты ( <b>хвосты I типа</b> ) имеют обусловленное флуоресценцией голубоватое свечение. <b>Пылевой хвост</b> обычно однородный и достигает миллионов и десятков миллионов километров. Образован пылинками, отброшенными давлением солнечного света от ядра в антисолнечном направлении. Структуры пылевого хвоста могут объясняться неравномерным извержением пыли из ядра или разрушением пылинки. Пыль формирует изогнутые в направлении орбиты хвосты II или III типа. <b>Хвосты II типа</b> формируются равномерным потоком пыли с поверхности. <b>Хвосты III типа</b> являются результатом кратковременного выброса большого облака пыли.

Наблюдают:

- **долгопериодические кометы** (с орбитальным периодом более 200 лет) предположительно приходят из облака Оорта. Обнаружено около 700 долгопериодических комет, из которых примерно 30 имеют маленькие перигелийные расстояния (т. н. «царапающие» Солнце). Примерно шестая часть всех известных долгопериодических комет наблюдалась только в течение одного сближения с Солнцем, поэтому их расчетная орбита незамкнута (параболическая), откуда второе название — параболические кометы. Наклоны орбит долгопериодических комет по отношению к плоскости эклиптики распределены случайным образом;

- **короткопериодические кометы** (период менее 200 лет) приходят из района внешних планет, двигаясь в прямом направлении по орбитам, лежащим недалеко от эклиптики. Сегодня известно более 400 короткопериодических комет, все они являются членами разных кометно-планетных семейств. Наиболее часто наблюдаемые кометы семейства Юпитера с периодом 3,3—20 лет: Энке, Темпеля-2, Понса—Виннеке, Фад. Известно около 20 комет семейства Сатурна с периодами обращения вокруг Солнца в 10—20 лет: Туттля, Неуймина-1, Ван-Бисбрука, Гейла и др. Кометы семейства Урана с периодами обращения 28—40 лет: Кроммелина, Темпеля—Туттля и др.

### Основные газовые составляющие комет

Атомы	Молекулы	Ионы
H	H <sub>2</sub> O	H <sub>2</sub> O <sup>+</sup>
O	OH	H <sub>3</sub> O <sup>+</sup>
C	C <sub>2</sub>	OH <sup>+</sup>
S	C <sub>3</sub>	CO <sup>+</sup>
Na	CN	CO <sub>2</sub> <sup>+</sup>

Атомы	Молекулы	Ионы
Fe	CH	CH <sup>+</sup>
Co	CO	CN <sup>+</sup>
Ni	HCN	
	CP <sub>3</sub> CN	
	HCO	

### ГЛАВНЫЕ МЕТЕОРНЫЕ ПОТОКИ

Название	Дата максимума	Название	Дата максимума
Квадрантиды	3 января	Дракониды	10 октября
Лириды	21 апреля	Ориониды	21 октября
η-Аквариды	5 мая	Тауриды	7 ноября
δ-Аквариды	28 июля	Леониды	16 ноября
Летние дневные потоки	май — июль	Герминиды	12 декабря
Персеиды	12 августа	Урсиды	22 декабря

### Некоторые законы небесной механики

**Небесная механика.** Раздел астрономии, применяющий законы механики для изучения движения небесных тел.

**Первый закон Кеплера (закон эллипсов).** Планеты перемещаются по эллиптической орбите вокруг Солнца, которое находится в одном из двух фокусов эллипса.

**Второй закон Кеплера (закон площадей).** Радиус-вектор Солнце—планета проходит одинаковые площади за одинаковое время (т. е. описываемая площадь прямо пропорциональна времени). Поэтому скорость планет увеличивается по мере сближения с Солнцем, и наоборот.

**Третий закон Кеплера (гармонический закон).** Время вращения планет, возведенное в квадрат, прямо пропорционально кубу большой полуоси соответствующей орбиты. Этот закон позволяет узнать расстояние от любой планеты до Солнца, если известна хотя одна из этих величин.

## Астрометрия

### НЕБЕСНАЯ СФЕРА



Рис. 1



Рис. 2

Небесная сфера	Воображаемая сфера произвольного радиуса с центром, совпадающим с глазом наблюдателя, на которую проецируются все небесные объекты (рис. 1).
Небесный меридиан	Проекция на небесную сферу земного меридиана, на котором находится наблюдатель. Небесный меридиан пересекается с истинным горизонтом в <b>точках севера N, и юга S, востока E, и запада W</b> . Линия EW перпендикулярна полуденной. Точка Q — верхняя точка экватора, а Q' — нижняя точка экватора (рис. 1).
Отвесная линия	<b>Отвесная линия</b> — прямая, проходящая через центр небесной сферы и точку наблюдения на поверхности Земли. Отвесная линия пересекается с поверхностью небесной сферы в двух точках — зените над головой наблюдателя и надире под ногами наблюдателя. В любом месте земного шара направлена к центру тяжести Земли.
Горизонтальная плоскость	Плоскость, перпендикулярная отвесной линии, называется <b>горизонтальной плоскостью</b> .
Большой круг небесной сферы	Круг, проходящий через центр небесной сферы. Круги, образованные пересечением небесной сферы с плоскостями, не проходящими через ее центр, называются малыми кругами.
Истинный горизонт	Большой круг небесной сферы, по которому горизонтальная плоскость, проходящая через глаз наблюдателя, пересекается с небесной сферой, называется <b>истинным горизонтом</b> .

Ось мира	Линия, параллельная земной оси и проходящая через центр небесной сферы, называется <b>осью мира</b> .
Северный полюс мира Южный полюс мира	Ось мира пересекает небесную сферу в <b>северном полюсе мира</b> , $P$ , и в южном полюсе мира $P'$ (рис. 1). Ось мира наклонена к плоскости истинного горизонта под углом $\varphi$ . Видимое вращение небесной сферы происходит вокруг оси мира с востока на запад, в направлении, противоположном истинному вращению Земли, которая вращается с запада на восток.
Небесный экватор	Большой круг небесной сферы, плоскость которого перпендикулярна оси мира, называется <b>небесным экватором</b> . Небесный экватор делит небесную сферу на две части: северную и южную. Небесный экватор параллелен экватору Земли.
Полуденная линия	Плоскость небесного меридиана пересекается с плоскостью истинного горизонта по <b>полуденной линии</b> .
Вертикал	Большой круг небесной сферы, проходящий через зенит. Вертикал, проходящий к тому же через точки севера и юга, называют <b>небесным меридианом</b> , а через точки запада и востока — <b>первым вертикалом</b> (рис. 1). Вертикал, проходящий через светило, называют также <b>крутом высоты</b> . Часто под вертикалом понимают лишь полукруг, проходящий через зенит, светило и надир; при этом первый вертикал делят на восточный и западный.
Круги склонения (часовые круги)	Большой круг на небесной сфере, проходящий через полюсы мира и данное светило.
Альмукантарат	Малый круг небесной сферы, плоскость которого параллельна плоскости математического горизонта. Является, одновременно, кругом равных высот.
Небесные (суточные) параллели	Малые круги небесной сферы, плоскости которых параллельны плоскости небесного экватора. По ним происходит суточное движение небесных светил. Экватор также является суточной параллелью.
Кульминация	Явление прохождения светила через небесный меридиан. В верхней кульминации высота светила над горизонтом максимальная, в нижней кульминации — минимальная. Промежуток времени между верхней и нижней кульминациями равен половине суток.
Действительный (астрономический) юг	Момент верхней кульминации центра диска Солнца.
Действительный (астрономический) север	Момент нижней кульминации центра диска Солнца.
Эклиптика	Большой круг, который центр диска Солнца описывает относительно звезд за год на небесной сфере. Плоскость эклиптики наклонена к плоскости небесного экватора под углом $\varepsilon = 23^\circ 26,5'$ . Эклиптика пересекается с небесным экватором в двух точках равноденствий: весеннего и осеннего: $\gamma$ — точка весеннего равноденствия; $\Omega$ — точка осеннего равноденствия (рис. 2).

Математический горизонт	Большой круг небесной сферы, плоскость которого перпендикулярна к отвесной линии. Математический горизонт делит поверхность небесной сферы на две полусферы: видимую полусферу с вершиной в зените и невидимую полусферу с вершиной в надире. Математический горизонт не совпадает с видимым горизонтом вследствие приподнятости точки наблюдения над земной поверхностью, а также по причине искривления лучей света в атмосфере.
Зодиак	Зона на небе шириной по $9^\circ$ в обе стороны от эклиптики, содержащая видимые пути Солнца, Луны и основных планет. Она проходит через 13 созвездий (Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей, Рыбы, Змееносец) и делится на 12 знаков зодиака.
Знак зодиака	Это дуга эклиптики длиной $30^\circ$ .
День летнего солнцестояния (21—22 июня)	День, в который Солнце максимально отдаляется от небесного экватора в сторону Северного полюса мира. Продолжительность дня максимальная 22 июня. 20—21 марта — начало астрономической весны. 21—22 июня — начало астрономического лета.
День зимнего солнцестояния (21—22 декабря)	День, в который Солнце максимально отдаляется от небесного экватора в сторону Южного полюса мира. Продолжительность дня минимальная 22 декабря. 22—23 сентября — начало астрономической осени. 21—22 декабря — начало астрономической зимы.
Звездный год (365 дней 6 ч 9 мин 10 с)	Промежуток времени, за которое центр диска Солнца осуществляет один полный оборот по эклиптике относительно звезд.
Тропический год (365 дней 5 ч 48 мин 46 с)	Промежуток времени между двумя последовательными прохождением центра диска Солнца через точку весеннего равноденствия.
Звездные сутки	Полный оборот точки весеннего равноденствия, как и любой другой точки небесной сферы. Длина звездных суток несколько изменяется вследствие нутации и движения полюсов, а также из-за неравномерности вращения Земли вокруг оси. Эти изменения составляют менее 0,001 с. Звездные сутки разделяют на 24 звездных часа, звездный час разделяют на 60 звездных минут, а звездную минуту разделяют на 60 звездных секунд.

## СИСТЕМЫ НЕБЕСНЫХ КООРДИНАТ

Положение светила на небесной сфере можно задать двумя координатами. Чаще всего используют следующие системы: горизонтальную, первую и вторую экваториальные.

### Горизонтальная система координат

Основная плоскость — плоскость математического горизонта, основное направление — отвесная линия; включает: высоту (или зенитное расстояние) и азимут.

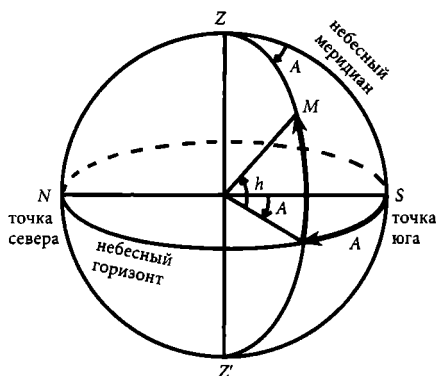


Рис. 3

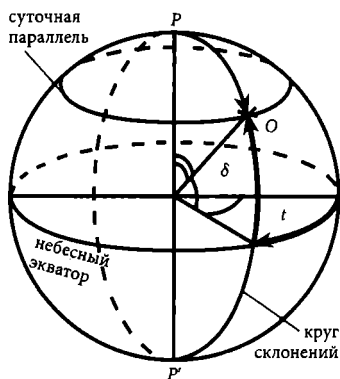


Рис. 4

Азимут  $A$  светила  $M$  (рис. 3) отсчитывают от точки юга  $S$  вдоль горизонта в сторону вертикала светила. Азимут  $A$  приобретает значения от  $0$  до  $360^\circ$ .

Высоту  $h$  светила  $M$  отсчитывают от горизонта вдоль вертикала к светилу. Высота  $h$  приобретает значения от  $0^\circ$  до  $+90^\circ$  (над горизонтом) и от  $0^\circ$  до  $-90^\circ$  (под горизонтом).

### Первая экваториальная система координат

Основная плоскость — плоскость небесного экватора, начало отсчета точка  $Q$ . Координаты: склонение и часовой угол (рис. 4).

**Склонение светила  $\delta$**  — это угловое расстояние от небесного экватора до светила, отсчитываемое по кругу склонения. Склонение изменяется в пределах от  $-90^\circ$  до  $90^\circ$ , причем светила с  $\delta > 0$  находятся к северу от экватора, а с  $\delta < 0$  — к югу от него. Реже вместо склонения используется полярное расстояние,  $p$ , — это угловое расстояние от светила до полюса.  $p + \delta = 90^\circ$ .

**Часовой угол  $t$**  — это дуга небесного экватора между небесным меридианом и кругом склонения светила. Отсчитывается от точки  $Q$  по часовой стрелке. Изменяется в пределах от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  в градусной мере или от  $0h$  до  $24h$  в часовой мере ( $360^\circ$  соответствует  $24h$ ,  $1h = 15^\circ$ ,  $1m = 15'$ ,  $1s = 15''$ ).

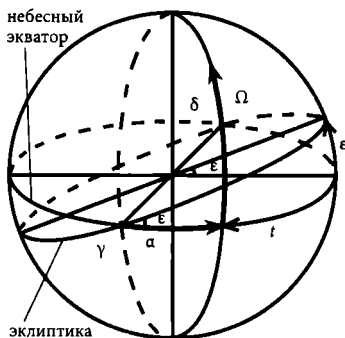


Рис. 5

### Вторая экваториальная система координат

Основная плоскость — плоскость небесного экватора, начало отсчета — точка весеннего равноденствия  $\gamma$  (рис. 5).

Первая координата — **склонение  $\delta$** . Вторая координата — **прямое восхождение  $\alpha$**  — дуга небесного экватора от точки весеннего равноденствия до круга склонения светила, отсчитываемая против часовой стрелки. Как и часовой угол, прямое восхождение измеряется в часовой мере.

## Созвездия

Русское название	Латинское название	Обозначение	Прямое восхождение	Склонение	Площадь в квадратных градусах	Число звезд ярче 6 <sup>m</sup>	Положение на звездном небе
Андромеда	Andromeda	And	1	+ 40	721	100	С
Близнецы	Gemini	Gem	7	+ 20	514	70	С
Большая Медведица	Ursa Major	UMa	11	+ 50	1279	125	С
Большой Пес	Canis Major	CMa	7	– 20	380	80	Ю
Весы	Libra	Lib	15	– 15	538	50	Ю
Водолей	Aquarius	Aqr	23	– 15	980	90	Э
Возничий	Auriga	Aur	6	+ 40	657	90	С
Волк	Lupus	Lup	15	– 45	334	70	Ю
Волопас	Bootes	Boo	15	+ 30	905	90	С
Волосы Вероники	Coma Berenices	Com	13	+ 20	386	50	С
Ворон	Corvus	Crv	12	– 20	184	15	Ю
Геркулес	Hercules	Her	17	+ 30	1225	140	С
Гидра	Hydra	Hyd	10	– 20	1303	130	Ю
Голубь	Columba	Col	6	– 35	270	40	Ю
Гонимые Псы	Canes Venatici	CVn	13	+ 40	467	30	С
Дева	Virgo	Vir	13	0	1294	95	Э
Дельфин	Delphinus	Del	21	+ 10	189	30	С
Дракон	Draco	Dra	17	+ 65	1083	80	С
Единорог	Monoceros	Mon	7	– 5	481	85	Э
Жертвенник	Ara	Ara	17	– 55	237	30	Ю
Живописец	Pictor	Pic	6	– 55	247	30	Ю
Жираф	Camelopardalis	Cam	6	+ 70	756	50	С
Журавль	Grus	Gru	22	– 45	365	30	Ю
Заяц	Lepus	Lep	6	– 20	290	40	Ю
Змееносец	Ophiuchus	Oph	17	0	948	100	Э
Змея	Serpens	Ser	16	+ 10	637	60	Э
Золотая Рыба	Dorado	Dor	5	– 65	179	20	Ю
Индеец	Indus	Ind	21	– 55	294	20	Ю

Русское название	Латинское название	Обозначение	Правое восхождение	Склонение	Площадь в квадратных градусах	Число звезд ярче 6 <sup>m</sup>	Положение на звездном небе
Кассиопея	Cassiopeia	Cas	1	+ 60	599	90	С
Киль	Carina	Car	9	- 50	494	110	Ю
Кит	Cetus	Cet	2	- 60	1231	100	Э
Козерог	Capricornus	Cap	21	- 10	414	50	Ю
Компас	Pyxis	Pyx	9	- 20	221	25	Ю
Корма	Puppis	Pup	8	- 30	673	140	Ю
Крест (Южный Крест)	Cruz	Cm	12	- 60	68	30	Ю
Лебедь	Cygnus	Cyg	21	+ 40	805	150	С
Лев	Leo	Leo	11	+ 15	947	70	С
Летучая Рыба	Volans	Vol	8	- 70	141	20	Ю
Лира	Lyra	Lyr	19	40	285	45	С
Лисичка	Vulpecula	Vul	20	+ 25	268	45	С
Малая Медведица	Ursa Minor	UMi	15	+ 70	256	20	С
Малый Конь	Equuleus	Equ	21	+ 10	72	10	С
Малый Лев	Leo Minor	LMi	10	+ 35	232	20	С
Малый Пес	Canis Minor	CMi	8	+ 5	183	20	С
Микроскоп	Microscopium	Mic	21	- 35	209	20	Ю
Муха	Musca	Mus	12	- 70	138	30	Ю
Насос	Antlia	Ant	10	- 35	239	20	Ю
Наутольник	Norma	Nor	16	- 50	165	20	Ю
Овен	Aries	An	3	+ 20	441	50	С
Октант	Octans	Oct	22	- 85	292	35	Ю
Орел	Aquila	Aql	20	+ 5	653	70	Э
Орион	Orion	On	5	+ 5	594	120	Э
Павлин	Pavo	Pav	20	- 65	377	45	Ю
Паруса	Vela	Vel	9	- 50	500	110	Ю
Пегас	Pegasus	Peg	22	+ 20	1136	100	С
Персей	Perseus	Per	3	+ 45	615	90	С
Печь	Fornax	For	3	- 30	397	35	Ю
Райская Птица	Apus	Aps	16	- 75	206	20	Ю

Русское название	Латинское название	Обозначение	Прямое восхождение	Склонение	Площадь в квадратных градусах	Число звезд ярче 6 <sup>м</sup>	Положение на звездном небе
Рак	Cancer	Cnc	9	+ 20	506	60	С
Резец	Caelum	Cae	5	- 40	125	10	Ю
Рыбы	Pisces	Psc	1	+ 15	890	75	Э
Рысь	Lynx	Lyn	8	+ 45	545	60	С
Северная Корона	Corona Borealis	CrB	16	+ 30	179	20	С
Секстант	Sextans	Sex	10	0	313	25	Э
Сетка	Reticulum	Ret	4	- 60	114	15	Ю
Скорпион	Scorpius	Sco	17	- 40	497	100	Ю
Скульптор	Sculptor	Scl	0	- 30	475	30	Ю
Столовая Гора	Mensa	Men	5	- 80	153	15	С
Стрела	Sagitta	Sge	20	+ 10	80	20	С
Стрелец	Sagittarius	Sgr	19	- 25	867	115	Ю
Телескоп	Telescopium	Tel	19	- 50	251	30	Ю
Телец	Taurus	Tau	4	+ 15	797	125	С
Треугольник	Triangulum	Tri	2	+ 30	132	15	С
Тукан	Tucana	Tuc	0	- 65	294	25	Ю
Феникс	Phoenix	Phe	1	- 50	469	40	Ю
Хамелеон	Chamaeleon	Cha	11	- 80	131	20	Ю
Центавр	Centaurus	Cen	13	- 50	1060	150	Ю
Цефей	Cepheus	Cep	22	+ 70	588	60	С
Циркуль	Circinus	Cir	15	- 60	93	20	Ю
Часы	Horologium	Hor	3	- 60	249	20	Ю
Чаша	Crater	Crt	11	- 15	282	20	Ю
Щит	Scutum	Set	19	- 10	109	20	Э
Эридан	Eridanus	Eri	3	- 20	1138	100	Ю
Южная Гидра	Hydrus	Hyi	2	- 75	243	20	Ю
Южная Корона	Corona Australis	CrA	19	- 40	128	25	Ю
Южная Рыба	Piscis Austrinus	PsA	22	- 30	245	25	Ю
Южный Треугольник	Triangulum Australe	TrA	16	- 65	109	20	Ю
Ящерица	Lacerta	Lac	22	+ 45	201	35	С

# ХИМИЯ

## Строение атома. Основные определения

**Атом** — система взаимодействующих элементарных частиц, традиционно — наименьшая химическая частица вещества. Атом электронейтрален.

**Элементарные частицы**, образующие атом: электрон  $e^-$ , протон  $p^+$ , нейтрон  $n^0$ .

**Ядро атома** имеет положительный заряд и состоит из протонов и нейтронов.

**Массовое число** — общее число протонов и нейтронов.

**Нуклид** — вид атомов одного элемента с определенным числом нейтронов. Существуют стабильные и радиоактивные нуклиды (радионуклиды).

**Изотопы** — атомы одного и того же элемента с одинаковым количеством протонов и разным количеством нейтронов.

**Электрон** — частица, обладающая корпускулярно-волновыми свойствами.

**Корпускулярные свойства** — электрон обладает массой и зарядом.

**Волновые свойства** — электрон обладает, например, способностью к дифракции и т. д.

Длина волны электрона  $\lambda$  и его скорость  $v$  связаны соотношением де Бройля:

$$\lambda = h/mv,$$

где  $m$  — масса электрона,  $h$  — приведенная постоянная Планка.

**Принцип неопределенности Гейзенберга**: для электрона невозможно одновременно точно измерить координату и скорость. Чем точнее измеряют скорость, тем неопределеннее координата, и наоборот:  $\Delta x \times m \times \Delta v > h/2$ , где  $\Delta x$  — неопределенность положения координаты,  $\Delta v$  — погрешность измерения скорости.

Электрон в атоме не движется по определенным траекториям, а может находиться в любой части околоядерного пространства, однако вероятность его нахождения в разных участках этого пространства неодинакова.

**Электронная оболочка** атома содержит электроны, общее число которых равно числу протонов в ядре.

**Орбиталь** — пространство вокруг ядра, в котором вероятность нахождения электрона достаточно велика, или, другими словами, имеется **высокая электронная плотность**.

Пространство вне объема орбиталей соответствует малой электронной плотности.

**Квантовые числа** — энергетические параметры состояния электрона и типа атомной орбитали.

Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа характеризуют волновые свойства электрона, спин — корпускулярные.

**Главное квантовое число  $n$**  определяет общую энергию электрона на данной орбитали и его удаленность от ядра. Оно может принимать любые целые значения, начиная с единицы и до бесконечности  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . Число  $n$  определяет общую энергию электрона на данной орбитали (энергетический уровень).

Энергия для  $n = \infty$  соответствует энергии одноэлектронной ионизации для данного энергетического уровня.

Энергетические уровни обозначают как буквами, так и цифрами:

	K	L	M	N	O	P	Q
$n$	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
	1	2	3	4	5	6	7

**Побочное (орбитальное или азимутальное) квантовое число  $l$**  характеризует различное энергетическое состояние электронов на данном уровне, определяет форму электронного облака, а также орбитальный момент  $p$  — момент импульса электрона при его вращении вокруг ядра:

$$p = \hbar \sqrt{l(l+1)}.$$

Побочное квантовое число может принимать целочисленные значения от 0 до  $n-1$ .

Численные значения  $l$  принято обозначать следующими буквенными символами: 0 —  $s$  (единственный тип орбитали);

1 —  $p$  (3 типа орбиталей, отличающихся магнитным квантовым числом);

2 —  $d$  (5 типов орбиталей, отличающихся магнитным квантовым числом);

3 —  $f$  (7 типов орбиталей, отличающихся магнитным квантовым числом);

4 —  $g$  (9 типов орбиталей, отличающихся магнитным квантовым числом).

Говорят о  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -,  $g$ - состояниях электронов, или о  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -,  $g$ - орбиталях.

**Магнитное квантовое число  $m_l$**  характеризует состояние электрона, обусловленное орбитальным магнитным моментом электрона (в результате его движения по орбите).

Магнитное квантовое число отражает ориентацию орбитали в пространстве, выражая проекцию орбитального момента импульса на направление магнитного поля.

Или, другими словами,  $m_l$  характеризует величину проекции вектора орбитального момента количества движения на выделенное направление.

Магнитное квантовое число  $m_l$  может принимать значения любых целых чисел от  $-l$  до  $+l$ , включая 0, т. е.  $2l+1$  значений.

При  $l=0$   $m_l = 0$  —  $s$ -орбиталь;

при  $l=1$   $m_l = (-1, 0, +1)$  —  $p$ -орбиталь; в магнитном поле может ориентироваться в пространстве в трех различных положениях, электронные облака вытянуты по координатным осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ , причем ось каждого из них перпендикулярна двум другим (соответственно  $p_x$ -орбиталь,  $p_y$ -орбиталь и  $p_z$ -орбиталь);

при  $l=3$   $m_l = (-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3)$  —  $f$ -орбиталь может ориентироваться в семи различных положениях;

при  $l=4$   $m_l = (-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4)$  —  $d$ -орбиталь может ориентироваться в девяти различных положениях.

**Формы электронных облаков при различных орбитальных и магнитных квантовых числах:**

$s$ -электроны имеют сферическую форму электронного облака;

$p$ -электроны имеют форму электронного облака в виде гантели, или объемной восьмерки.

$d$ -,  $f$ -,  $g$ - электроны имеют более сложную форму электронного облака (рис. 1).

**Спин** — это собственный момент импульса электрона, не связанный с движением в пространстве.

Спин измеряется в единицах  $\hbar$  (приведенных постоянных Планка, или постоянных Дирака).

Спин равен  $\hbar J$ , где  $J$  — характерное для каждого вида частиц целое (в том числе нулевое) или полуцелое положительное число — так называемое спиновое квантовое число, которое обычно называют просто спином.

Для всех электронов абсолютное значение спина всегда равно  $s = 1/2$ .

Проекция спина на ось  $z$  (магнитное спиновое число  $m_s$ ) может иметь лишь два значения:  $m_s = +1/2$  или  $m_s = -1/2$  (графическое обозначение  $\uparrow$  или  $\downarrow$ ).

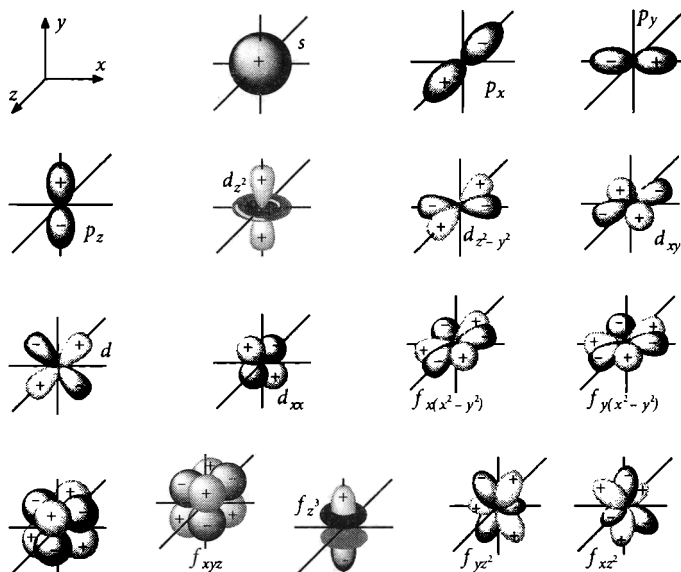


Рис. 1

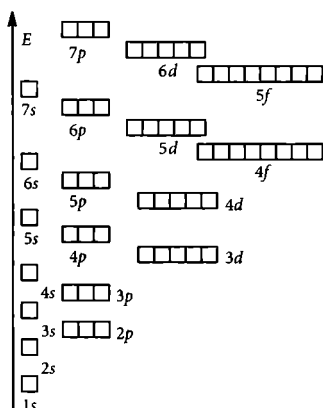


Рис. 2

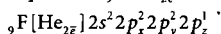
**Полная электронная конфигурация атома** — распределение всех электронов атома по уровням, подуровням и орбиталям.

**Квантовая ячейка** — символическое изображение орбитали на энергетической диаграмме.

Изображение электронной конфигурации атома предполагает распределение его электронов по подуровням так, чтобы каждой атомной орбитали соответствовала одна квантовая ячейка, и в соответствии с тремя указанными правилами заселения (рис. 2).

С помощью четырех квантовых чисел можно охарактеризовать состояние любого электрона в атоме.

Например, атом Фтора:



$$n = 2; l = 1; m_l = +1; m_s = +\frac{1}{2}$$

В зависимости от того, какой энергетический подуровень заполняется электронами последним, все элементы делят на четыре типа (семейства):

s-элементы: заполняются электронами s-подуровень внешнего уровня. К ним относятся первые два элемента каждого периода;

*p*-элементы: заполняется электронами *p*-подуровень внешнего уровня. Это последние шесть элементов каждого периода (кроме первого и седьмого);

*d*-элементы: заполняется электронами *d*-подуровень второго снаружи уровня, а на внешнем уровне остается один или два электрона (*y p, d* — ни одного). К ним относятся элементы вставных декад ( $4d^{1-10}5s^{0-2}$ ) больших периодов, расположенных между *s*- и *p*-элементами (их также называют переходными элементами);

*f*-элементы: заполняется электронами *f*-подуровень третьего снаружи уровня, а на внешнем уровне остается два электрона. Это лантаноиды и актиноиды.

В периодической системе *s*-элементов 14, *p*-элементов 30, *d*-элементов 35, *f*-элементов 28. Элементы одного типа имеют ряд общих химических свойств.

## ПРАВИЛА ЗАПОЛНЕНИЯ АТОМНЫХ ОРБИТАЛЕЙ

**Принцип наименьшей энергии:** суммарная энергия всех электронов атома, находящегося в основном состоянии, минимальна.

**Принцип Паули:** на каждой атомной орбитали может размещаться максимально два электрона, или, другими словами, в атоме не может быть даже двух электронов со всеми четырьмя одинаковыми квантовыми числами.

Если для каких-либо двух электронов одинаковы  $n, l, m_l$ , то эти два электрона находятся на одной орбитали и должны отличаться спиновым квантовым числом.

**Правило Хунда:** наиболее устойчивому состоянию атома соответствует такое распределение электронов в пределах подуровня, чтобы модуль суммы их спиновых квантовых чисел был максимальным.

Это означает, что в каждой из орбиталей подуровня заполняется сначала один электрон, а только после исчерпания незаполненных орбиталей на эту орбиталь добавляется второй электрон. Причем на одной орбитали находятся два электрона с противоположными спинами противоположного знака с образованием электронных пар, причем суммарный спин орбитали равен нулю.

**Правило Клечковского** (также **Правило  $n + l$** ; также **правило Маделунга**) — заполнение электронами орбиталей в атоме происходит в порядке возрастания суммы главного и орбитального квантовых чисел  $n + l$ . При одинаковой сумме прежде всего заполняется орбиталь с меньшим значением  $n$ .

### Магнитные и энергетические характеристики атома

Частица	Заряд	Масса покоя	Спин	Магнитный момент	Время жизни
Электрон, $e^-$	$1,6021892 \times 10^{-19}$ Кл	$9,109534 \cdot 10^{-28}$ г	$\frac{1}{2} \hbar$	$-1,00116 \mu_0$	$\infty$
Протон, $p^+$	$1,6021892 (46) \cdot 10^{-19}$ Кл	$1,6726485(86) \times 10^{-24}$ г	$\frac{1}{2} \hbar$	$2,792763(30) m_N$	$\infty$
Нейтрон, $n^0$	0	$1,6749543(86) \times 10^{-24}$ г	$\frac{1}{2} \hbar$	$1,91315(7) m_N$	$885,7(8)$ с

$\hbar$  — приведенная постоянная Планка;  $\mu_0$  — магнетон Бора;  $m_N, m_p$  — ядерный магнетон.

## Электронные формулы атомов химических элементов

I период	
H	$1s^1$
He	$1s^2$
II период	
Li	$2s^1$
Be	$2s^2$
B	$2s^2 2p^1$
C	$2s^2 2p^2$
N	$2s^2 2p^3$
O	$2s^2 2p^4$
F	$2s^2 2p^5$
Ne	$2s^2 2p^6$
III период	
Na	$3s^1$
Mg	$3s^2$
Al	$3s^2 3p^1$
Si	$3s^2 3p^2$
P	$3s^2 3p^3$
S	$3s^2 3p^4$
Cl	$3s^2 3p^5$
Ar	$3s^2 3p^6$
IV период	
K	$4s^1$
Ca	$4s^2$
Sc	$4s^2 3d^1$
Ti	$4s^2 3d^2$
V	$4s^2 3d^3$
Cr	$4s^1 3d^5$
Mn	$4s^2 3d^5$

Fe	$4s^2 3d^6$
Co	$4s^2 3d^7$
Ni	$4s^2 3d^8$
Cu	$4s^1 3d^{10}$
Zn	$4s^2 3d^{10}$
Ga	$4s^2 3d^{10} 4p^1$
Ge	$4s^2 3d^{10} 4p^2$
As	$4s^2 3d^{10} 4p^3$
Se	$4s^2 3d^{10} 4p^4$
Br	$4s^2 3d^{10} 4p^5$
Kr	$4s^2 3d^{10} 4p^6$
V период	
Rb	$5s^1$
Sr	$5s^2$
Y	$4d^1 5s^2$
Zr	$4d^2 5s^2$
Nb	$4d^4 5s^1$
Mo	$4d^5 5s^1$
Tc	$4d^5 5s^2$
Ru	$4d^7 5s^1$
Rh	$4d^8 5s^1$
Pd	$4d^{10} 5s^0$
Ag	$4d^{10} 5s^1$
Cd	$4d^{10} 5s^2$
In	$5s^2 4d^{10} 5p^1$
Sn	$5s^2 4d^{10} 5p^2$
Sb	$5s^2 4d^{10} 5p^3$
Te	$5s^2 4d^{10} 5p^4$
I	$5s^2 4d^{10} 5p^5$

Xe	$5s^2 4d^{10} 5p^6$
VI период	
Cs	$6s^1$
Ba	$6s^2$
La	$5d^1 6s^2$
Ce	$4f^1 5d^1 6s^2$
Pr	$4f^3 6s^2$
Nd	$4f^4 6s^2$
Pm	$4f^5 6s^2$
Sm	$4f^6 6s^2$
Eu	$4f^7 6s^2$
Gd	$4f^7 5d^1 6s^2$
Tb	$4f^9 6s^2$
Dy	$4f^{10} 6s^2$
Ho	$4f^{11} 6s^2$
Er	$4f^{12} 6s^2$
Tm	$4f^{13} 6s^2$
Yb	$4f^{14} 6s^2$
Lu	$4f^{14} 5d^1 6s^2$
Hf	$4f^{14} 5d^2 6s^2$
Ta	$4f^{14} 5d^3 6s^2$
W	$4f^{14} 5d^4 6s^2$
Re	$4f^{14} 5d^5 6s^2$
Os	$4f^{14} 5d^6 6s^2$
Ir	$4f^{14} 5d^7 6s^2$
Pt	$4f^{14} 5d^9 6s^1$
Au	$4f^{14} 5d^{10} 6s^1$
Hg	$4f^{14} 5d^{10} 6s^2$
Tl	$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^1$

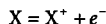
Pb	$4f^{14}5d^{10}6s^26p^2$
Bi	$4f^{14}5d^{10}6s^26p^3$
Po	$4f^{14}5d^{10}6s^26p^4$
At	$4f^{14}5d^{10}6s^26p^5$
Rn	$4f^{14}5d^{10}6s^26p^6$
VII период	
Fr	$7s^1$
Ra	$7s^2$
Ac	$6d^17s^2$
Th	$6d^27s^2$

Pa	$5f^26d^17s^2$
U	$5f^36d^17s^2$
Np	$5f^57s^2$
Pu	$5f^67s^2$
Am	$5f^77s^2$
Cm	$5f^76d^17s^2$
Bk	$5f^97s^2$
Cf	$5f^{10}7s^2$
Es	$5f^{11}7s^2$
Fm	$5f^{12}7s^2$

Md	$5f^{13}7s^2$
No	$5f^{14}7s^2$
Lr	$5f^{14}6d^17s^2$
Rf	$5f^{14}6d^27s^2$
Db	$5f^{14}6d^37s^2$
Sg	$5f^{14}6d^47s^2$
Bh	$5f^{14}6d^57s^2$
Hs	$5f^{14}6d^67s^2$
Mt	$5f^{14}6d^77s^2$

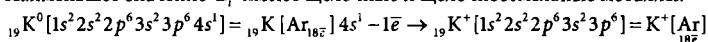
## Энергия ионизации. Сродство к электрону. Электроотрицательность

**Энергия (потенциал) ионизации** атома  $E_i$  — минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из атома на бесконечность в соответствии с уравнением:



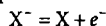
$E_i$  количественно характеризует способность атомов переходить в положительно заряженные ионы за счет отдачи своего валентного электрона, достигая таким образом наиболее энергетически стабильного состояния (за исключением атомов Водорода и Гелия) — наличие на внешнем энергетическом уровне электронного октета  $ns^2np^6$ .

Наименьшее значение  $E_i$  имеют щелочные и щелочноземельные металлы:

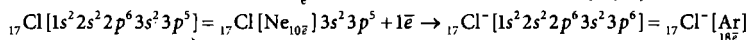


**Сродство атома к электрону**  $A_e$  — способность атомов присоединять добавочный электрон и превращаться в отрицательный ион.

Сродство к электрону равно энергии ионизации отрицательного иона  $X^-$ :



Наиболее высокое значение  $A_e$  имеют активные неметаллы: F, O, N, Cl:



Сумму значений энергии ионизации данного элемента и его энергии сродства к электрону называют **электроотрицательностью** элемента:

$$\chi = E_i + A_e.$$

Электроотрицательность характеризует способность атома химического элемента смещать в свою сторону электронное облако при образовании химической связи (в сторону элемента с более высокой электроотрицательностью).

По Р. С. Малликену электроотрицательность — это среднеарифметическое между потенциалом ионизации и сродством к электрону:

$$\chi = 1/2(E_i + A_e).$$

Недостаток метода — значения сродства к электрону известны не для всех элементов.

Предложено около 20 различных шкал электроотрицательности, среди которых одна из наиболее распространенных — шкала Олреда—Рохова.

**Значения потенциалов ионизации, сродства к электрону и протону,  
электроотрицательности элементов**

Эле- мент	Последовательные потенциалы ионизации, эВ			Сродство, эВ		Электро- отрицатель- ность, эВ
	Первый	Второй	Третий	$A_e$	$A_p$	
Ac	5,12	12,06	20,00	—	—	1,00
Ag	7,58	21,49	34,83	- 1,30	—	1,42
Al	5,99	18,83	28,45	- 0,46	—	1,47
Am	5,99	—	—	—	—	(1,2)
Ar	15,76	27,63	40,91	(0,37)	- 3,80	—
As	9,82	18,62	28,35	- 1,07	—	2,20
At	9,20	20,10	—	- 2,79	—	1,90
Au	9,23	20,50	30,50	- 2,31	—	1,42
B	8,30	25,16	37,93	- 0,30	- 7,30	2,01
Ba	5,21	10,00	35,84	(0,48)	—	0,97
Be	9,32	18,21	153,90	(- 0,38)	—	1,47
Bi	12,25	16,74	25,57	- 0,95	—	1,67
Bk	6,30	—	—	—	—	(1,2)
Br	11,84	21,80	35,90	- 3,37	- 5,80	2,74
C	11,26	24,38	47,88	- 1,27	- 6,00	2,50
Ca	6,11	11,87	50,91	(1,93)	—	1,04
Cd	8,99	16,91	37,48	(0,27)	—	1,46
Ce	5,47	10,85	20,08	- 0,52	—	1,08
Cf	6,41	—	—	—	—	(1,2)
Cl	12,97	23,81	39,91	- 3,61	- 5,30	2,83
Cm	6,09	—	—	—	—	(1,2)
Co	7,87	17,06	33,50	- 0,94	—	1,70
Cr	6,77	16,50	30,96	- 0,98	—	1,56
Cs	3,89	25,10	34,60	- 0,39	—	0,86
Cu	7,73	20,29	36,83	- 1,23	—	1,75
Dy	5,93	11,67	22,80	- 0,52	—	1,10
Er	6,10	11,93	22,70	- 0,52	—	1,11
Es	6,52	—	—	—	—	(1,2)
Eu	5,66	11,25	24,70	- 0,52	—	1,01
F	17,42	34,99	62,66	- 3,49	- 3,70	4,10
Fe	7,89	16,18	30,65	- 0,58	—	1,64
Fm	6,64	—	—	—	—	(1,2)
Fr	3,98	—	—	—	—	0,86
Ga	6,00	20,51	30,71	- 0,39	—	1,82

Эле- мент	Последовательные потенциалы ионизации, эВ			Сродство, эВ		Электро- отрицатель- ность, эВ
	Первый	Второй	Третий	$A_e$	$A_p$	
Gd	6,16	12,10	20,60	-0,52	—	1,11
Ge	7,90	15,93	34,20	-1,74	—	2,02
H	13,60	—	—	-0,75	-2,69	2,10
He	24,59	54,42	—	(0,22)	-1,84	—
Hf	7,50	14,90	23,30	(0,63)	—	1,23
Hg	10,44	18,76	34,20	(0,19)	—	1,44
Ho	6,02	11,80	22,80	-0,52	—	1,10
I	10,45	19,10	33,00	-3,08	-6,30	2,21
In	5,79	18,87	28,03	-0,72	—	1,49
Ir	9,10	17,00	—	-1,97	—	1,55
K	4,34	31,82	46,00	-0,47	—	0,91
Kr	14,00	24,37	36,40	(0,42)	-4,50	—
La	5,58	11,06	19,18	-0,55	—	1,08
Li	5,39	75,64	122,42	-0,59	—	0,97
Lu	5,43	13,90	20,96	-0,52	—	1,14
Md	6,74	—	—	—	—	(1,2)
Mg	7,65	15,04	80,14	(0,22)	—	1,23
Mn	7,44	15,64	33,70	(0,97)	—	1,60
Mo	7,10	16,16	27,14	-1,18	—	1,30
N	14,53	29,60	47,45	(0,21)	-4,20	3,07
Na	5,14	47,30	71,65	-0,34	—	1,01
Nb	6,88	14,32	25,05	-1,13	—	1,23
Nd	5,49	10,72	22,10	-0,52	—	1,07
Ne	21,56	41,08	63,00	(0,22)	-2,08	—
Nr	7,63	18,15	35,17	-1,28	—	1,75
No	6,84	—	—	—	—	(1,2)
Np	6,20	—	—	—	—	1,22
O	13,62	35,12	54,90	-1,47	-4,90	3,50
Os	8,50	17,00	25,00	-1,44	—	1,52
P	10,49	19,73	30,16	-0,80	—	2,10
Pa	5,89	—	—	—	—	1,14
Pb	7,42	15,03	31,98	-1,14	—	1,55
Pd	8,34	19,43	32,95	(-1,02)	—	1,35
Pm	5,55	10,90	22,30	-0,52	—	1,07
Po	8,43	19,40	27,30	1,87	—	1,76
Pr	5,42	10,55	21,63	0,52	—	1,07

Элемент	Последовательные потенциалы ионизации, эВ			Сродство, эВ		Электроотрицательность, эВ
	Первый	Второй	Третий	$A_{\epsilon}$	$A_p$	
Pt	8,90	18,56	—	-2,13	—	1,44
Pu	6,06	—	—	—	—	1,22
Ra	5,28	10,15	—	—	—	0,97
Rb	4,18	27,50	40,00	(-0,42)	—	0,89
Re	7,88	16,60	—	-0,15	—	1,46
Rh	7,46	18,08	31,06	-1,24	—	1,45
Rn	10,75	21,40	29,40	(0,42)	—	—
Ru	7,37	16,76	28,47	-1,14	—	1,42
S	10,36	23,35	34,80	-2,08	-6,80	2,60
Sb	8,64	16,50	25,30	-1,05	—	1,82
Sc	6,56	12,80	24,76	(0,73)	—	1,20
Se	9,75	21,19	32,00	-2,02	—	2,48
Si	8,15	16,34	33,53	-1,38	-6,50	1,74
Sm	5,63	11,07	23,40	-0,52	—	1,07
Sn	7,34	14,63	30,50	-1,25	—	1,72
Sr	5,69	11,03	42,88	(1,51)	—	0,99
Ta	7,89	16,20	—	-0,62	—	1,33
Tb	5,85	11,52	21,90	-0,52	—	1,10
Tc	7,28	15,26	29,55	-0,73	—	1,36
Te	9,01	18,60	28,00	-1,96	—	2,01
Th	6,08	11,50	20,00	—	—	1,11
Ti	6,82	13,58	27,48	-0,39	—	1,32
Tl	6,11	20,43	29,83	-0,50	—	1,44
Tm	6,18	12,05	23,70	—	—	1,11
U	6,19	11,60	19,80	—	-10,80	1,22
V	6,74	14,21	29,32	-0,64	—	1,45
W	7,98	17,70	—	-0,50	—	1,40
Xe	12,13	21,25	32,10	(0,45)	-5,40	—
Y	6,22	12,24	20,52	(0,4)	—	1,11
Yb	6,25	12,18	25,50	-0,52	—	1,06
Zn	9,39	17,96	39,72	(-0,09)	—	1,66
Zr	6,84	13,13	22,98	-0,45	—	1,22

$A_p$  — сродство к протону (энтальпия присоединения протона  $H^+$ ).

*Примечание.* Значения, указанные в скобках, получены методом полуэмпирического расчета. Прочерк означает отсутствие данных.

## Вещество. Химическая связь. Основные определения

**Химический элемент** — определенный вид атома с одинаковым положительным зарядом ядра. На данный момент известно 107 элементов.

Каждый элемент имеет свое **название** и **символ**. Названия и символы всех химических элементов приведены в Периодической системе.

**Относительная атомная масса химического элемента**  $A_r$  — одна двенадцатая частицы абсолютной массы атома изотопа Углерода  $^{12}\text{C}$ , которая составляет  $19,93 \cdot 10^{-27}$  кг:

$$1 \text{ а. е. м.} = \frac{m_a(^{12}\text{C})}{12} = \frac{19,93 \cdot 10^{-27}}{12} = 1,667 \cdot 10^{-27} \text{ (кг)}.$$

Формула определения **относительной атомной массы** ( $A_r$ ):

$$A_r(x) = \frac{m_a(x)}{1 \text{ а. е. м.}} = m_a(x) \cdot \left( \frac{1}{12} m_a(^{12}\text{C}) \right)^{-1},$$

где  $x$  — любой элемент периодической системы.

**Молекула** — это электронейтральная наименьшая совокупность атомов, образующих определенную структуру посредством химических связей.

Молекула — наименьшая частица данного вещества, обладающая его химическими свойствами.

Химические свойства молекулы определяются ее составом и химическим строением.

**Относительная молекулярная масса**  $M_r$  (или просто молекулярная масса) — отношение массы молекулы к  $1/12$  массы атома изотопа Углерода  $^{12}\text{C}$ .

**Вещество** (в химии) — субстанция со специфическим химическим составом.

**Аллотропия** — явление существования одного и того же химического элемента в виде двух и более простых веществ, различных по строению и свойствам: так называемых аллотропических модификаций или **аллотропических форм** (элемент кислород образует две аллотропные модификации — кислород и озон; элемент углерод — три: алмаз, графит и карбин).

Явление аллотропии вызвано двумя причинами: различным числом атомов в молекуле (например, кислород  $\text{O}_2$  и озон  $\text{O}_3$ ); различными кристаллическими формами (например, графит и алмаз) — в этом случае аллотропия — частный случай полиморфизма.

**Моль** — это единица количества вещества, содержащая столько же структурных единиц данного вещества (атомов, молекул, ионов, электронов и т. д.), сколько атомов содержится в 12 г углерода, состоящего только из изотопа  $^{12}\text{C}$ .

**Число Авогадро** — число атомов  $N_A$  в 0,012 кг углерода, или в 1 моль:

$$N_A = 6,02214179(30) \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Величина  $N_A$  называется **постоянной Авогадро**.

**Молярная масса** ( $M$ ) — отношение массы вещества к ее количеству:

$$M(X) = \frac{m(X)}{\nu(X)} \text{ г/моль}.$$

Молярная масса — масса 1 моль вещества, численно равная его относительной молекулярной массе ( $M_r$ ).

**Валентность атома** определяется числом его неспаренных электронов, способных участвовать в образовании химических связей с другими атомами.

Валентность выражается целыми числами.

Электроны, принимающие участие в образовании химических связей, называются **валентными электронами**.

В соединениях, образованных при помощи **ионных связей**, валентность атомов определяется числом присоединенных или отданных электронов.

В соединениях с **ковалентными связями** валентность атомов определяется числом образовавшихся обобществленных электронных пар.

**Ион** — одноатомная или многоатомная электрически заряженная частица, образующаяся в результате потери или присоединения одного или нескольких электронов атомом или молекулой.

**Ионизация** — процесс образования ионов.

В виде самостоятельных частиц ионы встречаются во всех агрегатных состояниях вещества — в газах (в частности, в атмосфере), в жидкостях (в расплавах и растворах), в кристаллах и в плазме (в частности, в межзвездном пространстве).

Заряд иона кратен заряду электрона.

Положительно заряженные ионы, движущиеся в растворе к отрицательному полюсу (катоду), называются **катионами**.

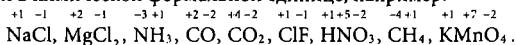
Отрицательно заряженные ионы, движущиеся к положительному полюсу (аноду), называются **анионами**.

Являясь химически активными частицами, ионы вступают в реакции с атомами, молекулами и между собой.

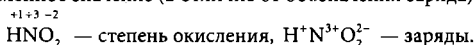
В растворах ионы образуются в результате электролитической диссоциации и обуславливают свойства электролитов.

**Степень окисления** — вспомогательная условная величина для записи процессов окисления, восстановления и окислительно-восстановительных реакций, численная величина электрического заряда, приписываемого атому в молекуле в предположении, что электронные пары, осуществляющие связь, полностью смещены в сторону более электроотрицательных атомов.

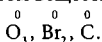
Степень окисления соответствует заряду иона или формальному заряду атома в молекуле или в химической формальной единице, например:



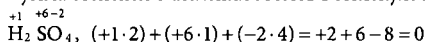
Степень окисления указывают сверху над символом элемента. Первым ставят знак, а затем численное значение (в отличие от обозначения заряда):



Степень окисления атома в простом веществе равна нулю, например:



Алгебраическая сумма степеней окисления атомов в молекуле всегда равна нулю:



**Энергия связи  $\Delta E$**  — это работа, необходимая для разрыва химической связи во всех молекулах, составляющих один моль вещества.

$\Delta E$  измеряют в кДж/моль.

Наиболее прочными являются **ионные** и **ковалентные** связи (от десятков до сотен кДж/моль).

#### Округленные значения относительных атомных масс химических элементов

Символ и название элемента	$A_r$
Ac Актиний	227,028
Ag Серебро	107,868
Al Алюминий	26,982
Am Америций	243,061

Символ и название элемента	$A_r$
Ar Аргон	39,948
As Мышьяк	74,922
At Астат	209,987
Au Золото	196,967

Символ и название элемента		$A_r$
B	Бор	10,811
Ba	Барий	137,33
Be	Бериллий	9,012
Bi	Висмут	208,980
Bk	Берклий	247,070
Br	Бром	79,904
C	Углерод	12,011
Ca	Кальций	40,078
Cd	Кадмий	112,41
Ce	Церий	140,12
Cf	Калифорний	251,080
Cl	Хлор	35,453
Cm	Кюрий	247,070
Co	Кобальт	58,933
Cr	Хром	51,996
Cs	Цезий	132,905
Cu	Медь	63,546
Dy	Диспрозий	162,50
Er	Эрбий	167,26
Es	Эйнштейний	252,083
Eu	Европий	151,96
F	Фтор	18,998
Fe	Железо	55,847
Fm	Фермий	257,095
Fr	Франций	223,020
Ga	Галлий	69,723
Gd	Гадолиний	157,25
Ge	Германий	72,59
H	Водород	1,008
He	Гелий	4,003
Hf	Гафний	178,49
Hg	Ртуть	200,59
Ho	Гольмий	164,930

Символ и название элемента		$A_r$
I	Иод	126,905
In	Индий	114,82
Ir	Иридий	192,22
K	Калий	39,098
Kr	Криптон	83,80
La	Лантан	138,906
Li	Литий	6,941
Lr	Лоуренсий	260,105
Lu	Лютеций	174,967
Md	Менделевий	258,099
Mg	Магний	24,305
Mn	Марганец	54,938
Mo	Молибден	95,94
N	Азот	14,007
Na	Натрий	22,990
Nb	Ниобий	92,906
Nd	Неодим	144,24
Ne	Неон	20,179
Ni	Никель	58,69
No	Нобелий	259,101
Np	Нептуний	237,048
O	Кислород	15,999
Os	Осмий	190,2
P	Фосфор	30,974
Pa	Протактиний	231,036
Pb	Свинец	207,2
Pd	Палладий	106,42
Pm	Прометий	144,913
Po	Полоний	208,982
Pr	Празеодим	140,908
Pt	Платина	195,08
Pu	Плутоний	244,064

Символ и название элемента		$A_r$
Ra	Радий	226,025
Rb	Рубидий	85,468
Re	Рений	186,207
Rh	Родий	102,906
Rn	Радон	222,018
Ru	Рутений	101,07
S	Сера	32,066
Sb	Сурьма	121,75
Sc	Скандий	44,956
Se	Селен	78,96
Si	Кремний	28,086
Sm	Самарий	150,36
Sn	Олово	118,710
Sr	Стронций	87,62
Ta	Тантал	180,948

Символ и название элемента		$A_r$
Tb	Тербий	158,925
Tc	Технеций	97,907
Te	Теллур	127,60
Th	Торий	232,038
Ti	Титан	47,88
Tl	Таллий	204,383
Tm	Тулий	168,934
U	Уран	238,029
V	Ванадий	50,942
W	Вольфрам	183,85
Xe	Ксенон	131,29
Y	Иттрий	88,906
Yb	Иттербий	173,04
Zn	Цинк	65,39
Zr	Цирконий	91,224

*Примечание.* Относительные молекулярные массы  $M_r$  необходимо округлять до второго знака после запятой.

## ВИДЫ ХИМИЧЕСКОЙ СВЯЗИ

**Ионная связь** — прочная химическая связь, образующаяся между атомами с большой разностью ( $> 1,7$  по шкале Полинга) электроотрицательностей, при которой общая электронная пара полностью переходит к атому с большей электроотрицательностью.

Ионная связь — это электростатическое взаимодействие между ионами с зарядами противоположного знака.

Пример веществ с ионной связью:  $MgS$ ,  $NaCl$ .

**Координационное число** — число ближайших ионов, которые, при образовании ионной связи, окружают каждый ион противоположного знака.

Чаще всего координационное число принимает значение 6, поэтому состав хлорида натрия можно было бы отразить формулой  $Na_6Cl_6$ . Но для проведения стехиометрических расчетов удобнее пользоваться эмпирической формулой  $NaCl$ .

Валентность элементов в соединениях с ионными связями характеризуют степень окисления, которая, в свою очередь, соответствует величине заряда иона элемента в данном соединении.

Ионную связь рассматривают как предельный случай ковалентной связи.

**Характеристика соединений с ионной связью:**

- хорошая растворимость в полярных растворителях (вода, кислоты и т. д.);
- при растворении энергия выделяется, так как суммарная энергия образованных связей растворитель—ион больше энергии связи анион—катион. Исключение составляют многие соли азотной кислоты (нитраты), которые при растворении поглощают тепло (растворы охлаждаются);
- вещества с ионной связью при обычных условиях находятся в твердой фазе;
- вещества с ионной связью имеют высокие температуры плавления и кипения;

- расплавы и растворы веществ проводят электрический ток.

**Ковалентная связь** — химическая связь, образованная перекрытием (обобществлением) пары валентных электронных облаков.

Обеспечивающие связь электронные облака (электроны) называются **общей электронной парой**.

Энергия ковалентных связей может достигать несколько сотен кДж/моль

**Свойства ковалентной связи, определяющие химические и физические свойства соединений:** направленность, насыщаемость, полярность, поляризуемость.

**Направленность связи** обуславливает молекулярное строение веществ и геометрическую форму молекул. Угол между двумя связями называют **валентным углом**.

**Насыщаемость** — способность атомов образовывать ограниченное число ковалентных связей. Количество связей, образуемых атомом, ограничено числом его валентных атомных орбиталей.

**Полярность** связи обусловлена неравномерным распределением электронной плотности вследствие различий в электроотрицательностях атомов. По этому признаку ковалентные связи подразделяются на **неполярные** и **полярные**.

Пример полярной ковалентной связи — HCl: общая электронная пара в большей степени принадлежит атому хлора, поскольку неметаллические свойства у хлора выражены гораздо сильнее, чем у водорода.

**Электрический дипольный момент** количественно характеризует полярность связи.

Дипольный момент — векторная величина с направлением по оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

В химии дипольный момент измеряют в дебаях:  $1 \text{ Д} = 3,34 \times 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$  (размер единицы выбран так потому, что большинство полярных молекул имеет дипольный момент порядка 1 Д).

Следует различать дипольные моменты (полярность) связи и молекулы в целом.

Дипольный момент нейтральной в целом системы зарядов не зависит от выбора начала координат, а определяется относительно расположением (и величинами) зарядов в системе.

Дипольный момент системы из  $N$  заряженных частиц равен:

$$p = \sum_{i=1}^N e_i r_i,$$

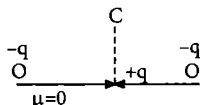
где  $e_i$  — заряд частицы с номером  $i$ , а  $r_i$  — ее радиус-вектор.

В частном случае два одинаковых по величине заряда  $+q$  и  $-q$  образуют электрический диполь с дипольным моментом  $\mu = q \times l$ , где  $l$  — расстояние между зарядами.

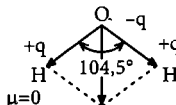
Для двухатомных молекул дипольный момент связи равен дипольному моменту молекулы.

Для трехатомных молекул возможны следующие ситуации:

- каждая из связей полярна, система в целом неполярна. Например, в трехатомной молекуле оксида углерода (IV) молекула  $\text{O}=\text{C}=\text{O}$  в целом практически неполярна ( $\mu = 0,04 \times 10^{-29} \text{ Кл} \cdot \text{м}$ ), так как линейна и дипольные моменты связей  $\text{C}=\text{O}$  компенсируют друг друга (рис. 3, а);
- каждая из связей полярна, система в целом тоже полярна. Например, наличие дипольного момента в молекуле воды означает, что она нелинейна, т. е. связи  $\text{O}-\text{H}$  расположены под углом, не равным  $180^\circ$  (рис. 3, б).



а



б

**Дипольные моменты некоторых полярных молекул:**

HF 1,91 Д	SO <sub>2</sub> 1,67 Д
HCl 1,08 Д	NH <sub>3</sub> 1,46 Д
HBr 0,79 Д	O <sub>3</sub> 0,53 Д

**Поляризуемость** связи выражается в смещении электронов связи под влиянием внешнего электрического поля, в том числе и другой реагирующей частицы. Поляризуемость определяется подвижностью электронов. Чем дальше от ядра, тем подвижность электрона больше.

Полярность и поляризуемость ковалентных связей определяют реакционную способность молекул по отношению к полярным реагентам.

**Виды ковалентной связи:** существуют три вида ковалентной химической связи, отличающихся механизмом образования.

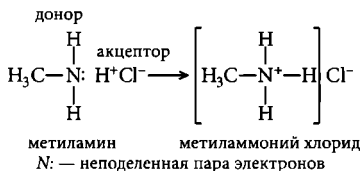
1. **Простая ковалентная связь (полярная и неполярная).** Для ее образования каждый из атомов предоставляет по одному неспаренному электрону. При образовании простой ковалентной связи формальные заряды атомов остаются неизменными.

**Неполярная ковалентная связь:** если атомы, образующие простую ковалентную связь, одинаковы, то истинные заряды атомов в молекуле также одинаковы, поскольку атомы, образующие связь, в равной степени владеют обобществленной электронной парой. Такую связь имеют простые вещества (например, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>) или неметаллы, электроотрицательность которых имеет равное значение (например, PH<sub>3</sub>, так как электроотрицательность водорода равна электроотрицательности фосфора).

**Полярная ковалентная связь:** если атомы различны, то степень владения обобществленной парой электронов определяется различием в электроотрицательностях атомов. Атом с большей электроотрицательностью сильнее притягивает к себе пару электронов связи, и его истинный заряд становится отрицательным и наоборот. Такая связь образуется между двумя различными неметаллами.

2. **Донорно-акцепторная (координационная) связь.** Отличается только способом образования, по свойствам соответствует другим ковалентным связям. Эта химическая связь осуществляется за счет неподеленной пары электронов одного атома (донора) и свободной орбитали другого атома (акцептора). В образовавшейся молекуле формальный заряд донора увеличивается на единицу, а формальный заряд акцептора уменьшается на единицу.

Пример такой связи: между атомом азота в молекуле метиламина CH<sub>3</sub>NH<sub>2</sub> и протоном H<sup>+</sup> кислоты HCl.



В качестве доноров обычно выступают атомы с большим количеством электронов и небольшим числом неспаренных электронов (для элементов II периода, кроме атома азота, это кислород — две неподеленные пары, и фтор — три неподеленные пары).

3. **Семиполярная связь.** Ее можно рассматривать как полярную донорно-акцепторную связь. Этот вид ковалентной связи образуется между атомом, обладающим неподеленной парой электронов (азот, фосфор, сера, галогены и т. п.) и атомом с двумя неспаренными электронами (кислород, сера).

Образование семиполярной связи протекает в два этапа.

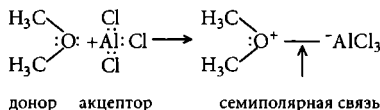
- Перенос одного электрона от атома с неподеленной парой электронов к атому с двумя неспаренными электронами. В результате атом с неподеленной парой электронов превращается в катион-радикал (положительно заряженная частица с не-

спаренным электроном), а атом с двумя неспаренными электронами — в анион-радикал (отрицательно заряженная частица с неспаренным электроном).

- Обобществление неспаренных электронов (как в случае простой ковалентной связи).

При образовании семиполярной связи атом с неподеленной парой электронов увеличивает свой формальный заряд на единицу, а атом с двумя неспаренными электронами понижает свой формальный заряд на единицу.

Например:



**Водородная связь** — разновидность донорно-акцепторной связи, вид химического взаимодействия атомов в молекулах, отличающийся тем, что существенное участие в нем принимает атом водорода (H), уже связанный ковалентной связью с другим атомом (A). Группа A — H выступает донором протона (акцептором электрона), а другая группа (или атом) B — донором электрона (акцептором протона). Водородная связь обычно схематично изображается точками.

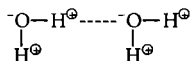
От общих для всех веществ вандерваальсовых сил взаимного притяжения молекул водородная связь отличается направленностью и насыщаемостью.

Водородная связь не сводится, как ранее считали, к электростатическому притяжению полярных групп A — H и B, а рассматривается как донорно-акцепторная химическая связь.

Энергия водородной связи не превышает 40 кДж/моль.

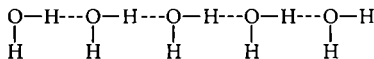
По своим энергиям, водородная связь занимает промежуточное положение между вандерваальсовыми взаимодействиями (доли ккал/моль) и типичными химическими связями (десятки ккал/моль) (1 Ккал = 4,19 · 10<sup>3</sup> Дж).

Пример водородной связи между двумя молекулами воды:

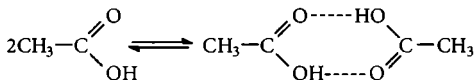


Взаимодействие между молекулами воды достаточно сильно, поэтому в парах воды присутствуют димеры и тримеры состава (H<sub>2</sub>O)<sub>2</sub>, (H<sub>2</sub>O)<sub>3</sub> и т. д.

Поскольку атом кислорода имеет две неподеленные пары электронов, в растворах присутствуют длинные цепи ассоциатов вида:



Молекулы органических соединений, содержащие группы —OH, —COOH, —CONH<sub>2</sub>, —NH<sub>2</sub> и т. п., часто ассоциированы:



Водородные связи могут возникать как между различными молекулами, так и внутри молекулы, если в этой молекуле имеются группы с донорной и акцепторной способностями. Например, внутримолекулярные водородные связи играют основную роль в образовании пептидных цепей, определяющих строение белков. Молекула ДНК свернута в виде двойной спирали, две нити которой связаны друг с другом водородными связями.

**Металлическая связь** — химическая связь, обусловленная наличием относительно свободных валентных электронов (электронного газа). Характерна как для чистых

металлов, так и их сплавов и интерметаллических соединений. Металлическая связь несколько слабее ионных и ковалентных, но величины энергий связи в металлах близки к значениям энергии ионных и ковалентных связей.

В кристаллах металлов атомы ионизированы не полностью, и часть валентных электронов остается связанной. В результате возможно появление частично ковалентных связей между соседними атомами. Вклады ионной и ковалентной составляющей обнаружены во многих металлах. Металлическая связь имеет признаки, характерные как для ковалентной, так и для ионной связи.

Благодаря наличию не связанных с определенными атомами электронов, металлы хорошо проводят электрический ток и тепло. Наличие свободных электронов обуславливают характерный металлический блеск.

Высокая пластичность и ковкость металлов связаны с возможностью взаимного смещения катионов в металлической кристаллической решетке без разрыва химической связи. При нагревании металла колебания катионов усиливаются, электронам труднее продвигаться между ними, поэтому электрическое сопротивление металла увеличивается.

## ГИБРИДИЗАЦИЯ ОРБИТАЛЕЙ

**Гибридизация орбиталей** — концепция смешения разных, но близких по энергии орбиталей данного атома, с возникновением того же числа новых гибридных орбиталей, одинаковых по энергии и форме. Гибридизация атомных орбиталей происходит при возникновении ковалентной связи между атомами.

**$sp$ -гибридизация** — это гибридизация, в которой участвуют атомные орбитали одного  $s$ - и одного  $p$ -электрона. В процессе гибридизации образуются две гибридные орбитали, которые ориентируются друг к другу под углом  $180^\circ$ .

$sp$ -гибридизация происходит при образовании галогенидов бериллия, например  $\text{BeF}_2$ , цинка, ртути, молекулы ацетилена и т. д.

В основном состоянии этих элементов имеются два спаренных  $s$ -электрона на внешнем слое. В результате возбуждения один из электронов  $s$ -орбитали переходит на близкую по энергии  $p$ -орбиталь. При образовании химической связи эти две различные орбитали превращаются в две одинаковые гибридные орбитали (тип гибридизации —  $sp$ ), расположенные под углом  $180^\circ$  друг к другу (рис. 4).

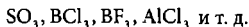
Молекулы  $\text{BeX}_2$ ,  $\text{ZnX}_2$ ,  $\text{HgX}_2$ ,  $\text{C}_2\text{H}_2$  и т. д. ( $X$  — галоген) являются линейными.

Модель молекулы  $\text{BeH}_2$  (рис. 5).

$\sigma$ - и  $\pi$ -перекрывание орбиталей между атомами с  $sp$ -гибридными орбиталями показано на рис. 6.

**$sp^2$ -гибридизация** — гибридизация, в которой участвуют атомные орбитали одного  $s$ - и двух  $p$ -электронов. В результате образуются три гибридные  $sp^2$  орбитали, расположенные в одной плоскости под углом  $120^\circ$  друг к другу (рис. 7).

Примеры соединений, в которых наблюдается  $sp^2$ -гибридизация:



$sp^2$ -гибридизация характерна для всех этиленовых углеводородов (алкенов) (общая формула  $\text{C}_n\text{H}_{2n}$ ), карбоновых кислот и ароматических углеводородов (аренов) и других органических соединений:  $\text{C}_2\text{H}_4$  (этилен),  $\text{C}_4\text{H}_8$ ,  $\text{C}_6\text{H}_{12}$ ,  $\text{C}_6\text{H}_6$  (бензол),  $\text{C}_8\text{H}_{10}$ ,  $\text{C}_9\text{H}_{12}$ ,  $\text{CH}_3\text{COOH}$ ,  $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$  (фенол),  $\text{CH}_2\text{O}$  (формальдегид),  $\text{C}_5\text{H}_9\text{NO}_4$  (глутаминовая кислота) и др.



Рис. 4



Рис. 5

При  $sp^2$ -гибридизации атом углерода образует три  $\sigma$ -связи и одну  $\pi$ -связь с соседними атомами углерода (рис. 8)

**$sp^3$ -гибридизация** — гибридная, в которой участвуют атомные орбитали одного  $s$ - и трех  $p$ -электронов. Четыре  $sp^3$ -гибридные орбитали симметрично ориентированы в пространстве под углом  $109^\circ 28'$  (рис. 9).

Пространственная конфигурация молекулы, центральный атом которой образован  $sp^3$ -гибридными орбиталями, в основном — тетраэдр (но не всегда, это зависит от числа атомов в молекуле).

Примеры соединений с  $sp^3$ -гибридизацией:  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $POCl_3$ ,  $SO_2F_2$ ,  $SOBr_2$ .

Также  $sp^3$ -гибридизация наблюдается во всех предельных углеводородах (алканы, циклоалканы) и других органических соединениях:  $CH_4$ ,  $C_3H_{12}$ ,  $C_6H_{14}$ ,  $C_8H_{18}$  и др.

В предельных углеводородах все химические связи одинарные, поэтому между гибридными орбиталями этих соединений возможно только  $\sigma$ -перекрывание.

## СИГМА- И ПИ-СВЯЗИ

**$\sigma$ -связь (сигма-связь)** осуществляется при перекрывании облаков вдоль линии соединения атома (рис. 10, 11, 12).

**$\pi$ -связь (пи-связь)** возникает при перекрывании электронных облаков по обе стороны от линии соединения атомов (рис. 13, 14).

**$\delta$ -связь (дельта-связь)** возникает при перекрывании всех четырех лепестков  $d$ -электронных облаков, расположенных в параллельных плоскостях (рис. 15).

Электроны  $s$ -орбиталей могут участвовать лишь в  $\sigma$ -связывании,  $p$ -электроны — в  $\sigma$ - и  $\pi$ -связывании, а  $d$ -электроны как в  $\sigma$ - и  $\pi$ -, так и в  $\delta$ -связывании.

Максимальное перекрывание облаков осуществляется при  $\sigma$ -связи.

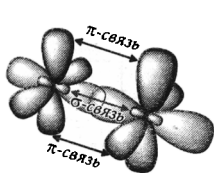


Рис. 6

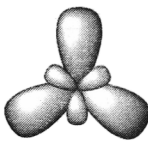


Рис. 7

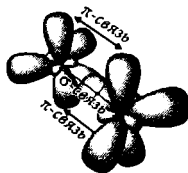


Рис. 8



Рис. 9

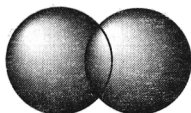


Рис. 10

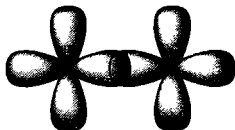


Рис. 11



Рис. 12



Рис. 13

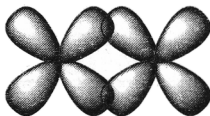


Рис. 14

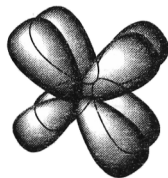


Рис. 15

## Дипольные моменты многоатомных молекул

Вещество	$\mu$ , Д
AlF <sub>3</sub>	0
AsCl <sub>3</sub>	1,97
AsF <sub>3</sub>	2,82
AsF <sub>5</sub>	0
BBr <sub>3</sub>	0
BCl <sub>3</sub>	0
BF <sub>3</sub>	0
BeCl <sub>2</sub>	0
BeF <sub>2</sub>	0
BrF <sub>3</sub>	1,19
BrF <sub>5</sub>	1,51
CCl <sub>4</sub>	0
CCl <sub>2</sub> O	1,18
CF <sub>4</sub>	0
CO	0,11
CO <sub>2</sub>	0
COF <sub>2</sub>	0,95
CSCl <sub>2</sub>	0,28

Вещество	$\mu$ , Д
ClO <sub>2</sub>	0,78
Cl <sub>2</sub> O	1,69
GaF <sub>3</sub>	0
H <sub>2</sub> O	1,86
H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	2,26
IF <sub>5</sub>	2,2>8
NF <sub>3</sub>	0,24
NH <sub>3</sub>	1,46
NO <sub>2</sub>	0,32
N <sub>2</sub> O	0,17
NOF <sub>3</sub>	0,04
O <sub>2</sub>	0
O <sub>3</sub>	0,53
OF <sub>2</sub>	0,30
PCl <sub>3</sub>	0,78
PCl <sub>5</sub>	0
PCl <sub>2</sub> F <sub>3</sub>	0,68
PCl <sub>4</sub> F	0,21

Вещество	$\mu$ , Д
PF <sub>3</sub>	1,03
PF <sub>5</sub>	0
PH <sub>3</sub>	0,58
POF <sub>3</sub>	1,77
PSCl <sub>3</sub>	1,4
SF <sub>2</sub>	1,05
SF <sub>4</sub>	0,63
SF <sub>6</sub>	0
SO <sub>2</sub>	1,67
SO <sub>3</sub>	0
SbBr <sub>3</sub>	3,28
SbCl <sub>3</sub>	3,93
SbCl <sub>5</sub>	0
SeF <sub>4</sub>	1,78
SiCl <sub>4</sub>	0
SiF <sub>4</sub>	0
SnF <sub>4</sub>	0
XeF <sub>2</sub>	0

## Шкала Олреда—Рохова

Элемент	Электроотрицательность
Fr	0,86
Cs	0,86
Rb	0,89
K	0,91
Na	0,93
Ra	0,97
Ba	0,97
Li	0,97
Sr	0,99

Элемент	Электроотрицательность
Ac	1,00
Ca	1,04
La	1,08
Y	1,11
Sc	1,20
Zr	1,22
Hf	1,23
Nb	1,23
Mg	1,23

Элемент	Электроотрицательность
Mo	1,30
Ti	1,32
Ta	1,33
Pd	1,35
Tc	1,36
W	1,40
Au	1,42
Ag	1,42
Ru	1,42

Элемент	Электроотрицательность
Hg	1,44
Pt	1,44
Tl	1,44
Rh	1,45
V	1,45
Cd	1,46
Re	1,46
Al	1,47
Be	1,47
In	1,49
Os	1,52
Ir	1,55
Pb	1,55
Cr	1,56
Mn	1,60
Fe	1,64

Элемент	Электроотрицательность
Zn	1,66
Bi	1,67
Co	1,70
Sn	1,72
Ni	1,75
Cu	1,75
Po	1,76
Ga	1,82
Sb	1,82
At	1,90
B	2,01
Te	2,02
Ge	2,02
Rn	2,06
H	2,10
As	2,11

Элемент	Электроотрицательность
I	2,21
Si	2,25
P	2,32
Xe	2,40
Se	2,48
C	2,50
S	2,60
Br	2,74
Cl	2,83
Kr	2,94
N	3,07
Ar	3,20
O	3,50
F	4,10
Ne	4,84
He	5,50

## Межмолекулярное взаимодействие

**Межмолекулярное взаимодействие** — взаимодействие молекул между собой, не приводящее к разрыву или образованию новых химических связей. В их основе, как и в основе химической связи, лежат электрические взаимодействия.

**Силы Ван-дер-Ваальса** — виды межмолекулярного притяжения и отталкивания, возникающие при поляризации молекул и образовании диполей. Обычно порядка 0,8—8,16 кДж/моль.

Основу вандерваальсовых сил составляет кулоновское взаимодействие между электронами и ядрами одной молекулы и ядрами и электронами другой.

**Ориентационное взаимодействие** (диполь-дипольное притяжение). Осуществляется между молекулами, являющимися постоянными диполями.

Примером может служить HCl в жидком и твердом состоянии. Энергия такого взаимодействия обратно пропорциональна кубу расстояния между диполями:

$$E_K = -2\mu_1\mu_2/4\pi\epsilon_0 r^3,$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — дипольные моменты взаимодействующих диполей,  $r$  — расстояние между ними,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость воздуха.

Притяжение диполь-диполь может осуществляться только тогда, когда энергия притяжения превышает тепловую энергию молекул; обычно это имеет место в твердых и жидких веществах.

Диполь-дипольное взаимодействие проявляется в полярных жидкостях (вода, фтороводород).

**Индукционное взаимодействие.** Взаимодействие между постоянным диполем и наведенным (индуцированным). Поляризация нейтральной частицы под действием внешнего поля (наведение диполя) происходит благодаря наличию у молекул свойства поляризуемости. Энергия такого взаимодействия обратно пропорциональна шестой степени расстояния между диполями:

$$E_d = -2\mu_{\text{нав}}^2 \gamma / r^6,$$

где  $\mu_{\text{нав}}$  — момент наведенного диполя.

Этот вид взаимодействия является очень слабым, проявляется на небольших расстояниях, наблюдается главным образом в растворах полярных соединений в неполярных растворителях.

**Дисперсионное взаимодействие** (лондоновские силы). Взаимодействие между мгновенным и наведенным диполем. Энергия такого взаимодействия обратно пропорциональна шестой степени расстояния между диполями:

$$E_d = -2\mu_{\text{магн}}^2 \gamma^2 / r^6,$$

где  $\mu_{\text{магн}}$  — момент мгновенного диполя.

Лондоновские силы притяжения между неполярными частицами (атомами, молекулами) являются весьма короткодействующими. Значения энергии такого притяжения зависят от размеров частиц и числа электронов в наведенных диполях. Эти связи наиболее слабые из всех межмолекулярных взаимодействий. Однако они являются наиболее универсальными, так как возникают между любыми молекулами.

## Законы сохранения в химии

**Закон постоянства состава:** каким бы способом ни было получено вещество, его химический состав и свойства остаются неизменными.

**Закон сохранения массы:** суммарная масса реагентов равна суммарной массе продуктов реакции.

На атомно-молекулярном уровне закон сохранения массы объясняется тем, что при течении химической реакции происходит только перегруппировка атомов реагентов в молекулы продуктов. Число же атомов каждого элемента и масса каждого атома остаются неизменными до и после реакции.

## Виды химических формул

Различают формулы: молекулярные, структурные, электронные, эмпирические. Первые три разновидности формул используют для обозначения состава веществ молекулярного строения, эмпирические формулы — для изображения состава веществ с ионной структурой.

Молекулярная  $\text{CO}_2$ .

Электронная  $\text{O}:\text{C}:\text{O}$  (точками показаны общие электроны).

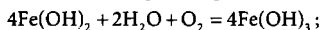
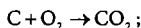
Структурная  $\text{O}=\text{C}=\text{O}$  (черточками показаны химические связи).

Эмпирическая  $\text{NaCl}$ .

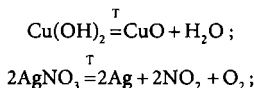
## Типы химических реакций

**По количеству и составу исходных и образованных веществ:**

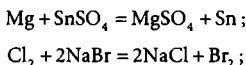
- реакции соединения**, в результате которых из нескольких простых или сложных веществ образуется одно более сложное вещество:



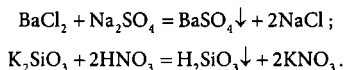
- **реакции разложения**, в результате которых из одного вещества образуются два или более новых веществ:



- **реакции замещения**, в результате которых атомы простого вещества замещают атомы одного из элементов сложного вещества:

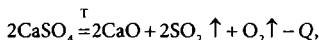


- **реакции обмена**, в результате молекулы сложных веществ обмениваются составными частями:



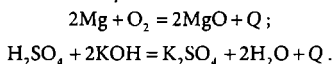
**По признаку выделения или поглощения энергии:**

- **реакции эндотермические** — идут с поглощением тепла из окружающей среды:



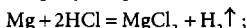
где  $Q$  — тепловой эффект реакции, кДж;

- **реакции экзотермические** — идут с выделением тепла в окружающую среду:

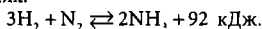


**По обратимости:**

- **реакции необратимые**, в ходе которых исходные вещества при данных условиях полностью превращаются в продукты реакции:

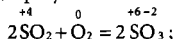


- **реакции обратимые** — идут одновременно в двух противоположных направлениях при данных условиях:



**По признаку изменения степеней окисления элементов в ходе реакции:**

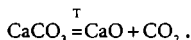
- **окислительно-восстановительные реакции**, сопровождающиеся перераспределением электронов между атомами, в результате чего их степени окисления изменяются:



**восстановитель** — вещество, степень окисления атомов которого повышается;

**окислитель** — вещество, степень окисления атомов которого понижается;

- **неокислительно-восстановительные реакции, или реакции невалентных преобразований**, не сопровождающиеся перераспределением электронов, вследствие чего атомы сохраняют свои степени окисления:



## Принцип Ле Шателье

Состояние **химического равновесия** для обратимых реакций — состояние, при котором скорость прямой реакции равна скорости обратной реакции.

На состояние химического равновесия влияют такие факторы: концентрация реагирующих веществ ( $c$ ); температура ( $T$ ); давление ( $p$ ) при условии, что хотя бы один из участников реакции — газообразное вещество.

При изменении любого из факторов происходит **смещение**, или **сдвиг химического равновесия**.

**Принцип смещения химического равновесия (принцип Ле Шателье):**

Если на систему, пребывающую в равновесии, подействовать извне (изменять концентрацию, давление, температуру), то ускорятся та из двух противоположных по ходу реакций, которая ослабляет это действие.

**Влияние концентрации:** увеличение концентрации исходных веществ или уменьшение концентрации продуктов реакции ускоряет прямую реакцию, т. е. смещает равновесие вправо; уменьшение концентрации исходных веществ или увеличение концентрации продуктов реакции ускоряет обратную реакцию, т. е. смещает равновесие влево.

**Влияние температуры:** увеличение температуры реакционной смеси ускоряет реакцию, протекающую с поглощением энергии (эндотермическую); уменьшение температуры реакционной смеси ускоряет реакцию, протекающую с выделением энергии (экзотермическую).

**Влияние давления:** увеличение давления ускоряет реакцию, протекающую с образованием меньшего количества молей газообразных веществ; уменьшение давления ускоряет реакцию, протекающую с образованием большего количества молей газообразных веществ.

**Влияние катализаторов:** катализаторы не смещают химическое равновесие, т. к. одинаково влияют как на скорость прямой, так и обратной реакции.

## Скорость реакций

**Скорость реакции** — положительная величина, которая зависит от природы и концентрации реагентов, температуры, давления (при участии газообразных веществ), присутствия катализатора, площади поверхности соприкосновения реагентов и др.

**Скорость гомогенных реакций ( $v_{\text{гом.}}$ ), протекающих в замкнутом объеме** — изменение концентрации ( $c$ , моль/дм<sup>3</sup>) одного из реагирующих веществ или продукта реакции в единицу времени ( $\tau$ ) (выражают в моль/дм<sup>3</sup>·с).

**Среднюю скорость** для реакции вида  $aA + bB = dD$  определяют по формулам:

$$v_{\text{гом. ср}} = \pm \frac{(c_2 - c_1)}{(\tau_2 - \tau_1)} = \pm \frac{\Delta c}{\Delta \tau} = - \frac{\Delta c(A)}{a \Delta \tau} = - \frac{\Delta c(B)}{b \Delta \tau} = - \frac{\Delta c(D)}{d \Delta \tau},$$

где  $a, b, d$  — стехиометрические коэффициенты,  $\Delta c$  — изменение концентрации определенного вещества ( $A, B, D$ ) за промежуток времени  $\Delta \tau$ .

**Скорость гетерогенной реакции ( $v_{\text{гетер.}}$ )** — изменение количества молей вещества ( $\Delta(x)$ ) одного из реагирующих веществ или продукта реакции в единицу времени ( $\Delta \tau$ ) на единице поверхности разделения фаз ( $S$ ):

$$v_{\text{гетер. ср}} = \pm \frac{\Delta v(x)}{S \cdot \Delta \tau}.$$

«+» означает, что концентрация вещества, по изменению которой определяют скорость реакции, увеличивается.

«-» означает, что концентрация, по изменению которой определяют скорость реакции, уменьшается.

## Классификация веществ по элементарному составу

**Неорганические вещества** — вещества, не содержащие углерод (кроме карбидов, цианидов, карбонатов, оксидов углерода и некоторых других соединений, которые традиционно относят к неорганическим веществам).

Известно более 100 тыс. неорганических веществ.

Неорганические вещества не имеют характерного для органических веществ углеродного скелета.

Неорганические вещества разделяют на две группы — **простые и сложные вещества**.

**Простые вещества** — вещества, состоящие из атомов одного химического элемента ( $H_2$ ,  $O_2$ ,  $Cl_2$ ,  $P_4$ , Na, Cu, Au).

**Сложные вещества** — вещества, состоящее из химически связанных атомов двух или нескольких элементов ( $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $OF_2$ ,  $H_2SO_4$ ,  $MgCl_2$ ,  $K_2SO_4$ ).

**Органические вещества** — класс соединений, в состав которых входит углерод (за исключением карбидов, угольной кислоты, карбонатов, оксидов углерода и цианидов).

Количество известных органических соединений более 10 млн.

Органические вещества имеют характерный углеродный скелет (см. раздел Органическая химия).

## ТИПЫ ПРОСТЫХ ВЕЩЕСТВ ПО ХИМИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ

Простые вещества	Свойства
<b>Металлы</b> — группа элементов, обладающих характерными металлическими свойствами	<p>Металлы находятся во всех побочных подгруппах периодической системы. Усиление металлических и ослабление неметаллических свойств наблюдается при переходе в ряду сверху вниз.</p> <p><b>К металлам относят:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 6 — элементов в группе щелочных металлов,</li> <li>• 6 — в группе щелочноземельных металлов,</li> <li>• 38 — в группе переходных металлов,</li> <li>• 11 — в группе легких металлов,</li> <li>• 7 — в группе амфотерных металлов,</li> <li>• 14 — в группе лантаноиды + лантан,</li> <li>• 14 — в группе актиноиды + актиний,</li> <li>• вне определенных групп — бериллий и магний.</li> </ul> <p><b>Свойства металлов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• металлический блеск (его имеют и неметаллы — йод и углерод в виде графита);</li> <li>• хорошая электропроводность;</li> <li>• высокая пластичность (исключение составляют, например, непластичные германий и висмут);</li> <li>• высокая плотность;</li> <li>• высокая температура плавления (исключение составляют ртуть, галлий и щелочные металлы);</li> <li>• большая теплопроводность;</li> <li>• в реакциях чаще всего являются восстановителями;</li> <li>• имеют положительный температурный коэффициент сопротивления;</li> <li>• имеют преимущественно ионную природу строения.</li> </ul>

Простые вещества	Свойства
<b>Неметаллы</b> — химические элементы, обладающие неметаллическими свойствами	<p>Неметаллы занимают правый верхний угол Периодической системы в основном в главных подгруппах. 22 элемента считаются неметаллами (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, I, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H).</p> <p><b>Свойства неметаллов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• большая, чем у металлов, способность к присоединению дополнительных электронов и проявление более высокой окислительной активности;</li> <li>• высокие значения сродства к электрону;</li> <li>• большая электроотрицательность и высокий окислительно-восстановительный потенциал;</li> <li>• благодаря высоким значениям энергии ионизации способность образовывать ковалентные химические связи с атомами других неметаллов и амфотерных элементов;</li> <li>• большее (по сравнению с металлами) число электронов на внешнем энергетическом уровне их атомов;</li> <li>• имеют ковалентную природу строения.</li> </ul>
<b>Амфотерные простые вещества (амфигены)</b> — группа элементов с амфотерными (двойственными) свойствами	<p>К амфотерным относят некоторые элементы главных подгрупп — Be, Ga, Ge, Sn, Pb, Sb, Bi и другие; большинство элементов побочных подгрупп — Cr, Mn, Fe, Zn, Cd и другие.</p> <p><b>Свойства амфотерных веществ:</b></p> <p>электроотрицательность промежуточная — между металлами и неметаллами;</p> <p>более низкая восстановительная способность по сравнению с типичными металлами.</p> <p>В электрохимическом ряду напряжений примыкают слева к водороду или стоят за ним справа (Zn, Al, Fe, Mn, Be, Pb).</p>
<b>Инертные, или благородные газы</b>	<p>Химические элементы главной подгруппы VIII группы, у которых <i>s</i>- и <i>p</i>-оболочки полностью заполнены.</p> <p><b>Свойства инертных газов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• отличаются крайне низкой химической активностью;</li> <li>• наиболее инертны неон и гелий; наименее — ксенон, который демонстрирует степени окисления +1, +2, +4, +6, +8; радон также имеет высокую химическую активность, но он сильно радиоактивен и быстро распадается.</li> </ul>

**Электрохимический ряд напряжений металлов  
(стандартные электродные потенциалы)**

Металл	$E^\circ, \text{В}$
$\text{Li}^+/\text{Li}$	-3,045
$\text{Rb}^+/\text{Rb}$	-2,925
$\text{K}^+/\text{K}$	-2,924

Металл	$E^\circ, \text{В}$
$\text{Cs}^+/\text{Cs}$	-2,923
$\text{Ra}^{2+}/\text{Ra}$	-2,916
$\text{Ba}^{2+}/\text{Ba}$	-2,905

Металл	$E^\circ, \text{В}$
$\text{Sr}^{2+}/\text{Sr}$	-2,888
$\text{Ca}^{2+}/\text{Ca}$	-2,864
$\text{Na}^+/\text{Na}$	-2,771
$\text{Ac}^{3+}/\text{Ac}$	-2,600
$\text{La}^{3+}/\text{La}$	-2,522
$\text{Y}^{3+}/\text{Y}$	-2,372
$\text{Mg}^{2+}/\text{Mg}$	-2,370
$\text{Sc}^{3+}/\text{Sc}$	-2,077
$\text{Be}^{2+}/\text{Be}$	-1,847
$\text{Al}^{3+}/\text{Al}$	-1,700
$\text{Ti}^{3+}/\text{Ti}$	-1,208
$\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}$	-1,192
$\text{Cr}^{2+}/\text{Cr}$	-0,852
$\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}$	-0,763
$\text{Ga}^{3+}/\text{Ga}$	-0,560
$\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}$	-0,441
$\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}$	-0,404

Металл	$E^\circ, \text{В}$
$\text{In}^{3+}/\text{In}$	-0,338
$\text{Co}^{2+}/\text{Co}$	-0,277
$\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}$	-0,234
$\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$	-0,141
$\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}$	-0,126
$\text{H}^+/\text{H}_2$	$\pm 0,000$
$\text{Sb}^{\text{III}}/\text{Sb}$	+0,240
$\text{Re}^{\text{III}}/\text{Re}$	+0,300
$\text{Bi}^{\text{III}}/\text{Bi}$	+0,317
$\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}$	+0,338
$\text{Hg}_2^{2+}/\text{Hg}$	+0,796
$\text{Ag}^+/\text{Ag}$	+0,799
$\text{Rh}^{3+}/\text{Rh}$	+0,800
$\text{Pd}^{2+}/\text{Pd}$	+0,915
$\text{Pt}^{\text{II}}/\text{Pt}$	+0,963
$\text{Au}^+/\text{Au}$	+1,691

## Таблица Менделеева

**Периодический закон Д. И. Менделеева** — фундаментальный закон, устанавливающий периодическое изменение свойств химических элементов в зависимости от увеличения зарядов ядер их атомов.

**Период** — горизонтальный ряд элементов, который начинается щелочным металлом и заканчивается благородным газом. Исключение — первый период (начинается неметаллом водородом), и седьмой период (пополняется открываемыми элементами).

Периоды нумеруют арабскими цифрами.

**Малые периоды** состоят из одного ряда (первый, второй и третий).

В малых периодах с ростом положительного заряда ядер атомов возрастает число электронов на внешнем уровне (от 1 до 2 — в первом периоде, и от 1 до 8 — во втором и третьем периодах), что объясняет изменение свойств элементов: в начале периода (кроме первого периода) находится щелочной металл, затем металлические свойства постепенно ослабевают и усиливаются свойства неметаллические.

**Большие периоды** состоят из двух рядов (четвертый, пятый и шестой). Седьмой период, состоящий из одного ряда, тоже относят к большим.

В больших периодах с ростом заряда ядер заполнение уровней электронами происходит сложнее, чем в малых, что объясняет и более сложное изменение свойств элементов по сравнению с элементами малых периодов.

В четных рядах больших периодов с ростом заряда число электронов на внешнем уровне остается постоянным и равно 2 или 1. Поэтому, пока идет заполнение электронами следующего за внешним уровня, свойства элементов в этих рядах изменяются крайне медленно. В нечетных рядах, когда с ростом заряда ядра увеличивается число электронов на внешнем уровне (от 1 до 8), свойства элементов начинают изменяться так же, как у типичных.

**Четный ряд** — верхний ряд большого периода. В четном ряду расположены преимущественно металлы.

**Нечетный ряд** — нижний ряд большого периода.

**Группа** — вертикальные столбцы элементов, объединенных по значению их высшей степени окисления, которую они проявляют в соединениях.

Исключением являются: фтор, наивысшая и наиболее низкая степень окисления которого в соединениях равняется  $-1$ ; медь и золото, у которых наивысшие степени окисления равны соответственно  $+2$  и  $+3$ ; многие элементы восьмой группы, например кобальт, никель, а также благородные газы (кроме криптона, ксенона и радона).

Группы разделены на **подгруппы: главную и побочную**.

Химические символы элементов одной подгруппы смещены влево, а другой — вправо.

К **главной подгруппе** относят элементы как малых, так и больших периодов.

Количество электронов на внешнем уровне у этих элементов соответствует номеру группы (кроме He). Обозначают А-группа или а-группа.

В **побочную подгруппу** входят элементы только больших периодов (*d*-элементы). Количество электронов на внешнем уровне у этих элементов равно 2, редко 1 (Cr, Cu, Ag, Au, Mo, Pt, Nb, Ru, Rh), а в Pd — 0. Обозначают В-группа или в-группа.

В первом нижнем ряду находятся **лантаноиды**, т. е. элементы, подобные лантану, — семейство из 14 химических элементов с атомными номерами от 58 до 71, расположенные в шестом периоде вслед за лантаном (Лантаноиды и сходные с ними элементы скандий, иттрий и лантан образуют группу редкоземельных элементов (РЗЭ). Все эти элементы дают тугоплавкие, нерастворимые в воде оксиды, по старинной терминологии — «земли». Редкоземельные элементы входят в побочную подгруппу III группы периодической системы.

Во втором нижнем ряду размещены **актиноиды** — семейство элементов 7-го периода периодической системы, следующих за актинием, с порядковыми номерами 90—103. Все актиноиды радиоактивны. Первые три элемента — торий, протактиний и уран — встречаются в природе, все последующие (трансурановые элементы) синтезированы искусственно.

**Свойства химического элемента** — это все его характеристики в состоянии свободных атомов или ионов, гидратированных или сольватированных, в состоянии простого вещества, а также формы и свойства образуемых ими соединений.

Среди важнейших свойств выделяют: энергию ионизации атомов; энергию сродства атомов к электрону; электроотрицательность; атомные (и ионные) радиусы; энергию атомизации простых веществ; степени окисления; окислительные потенциалы простых веществ.

## Основные классы неорганических соединений

### ОКСИДЫ

**Оксиды** — вещества, состоящие из двух элементов, один из которых — кислород со степенью окисления  $-2$ .

Общая формула оксидов  $E_xO_y$ , где значение  $x$  и  $y$  зависят от степени окисления элемента.

В соответствии с химическими свойствами оксиды классифицируют на солеобразующие и несолеобразующие.

**Солеобразующие** — оксиды, при взаимодействии с водой образующие соответствующие кислоты, при взаимодействии с основаниями — соответствующие нормальные и кислые соли. Учитывая это, солеобразующие оксиды разделяют на три группы:

- **основные оксиды** (например,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{CuO}$ ) — оксиды металлов, степень окисления которых I—II. Основным оксидам соответствуют гидроксиды основного характера (например:  $\text{Na}_2\text{O} \rightarrow \text{NaOH}$ ;  $\text{MnO} \rightarrow \text{Mn(OH)}_2$ );
- **кислотные оксиды** (например,  $\text{SO}_3$ ,  $\text{NO}_2$ ) — оксиды металлов со степенью окисления V—VII и оксиды неметаллов. Кислотные оксиды образуются неметаллами и металлами за счет преимущественно ковалентной связи. Кислотным оксидам соответствуют гидроксиды кислотного характера, например:  $\text{N}_2\text{O}_5 \rightarrow \text{HNO}_3$ ;  $\text{CrO}_3 \rightarrow \text{H}_2\text{CrO}_4$ ;
- **амфотерные оксиды** (например,  $\text{ZnO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) — оксиды металлов со степенью окисления III—IV и исключения ( $\text{ZnO}$ ,  $\text{BeO}$ ,  $\text{SnO}$ ,  $\text{PbO}$ );

Основные и амфотерные оксиды образуются только металлами за счет преимущественно ионной связи.

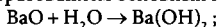
**Несолеобразующие** — это оксид углерода (II)  $\text{CO}$ , оксид азота (I)  $\text{N}_2\text{O}$ , оксид азота (II)  $\text{NO}$ , оксид кремния (II)  $\text{SiO}$ , поскольку они не вступают во взаимодействие с кислотно-основного характера с любым классом неорганических соединений с образованием солей. Эти же оксиды практически нерастворимы и в воде. Они вступают только в окислительно-восстановительные реакции.

## Химические свойства солеобразующих оксидов

### Основные оксиды

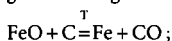
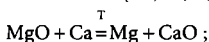
**Свойства кислотно-основного характера:**

- взаимодействие с кислотами с образованием соли и воды:  
$$\text{MgO} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MgSO}_4 + \text{H}_2\text{O};$$
- взаимодействие с кислотными оксидами с образованием соли:  
$$\text{CaO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3;$$
- взаимодействие с водой (при участии лишь оксидов щелочных и щелочноземельных металлов) с образованием основных гидроксидов:

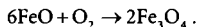


**Свойства окислительно-восстановительного характера:**

- взаимодействие с восстановителями ( $\text{Ca}$ ,  $\text{Al}$ ,  $\text{C}$ ,  $\text{H}_2$ ):



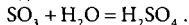
- взаимодействие с окислителями:



### Кислотные оксиды

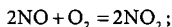
**Свойства кислотно-основного характера:**

- взаимодействие со щелочами с образованием соли и воды:  
$$\text{N}_2\text{O}_5 + 2\text{KOH} = 2\text{KNO}_3 + \text{H}_2\text{O};$$
- взаимодействие с основными оксидами с образованием соли:  
$$\text{CO}_2 + \text{BaO} = \text{BaCO}_3;$$
- взаимодействие с водой (за исключением  $\text{SiO}_2$ ) с образованием соответствующих кислотных гидроксидов:

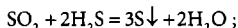


**Свойства окислительно-восстановительного характера:**

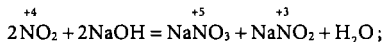
- взаимодействие с окислителями:



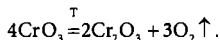
- взаимодействие с восстановителями:



- реакция диспропорционирования (самоокисления-самовосстановления):

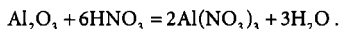
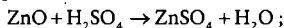


- разложение при нагревании:



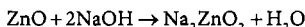
- **Амфотерные оксиды**

Взаимодействие с сильными кислотами с образованием соли и воды (проявление основных свойств амфотерных оксидов):

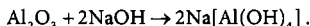
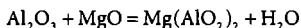
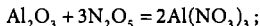
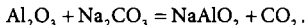
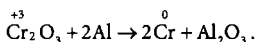
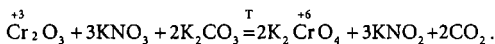


Взаимодействие с сильными щелочами (проявление кислотных свойств амфотерных оксидов). Амфотерные оксиды могут реагировать со щелочами двояко (в растворе и в расплаве):

- при реакции со щелочью в расплаве образуется обычная средняя соль:



- при реакции со щелочью в растворе образуется комплексная соль:

**Взаимодействие с основными и кислотными оксидами:****Взаимодействие с солями активных металлов (спекание):****Взаимодействие с восстановителями:****Взаимодействие с окислителями:**

Амфотерные оксиды обычно не растворяются в воде и не реагируют с ней.

## ОСНОВАНИЯ

**Основания** — сложные вещества, состоящие из атомов металла или иона аммония ( $\text{NH}_4^+$ ) и одной или нескольких гидроксогрупп ( $-\text{OH}$ ). В водном растворе диссоциируют с образованием катионов и анионов  $\text{OH}^-$ .

Хорошо растворимые в воде основания называют **щелочами**.

Общая формула оснований  $\text{Me}(\text{OH})_x$ , где  $x$  — это степень окисления металла.

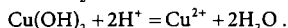
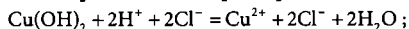
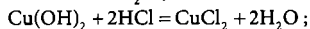
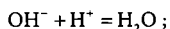
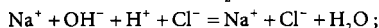
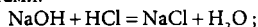
### Классификация оснований

По растворимости в воде	Растворимые в воде основания (щелочи): $\text{LiOH}$ , $\text{NaOH}$ , $\text{KOH}$ , $\text{Ca(OH)}_2$ , $\text{Ba(OH)}_2$ , $\text{Sr(OH)}_2$ , $\text{Ra(OH)}_2$ , $\text{CsOH}$ , $\text{RbOH}$ , $\text{FrOH}$ . Практически нерастворимы в воде: $\text{Mg(OH)}_2$ , $\text{Zn(OH)}_2$ , $\text{Cu(OH)}_2$ , $\text{Al(OH)}_3$ , $\text{Fe(OH)}_3$ , $\text{Be(OH)}_2$ . Другие основания: $\text{NH}_3 \times \text{H}_2\text{O}$ . Деление на растворимые и нерастворимые основания практически полностью совпадает с делением на сильные и слабые основания, или гидроксиды металлов и переходных элементов.
По количеству гидроксильных групп в молекуле	Однокислотные ( $\text{NaOH}$ ) Двукислотные ( $\text{Cu(OH)}_2$ ) Трехкислотные ( $\text{Fe(OH)}_3$ )
По летучести	Летучие: $\text{NH}_3$ , $\text{CH}_3\text{-NH}_2$ . Нелетучие: щелочи, нерастворимые основания.
По стабильности	Стабильные: $\text{NaOH}$ , $\text{Ba(OH)}_2$ . Нестабильные: $\text{NH}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ .
По степени диссоциации	Сильные ( $\alpha > 30\%$ ) — щелочи. Слабые ( $\alpha < 3\%$ ) — нерастворимые основания.
По наличию кислорода	Кислородсодержащие — всегда содержат атомы водорода, способные замещаться на атомы металла ( $\text{KOH}$ , $\text{Sr(OH)}_2$ ). Бескислородные: аммиак, амины.
По способности проявлять в зависимости от условий как кислотные, так и основные свойства	Амфотерные гидроксиды.

### Химические свойства оснований

Химические свойства щелочей и нерастворимых оснований различаются.

Общим свойством обеих групп является их способность взаимодействовать с кислотами:



Щелочи мыльные на ощупь и изменяют цвет индикаторов (лакмуса: с фиолетового на синий; метилоранжа: с оранжевого на желтый; фенолфталеина: с бесцветного на малиновый).

### Химические свойства щелочей

Свойства	Примеры реакций
Вступают в реакцию нейтрализации с кислотами, образуя соль и воду	$\text{NaOH} + \text{HCl} = \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
Взаимодействуют с кислотными оксидами, образуя как средние, так и кислые соли	$\text{NaOH} + \text{CO}_2 = \text{Na}_2\text{CO}_3$ $\text{NaOH} + \text{CO}_2 = \text{NaHCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
Вступают со средними солями в реакцию обмена	$\text{CuSO}_4 + \text{KOH} = \text{Cu}(\text{OH})_2 + \text{K}_2\text{SO}_4$
Вступают с кислыми солями в окислительно-восстановительные реакции	$\text{NaHSO}_4 + \text{KOH} = \text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
Растворы щелочей вступают в реакцию с амфотерными оксидами — образуются комплексные соли	$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{NaOH} + 7\text{H}_2\text{O} = 2\text{Na}[\text{Al}(\text{OH})_4(\text{H}_2\text{O})_2]$
При сплавлении твердых щелочей с оксидами амфотерных металлов образуются двойные безводные соли	$\text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{NaOH} = 2\text{NaAlO}_2$
Взаимодействуют с галогенами в зависимости от температурных условий	На холоде: $\text{Cl}_2 + 2\text{NaOH} = \text{NaClO} + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$ При нагревании: $3\text{Cl}_2 + 6\text{NaOH} = \text{NaClO}_3 + 5\text{NaCl} + 3\text{H}_2\text{O}$
Взаимодействуют с некоторыми органическими веществами	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + \text{NaOH} = \text{C}_2\text{H}_5\text{ONa} + \text{H}_2\text{O}$
Растворы и расплавы щелочей подвергаются электролизу	$\text{NaOH}_{(\text{раствор})} \xrightarrow{\text{электролиз}} (\text{K}-)\text{H}_2\uparrow + (\text{A}+)\text{O}_2\uparrow$ $4\text{NaOH}_{(\text{раствор})} \xrightarrow{\text{электролиз}} 4\text{Na}^+ + \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2\uparrow$ $\text{K}(-):\text{Na}^+ + \bar{e} = \text{Na}$ $\text{A}(+):4\text{OH}^- - 4\bar{e} = 2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2\uparrow$

### Химические свойства нерастворимых оснований

Свойства	Примеры реакций
Большинство трудно растворимых оснований при нагревании легко разлагаются на оксид и воду	$\text{Cu}(\text{OH})_2 \xrightarrow{t} \text{CuO} + \text{H}_2\text{O}$
Взаимодействуют, как правило, с сильными кислотами	$\text{Ni}(\text{OH})_2 + 2\text{HCl} = \text{NiCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$
Способны вступать в реакции окисления и восстановления	$4\text{Fe}(\text{OH})_2 + \text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} = 4\text{Fe}(\text{OH})_3$ $2\text{Mn}(\text{OH})_3 + \text{H}_2 \rightarrow 2\text{MnO} + 4\text{H}_2\text{O}$ $\text{Ni}(\text{OH})_2 + 6\text{NH}_3 = [\text{Ni}(\text{NH}_3)_6](\text{OH})_2$

## Химические свойства амфотерных гидроксидов

Свойства	Примеры реакций
Взаимодействуют с кислотами с образованием соли и воды	$\text{Cr}(\text{OH})_3 + 3\text{HCl} = \text{CrCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$
Взаимодействуют со щелочами с образованием соли и воды	$\text{Al}(\text{OH})_3 + \text{KOH} = \text{K}[\text{Al}(\text{OH})_4]$
Взаимодействуют с основными и кислотными оксидами	$\text{Cr}(\text{OH})_3 + \text{NaOH} = \text{NaCrO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ $2\text{Zn}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 = (\text{Zn}(\text{OH})_2)_2\text{CO}_3 \downarrow + \text{H}_2\text{O}$
Свойства окислительно-восстановительного характера	$2\text{Cr}(\text{OH})_3 + 4\text{NaOH}_{(\text{конц.})} + 2\text{H}_2\text{O}_{2(\text{конц.})} = 2\text{Na}_2\text{CrO}_4 + 8\text{H}_2\text{O}$
Амфотерные гидроксиды практически нерастворимы в воде	$\text{Pb}(\text{OH})_2 + \text{H}_2\text{O}_{2(\text{конц.})} = \text{PbO}_2 \downarrow + 2\text{H}_2\text{O}$

## КИСЛОТЫ

**Кислоты** — вещества, состоящие из кислотных остатков и одного или нескольких атомов водорода (или иона аммония ( $\text{NH}_4^+$ )), способных замещаться другим кислотным остатком или атомами металлов. В водных растворах они диссоциируют на катион водорода (протон  $\text{H}^+$ ) и анион кислотного остатка.

### Классификация кислот

**По составу:** бескислородные ( $\text{HBr}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ ); кислородсодержащие ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{HNO}_3$ ).

**По основности**, т. е. по количеству атомов водорода, соединенных с кислотообразующим элементом через кислород в кислотообразующих кислотах, а в безоксигеновых — непосредственно с кислотообразующим элементом:

- одноосновные ( $\text{HCl}$ ,  $\text{HNO}_3$ );
- двухосновные ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_3$ );
- трехосновные ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ );
- четырехосновные ( $\text{H}_4\text{P}_2\text{O}_7$ ).

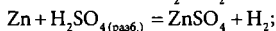
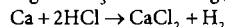
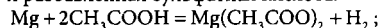
Три последние имеют общее название — многоосновные.

**По силе**, т. е. способности при определенных одинаковых условиях (температура, концентрация) образовывать то или иное количество катионов водорода:

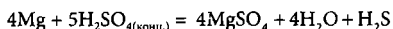
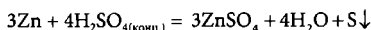
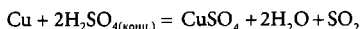
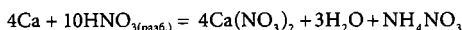
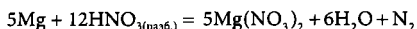
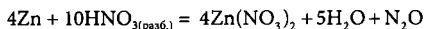
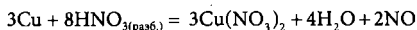
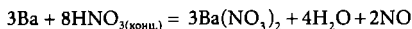
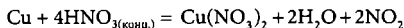
- сильные (степень диссоциации 50 % и больше, диссоциируют практически полностью, константы диссоциации превышают  $1 \times 10^{-3}$  —  $\text{HCl}$ ,  $\text{HNO}_3$ );
- слабые (степень диссоциации меньше 3 %, константа диссоциации меньше  $1 \times 10^{-3}$  —  $\text{CH}_3\text{COOH}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ ).

**По окислительной способности:**

- кислоты-неокислители (ион  $\text{H}^+$  выступает в качестве окислителя, поэтому кислоты окисляют только металлы, располагающиеся в электрохимическом ряду напряжений до  $\text{H}_2$ ) — все органические кислоты, галогеноводородные кислоты и разбавленная сульфатная кислота:



- кислоты-окислители — это разбавленная и концентрированная  $\text{HNO}_3$  и  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Окисляют металлы кислотообразующим элементом, который входит в состав аниона. В результате таких реакций водород не выделяется, а образуются продукты восстановления аниона: для концентрированной  $\text{HNO}_3$  — это  $\text{NO}_2$  или  $\text{NO}$  в зависимости от активности металла, для разбавленной  $\text{HNO}_3$  —  $\text{NO}$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{N}_2$  и  $\text{NH}_3$  (точнее  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ ), для концентрированной  $\text{H}_2\text{SO}_4$  —  $\text{SO}_2$ ,  $\text{S}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ .



Эти кислоты взаимодействуют с металлами независимо от их положения в электрохимическом ряду напряжений металлов (кроме благородных).

**По устойчивости:** устойчивые ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ); неустойчивые ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ).

**По принадлежности к классам химических соединений:** неорганические ( $\text{HBr}$ ); органические ( $\text{HCOOH}$ ).

**По летучести:** летучие ( $\text{H}_2\text{S}$ ,  $\text{HCl}$ ); нелетучие ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ).

**По растворимости в воде:** растворимые ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ); нерастворимые ( $\text{H}_2\text{SiO}_3$ ).

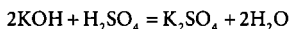
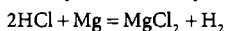
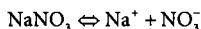
### Химические свойства кислот

Общие химические свойства кислот (обусловлены наличием $\text{H}^+$ )	Примеры реакций
Взаимодействие с основными и амфотерными оксидами	$2\text{HCl} + \text{CaO} = \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$ $2\text{HNO}_3 + \text{ZnO} = \text{Zn}(\text{NO}_3)_2 + \text{H}_2\text{O}$
Взаимодействие с основаниями и амфотерными гидроксидами	$\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{KOH} = \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$ (реакция нейтрализации) $3\text{HCl} + \text{Al}(\text{OH})_3 = \text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$
Взаимодействие с солями более слабых кислот	$2\text{HNO}_3 + \text{Na}_2\text{CO}_3 = 2\text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \uparrow$
Взаимодействие с металлами с восстановлением катиона водорода	$\overset{+1}{2\text{HCl}} + \overset{0}{\text{Ni}} = \overset{0}{\text{H}_2} + \overset{+2}{\text{NiCl}_2}$
Взаимодействие с металлами с восстановлением аниона (кислотообразующего элемента)	$\overset{+5}{4\text{HNO}_{3(\text{конц.})}} + \overset{0}{\text{Ni}} = \overset{+2}{\text{Ni}(\text{NO}_3)_2} + 2\text{H}_2\text{O} + \overset{+4}{2\text{NO}_2} \uparrow$ $\overset{+5}{8\text{HNO}_{3(\text{разб.})}} + \overset{0}{3\text{Ni}} = \overset{+2}{3\text{Ni}(\text{NO}_3)_2} + 4\text{H}_2\text{O} + \overset{+2}{2\text{NO}_2} \uparrow$
Взаимодействие с аммиаком	$\text{HNO}_3 + \text{NH}_3 = \text{NH}_4\text{NO}_3$

Общие химические свойства кислот (обусловлены наличием $H^+$ )	Примеры реакций
Некоторые свойства, обусловленные природой аниона	$16\overset{-1}{H}\overset{-1}{Cl}_{(конц.)} + 2\overset{+7}{KMnO}_4 = 3\overset{0}{Cl}_2\uparrow + 2KCl +$ $+ 2\overset{+2}{Mn}\overset{+2}{Cl}_2 + 8\overset{0}{H}_2O$ $\overset{+6}{H}_2\overset{+6}{S}_{4(конц.)} + \overset{-2}{H}_2\overset{0}{S} = \overset{0}{S}\downarrow + \overset{+4}{SO}_2\uparrow + 2\overset{0}{H}_2O$

## СОЛИ

**Соли** — сложные вещества, которые в водном растворе (или расплаве) диссоциируют на положительно заряженные ионы металла (или ион  $NH_4^+$ ) и отрицательно заряженные ионы кислотного остатка:



## Классификация солей

Средние, или простые, соли	Продукты полного замещения атомов водорода металлом (или ионом $NH_4^+$ ) или полного обмена гидроксогрупп оснований на кислотные остатки, например $K_2CO_3$ , $Ca_3(PO_4)_2$
Кислые соли	Продукты неполного замещения атомов водорода многоосновных кислот металлом (или ионом $NH_4^+$ ), например: $NaHCO_3$ , $KH_2PO_4$ , $(NH_4)_2HPO_4$ $3NH_3 + H_3PO_4 = NH_4H_2PO_4 + (NH_4)_2HPO_4$
Основные соли	Продукты неполного обмена гидроксогрупп многокислотных оснований на кислотные остатки, например $CaOHNO_3$ , $[Fe(OH)_2]_2SO_4$
Двойные соли	Соединения типа $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ , содержащие два вида катионов. Двойные соли существуют только в твердом виде. При растворении в воде двойные соли диссоциируют на ионы: $KAl(SO_4)_2 = K^+ + Al^{3+} + 2SO_4^{2-}$
Смешанные соли	Имеющие в своем составе два вида кислотных остатков (например, $AgClBr$ и $CaOCl_2$ )
Комплексные соли	Содержат комплексные ионы, например $K_4[Fe(CN)_6] \cdot Na_3[Fe(CN)_6]$
Гидратные соли (кристаллогидраты)	В их состав входят молекулы кристаллизационной воды, например $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$

## Химические свойства солей

### Некоторые кислотно-основные свойства

Свойства	Продукты реакций
Взаимодействие с растворами щелочей	<p>Нерастворимая соль:  <math>K_2SO_4 + Ba(OH)_2 = BaSO_4 \downarrow + 2KOH</math>;</p> <p>нерастворимое основание  <math>NiCl + 2KOH = Ni(OH)_2 \downarrow + 2KCl</math>;</p> <p>летучее вещество  <math>2NH_4Cl + Ca(OH)_2 = CaCl_2 + H_2O + NH_3 \uparrow</math>;</p> <p>вода (без летучего вещества)  <math>NH_3 + NaOH = Na_2S + H_2O</math></p>
Взаимодействие с растворами кислот	<p>Нерастворимая в воде и сильных кислотах соль:  <math>AgNO_3 + HBr = AgBr \downarrow + HNO_3</math>;</p> <p>летучее вещество  <math>BaS + 2HCl = BaCl_2 + H_2S \uparrow</math>;</p> <p>летучее вещество и вода  <math>CaCO_3 + 2HNO_3 = Ca(NO_3)_2 + H_2O + CO_2 \uparrow</math>;</p> <p>вода:  <math>2FeOHsO_4 + H_2SO_4 = Fe_2(SO_4)_3 + 2H_2O</math>;</p> <p>слабый электролит:  <math>CH_3COOK + HNO_3 = KNO_3 + CH_3COOH</math></p>
Взаимодействие с растворами других солей	<p>Нерастворимая соль:  <math>Ba(NO_3)_2 + K_2SO_4 = BaSO_4 \downarrow + 2KNO_3</math>;</p> <p>комплексная соль  <math>Fe(CN)_2 + 4KCN = K_2[Fe(CN)_4]</math> (реакции соединения)*;</p> <p><math>PbI_2 + 2KI = K_2[PbI_4]</math></p>
Взаимодействие кислых солей с основными солями	$2KHSO_4 + 2FeOHsO_4 = Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + 2H_2O$

Все приведенные реакции, кроме этой, — ионно-обменного характера.

### Некоторые свойства окислительно-восстановительного характера

Свойства	Примеры реакций
Реакции при участии катиона соли, сопровождающиеся его восстановлением	$2Cr^{+3}Cl_3 + H_2 = 2Cr^{+2}Cl_2 + 2HCl$
Реакции при участии катиона соли, сопровождающиеся его окислением	$4Fe^{+2}Cl_2 + 2H_2O + O_2 = 4Fe^{+3}Cl_3$
Реакции при участии аниона соли, сопровождающиеся его окислением	$2K_2^{+4}SO_3 + O_2 \rightarrow 2K_2^{+6}SO_4$

Свойства	Примеры реакций
Реакции при участии аниона соли, сопровождающиеся его восстановлением	$2\overset{+7}{\text{K}}\overset{+7}{\text{Mn}}\overset{+7}{\text{O}}_4 + 16\text{HCl} = 2\overset{+2}{\text{Mn}}\overset{+2}{\text{Cl}}_2 + 2\text{KCl} + 5\text{Cl}_2 + 8\text{H}_2\text{O}$
Реакции разложения солей с изменением степени окисления катиона или аниона (в основном соли, образованные кислотами с сильными окислительными свойствами)	<p>Ртуть (II) нитрат:</p> $\overset{+2}{\text{Hg}}(\overset{+5}{\text{N}}\overset{-2}{\text{O}}_3)_2 = \overset{0}{\text{Hg}} + 2\overset{+1}{\text{N}}\overset{0}{\text{O}}_2 + \overset{0}{\text{O}}_2;$ <p>кальций сульфат:</p> $\overset{+6}{\text{Ca}}\overset{+4}{\text{S}}\overset{+4}{\text{O}}_4 = \overset{+2}{\text{Ca}}\overset{+4}{\text{O}} + \overset{+4}{\text{S}}\overset{0}{\text{O}}_2 + \overset{0}{\text{O}}_2;$ $\overset{+7}{4\text{K}}\overset{+7}{\text{Cl}}\overset{+7}{\text{O}}_3 = 3\overset{+7}{\text{K}}\overset{+7}{\text{Cl}}\overset{+7}{\text{O}}_4 + \overset{-1}{\text{KCl}};$ <p>калий хлорат:</p> $\overset{+7}{2\text{K}}\overset{+7}{\text{Mn}}\overset{-2}{\text{O}}_4 = \overset{+6}{\text{K}_2}\overset{+6}{\text{Mn}}\overset{+6}{\text{O}}_4 + \overset{+4}{\text{Mn}}\overset{+4}{\text{O}}_4 + \overset{0}{\text{O}}_2$ <p style="text-align: center;">калий                      калий манганат (VII)          манганат (VI)</p>
Реакции разложения солей без изменения степени окисления катиона или аниона	$\overset{\text{T}}{\text{Mg}}(\text{HCO}_3)_2 = \overset{\text{T}}{\text{MgO}} + 2\overset{\text{T}}{\text{CO}_2}\uparrow + \overset{\text{T}}{\text{H}_2\text{O}};$ $\overset{\text{T}}{\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2} = 2\overset{\text{T}}{\text{CuO}} + \overset{\text{T}}{\text{CO}_2}\uparrow + \overset{\text{T}}{\text{H}_2\text{O}};$ $\overset{\text{T}}{\text{Na}_4\text{SiO}_4} = \overset{\text{T}}{\text{Na}_2\text{SiO}_3} + \overset{\text{T}}{\text{Na}_2\text{O}};$ $\overset{\text{T}}{\text{BaCO}_3} = \overset{\text{T}}{\text{BaO}} + \overset{\text{T}}{\text{CO}}.$ <p>Продуктами термического разложения солей в вышеприведенных реакциях являются основные и кислотные оксиды. Исключение — соли аммония, разлагающиеся с образованием летучих веществ:</p> $\overset{\text{T}}{(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3} = 2\overset{\text{T}}{\text{NH}_3}\uparrow + \overset{\text{T}}{\text{CO}_2}\uparrow + \overset{\text{T}}{\text{H}_2\text{O}};$ $\overset{\text{T}}{\text{NH}_4\text{Cl}} = \overset{\text{T}}{\text{NH}_3} + \overset{\text{T}}{\text{HCl}};$ $\overset{\text{T}}{\text{NH}_4\text{Br}} = \overset{\text{T}}{\text{NH}_3} + \overset{\text{T}}{\text{HBr}};$ $\overset{\text{T}}{\text{NH}_4\text{I}} = \overset{\text{T}}{\text{NH}_3} + \overset{\text{T}}{\text{HI}};$ $\overset{\text{T}}{\text{NH}_4\text{HS}} = \overset{\text{T}}{\text{NH}_3} + \overset{\text{T}}{\text{H}_2\text{S}}.$

## Термодинамические константы веществ

Термодинамические константы веществ — стандартная энтальпия образования (стандартная теплота образования)  $\Delta H_f^\circ$  (кДж/моль) и стандартная энтропия  $S^\circ$  (Дж/К·моль).

Под стандартной теплотой образования понимают тепловой эффект реакции образования одного моля вещества из простых веществ, его составляющих, находящихся в устойчивых стандартных состояниях.

Сокращения:

г. — газообразное состояние вещества;

ж. — жидкое состояние вещества;

т. — кристаллическое состояние вещества.

Вещество	$\Delta H_f^\circ$	$S^\circ$
AlF <sub>3</sub> (кр.)	-1510	
AlCl <sub>3</sub> (кр.)	-704	111
AlBr <sub>3</sub> (кр.)	-513	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (кр.)	-1676	51
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (кр.)	-1270	54
CO <sub>2</sub> (г.)	-394	214
CO (г.)	-110	198
CaC <sub>2</sub> (кр.)	-60	70
CaO (кр.)	-635	40
Ca(OH) <sub>2</sub> (кр.)	-986	83
CaCO <sub>3</sub> (кр.)	-1207	92
Cl <sub>2</sub> O (г.)	+76	266
ClO <sub>2</sub> (г.)	+105	257
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (кр.)	-1141	81
CuO (кр.)	-162	43
CuS (кр.)	-53	67
FeO (кр.)	-265	61
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (кр.)	-822	87
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> (кр.)	-1118	146
FeS (кр.)	-100	60
FeS <sub>2</sub> (кр.)	-177	53
HF (г.)	-273	174
HCl (г.)	-92	187
HBr (г.)	-36	199
HI (г.)	+26	206
H <sub>2</sub> O (г.)	-242	189
H <sub>2</sub> O (ж.)	-286	70

Вещество	$\Delta H_f^\circ$	$S^\circ$
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub> (кр.)	-1808	
NH <sub>4</sub> I (кр.)	-202	117
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub> (кр.)	-366	151
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> (кр.)	-115	220
NO (г.)	+91	211
NO <sub>2</sub> (г.)	+34	240
O <sub>3</sub> (г.)	+143	239
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (кр.)	-1507	115
SO <sub>2</sub> (г.)	-297	248
SO <sub>3</sub> (г.)	-396	257
TiO <sub>2</sub> (кр.)	-944	50
SbCl <sub>5</sub> (ж.)	-440	301
SnCl <sub>2</sub> (кр.)	-331	132
SnCl <sub>4</sub> (ж.)	-511	259
SnO (кр.)	-286	56
SnO <sub>2</sub> (кр.)	-581	52
Sn(OH) <sub>2</sub> (кр.)	-561	155
TiCl <sub>3</sub> (кр.)	-732	140
TiCl <sub>4</sub> (ж.)	-805	252
TiO <sub>2</sub> (кр.)	-944	50
V <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (кр.)	-1550	131
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> (кр.)	-495	192
ZnO (кр.)	-351	44
Zn(OH) <sub>2</sub> (кр.)	-644	75
ZnCl <sub>2</sub> (кр.)	-415	109
ZnS (кр.)	-209	58
ZnSO <sub>4</sub> (кр.)	-980	110

Вещество	$\Delta H_f^\circ$	$S^\circ$
$H_2O_2$ (ж.)	-187	110
$H_2S$ (г.)	-20	206
$I_2$ (г.)	+62	261
KCl (кр.)	-437	82
$KClO_3$ (кр.)	-391	143
MgO (кр.)	-601	27
$NH_3$ (г.)	-46	192
$NH_4Cl$ (кр.)	-315	95

Вещество	$\Delta H_f^\circ$	$S^\circ$
$CH_4$ (г.)	-75	
$C_2H_2$ (г.)	+227	
$C_2H_4$ (г.)	+52	
$C_2H_6$ (г.)	-85	
$C_3H_8$ (г.)	-104	
$C_4H_{10}$ (г.)	-125	
$C_6H_6$ (ж.)	+49	
$C_{12}H_{22}O_{11}$ (кр.)	-2220	

## Чистые вещества и смеси

**Чистые вещества** — элементы или соединения, характеризующиеся содержанием примесей ниже определенного предела.

**Смеси** состоят из нескольких веществ, каждое из которых сохраняет свои индивидуальные свойства и может быть выделено в чистом виде.

При смешивании не возникает новое вещество. Однако нередко смесь обнаруживает другие физические свойства по сравнению с каждым изолированным исходным веществом.

Мерой, указывающей доли веществ в смеси, является **концентрация**.

**Гомогенная система (смесь)** — одфазная система, химический состав и физические свойства которой во всех частях одинаковы или меняются непрерывно, без скачков (между частями системы нет поверхностей раздела). В гомогенной системе из двух и более химических компонентов каждый компонент распределен в массе другого в виде молекул, атомов, ионов. Составные части гомогенной системы нельзя отделить друг от друга механическим путем.

Гомогенные смеси по агрегатному состоянию делят на три группы: газовые смеси; растворы; твердые растворы.

**Гетерогенная система (смесь)** — неоднородная система, состоящая из однородных частей (фаз), отделенных поверхностью раздела. Однородные части (фазы) могут отличаться друг от друга по составу и свойствам.

Гетерогенные смеси двух веществ можно разделить по агрегатным состояниям на следующие группы.

### Гетерогенные смеси в зависимости от агрегатного состояния

	В твердом теле	В жидкости	В газе
Твердые частички	Сплав	Суспензия (взвесь)	Аэрозоль
Капли жидкости	Капиллярная система	Эмульсия	Туман
Пузырьки газа	Твердая пена, порошок	Пена	Газообразные смеси, как правило, неустойчивы

## РАСТВОРЫ

**Раствор** — гомогенная смесь, образованная не менее чем двумя компонентами, один из которых называется растворителем, а другой растворимым веществом. Это система переменного состава, находящаяся в состоянии химического равновесия. Растворитель может быть жидким, твердым (твердый раствор), газообразным. Обычно растворителем считают вещество, которое в чистом виде существует в том же агрегатном состоянии, что и образовавшийся раствор. Если до растворения оба вещества находились в одном и том же агрегатном состоянии, растворителем считается вещество, присутствующее в смеси в существенно большем количестве.

В **истинных растворах** размер частиц менее  $1 \times 10^{-9}$  м, частицы в таких растворах невозможно обнаружить оптическими методами.

**Химический раствор** — смесь одной или нескольких кислот с водой.

**Коллоидный раствор (золь)** — в коллоидных растворах размеры распределенных частиц — промежуточные между истинными растворами и взвесями и находятся в пределах  $1 \times 10^{-9}$  м —  $5 \times 10^{-7}$  м. Частицы, входящие в состав коллоидного раствора, достаточно велики, чтобы рассеивать свет (эффект Тиндаля).

**Твердые растворы** — фазы переменного состава, в которых атомы различных элементов расположены в общей кристаллической решетке. Могут быть неупорядоченными (с хаотическим расположением атомов), частично или полностью упорядоченными.

**Насыщенный** — раствор, в котором растворенное вещество при данных условиях достигло максимальной концентрации и больше не растворяется.

Осадок данного вещества находится в равновесном состоянии с веществом в растворе.

**Ненасыщенный** — раствор, в котором концентрация растворенного вещества меньше, чем в насыщенном, и в котором при данных условиях можно растворить еще некоторое его количество.

**Пересыщенный** — раствор, содержащий при данных условиях больше растворенного вещества, чем в насыщенном растворе, избыток вещества легко выпадает в осадок. Обычно пересыщенный раствор получают охлаждением раствора, насыщенного при более высокой температуре (пересыщение).

**Массовая доля** (процентная концентрация)  $w_B$  растворенного вещества В — это отношение его массы  $m_B$  к массе раствора  $m_p$ .

$$w_B = m_B / m_{(p)}, \text{ где } m_{(p)} = m_B + m_{(H_2O)}.$$

Единица массовой доли вещества в растворе — доля от единицы или от 100 %.

**Молярная концентрация** (молярность)  $c_B$  растворенного вещества В — отношение количества этого вещества  $n_B$  к объему раствора  $V_{(p)}$ :  $c_B = n_B / V_{(p)}$ .

Единица молярной концентрации вещества в растворе — моль/л.

Объем раствора  $V_{(p)}$  при данной температуре связан с массой раствора  $m_{(p)}$  и его плотностью  $\rho$  следующим образом:  $m_{(p)} = \rho + V_{(p)}$ .

**Мольная (молярная) доля**  $x_B$  растворенного вещества В — отношение числа молей  $n_B$  вещества В к общему числу молей всех веществ, имеющихся в растворе  $\sum n_i$ :

$$x_B = \frac{n_B}{\sum n_i}$$

**Растворимость** — способность вещества образовывать с одним или несколькими другими веществами гомогенные смеси с дисперсным распределением компонентов.

Растворимость газов в жидкости зависит от температуры и давления.

Растворимость жидких и твердых веществ зависит практически только от температуры.

**Таблица растворимости  
(неорганических веществ в воде при комнатной температуре)**

**Обозначения:** р — хорошо растворимый, м — малорастворимый, н — практически нерастворимый, «+» — полностью реагирует с водой или не осаждается из водного раствора, «—» — не существует или данные о растворимости отсутствуют.

Ионы	$\text{Br}^-$	$\text{CH}_3\text{COO}^-$	$\text{CN}^-$	$\text{CO}_3^{2-}$	$\text{Cl}^-$	$\text{F}^-$	$\text{I}^-$	$\text{NO}_3^-$	$\text{OH}^-$	$\text{PO}_4^{3-}$	$\text{S}^{2-}$	$\text{SO}_4^{2-}$
$\text{Ag}^+$	н	м	н	н	н	р	н	Р	—	н	н	м
$\text{Al}^{3+}$	р	+	?	—	р	м	р	Р	н	н	+	р
$\text{Ba}^{2+}$	р	р	р	н	р	м	р	Р	р	н	р	н
$\text{Be}^{2+}$	р	+	?	+	р	р	р	Р	н	н	+	р
$\text{Ca}^{2+}$	р	р	р	н	р	н	р	Р	м	н	м	м
$\text{Cd}^{2+}$	р	р	м	+	р	р	р	Р	н	н	н	р
$\text{Co}^{2+}$	р	р	н	+	р	р	р	Р	н	н	н	р
$\text{Cr}^{3+}$	р	+	н	—	р	м	н	Р	н	н	+	р
$\text{Cs}^+$	р	р	р	р	р	р	р	Р	р	р	р	р
$\text{Cu}^{2+}$	р	р	н	+	р	р	—	Р	н	н	н	р
$\text{Fe}^{2+}$	р	р	н	+	р	м	р	Р	н	н	н	р
$\text{Fe}^{3+}$	р	—	—	—	р	н	—	Р	н	н	—	р
$\text{Hg}^{2+}$	м	р	р	—	р	+	н	+	—	н	н	+
$\text{Hg}_2^{2+}$	н	м	—	н	н	м	н	+	—	н	—	н
$\text{K}^+$	р	р	р	р	р	р	р	Р	р	р	р	р
$\text{Li}^+$	р	р	р	р	р	н	р	Р	р	м	р	р
$\text{Mg}^{2+}$	р	р	р	м	р	н	р	Р	н	н	н	р
$\text{Mn}^{2+}$	р	р	н	+	р	р	р	Р	н	н	н	р
$\text{NH}_4^+$	р	р	р	р	р	р	р	Р	р	—	+	р
$\text{Na}^+$	р	р	р	р	р	р	р	Р	р	р	р	р
$\text{Ni}^{2+}$	р	р	н	+	р	р	р	Р	н	н	н	р
$\text{Pb}^{2+}$	м	р	н	+	м	м	м	Р	н	н	н	н
$\text{Rb}^+$	р	р	р	р	р	р	р	Р	р	р	р	р
$\text{Sn}^{2+}$	+	+	—	—	+	р	м	+	н	н	н	р
$\text{Sr}^{2+}$	р	р	р	н	р	н	р	Р	м	н	р	н
$\text{Tl}^+$	м	р	р	р	м	р	н	Р	р	м	н	м
$\text{Zn}^{2+}$	р	р	н	+	р	м	р	Р	н	н	н	р

### Растворимость твердых веществ

Растворимость веществ, пребывающих в твердой фазе при температуре растворения, выражена через массовый коэффициент растворимости  $k$  (в граммах безводного вещества на 100 г воды). Растворимость приведена в холодной (20 °С) и горячей (80 °С) воде, другая температура указана верхним индексом, причем значок \* соответствует интервалу комнатной температуры (18—25 °С). Прочерк соответствует полному разложению вещества водой. Многоточие означает отсутствие данных.

Вещество	$k$ , 20°	$k$ , 80°
AgF	172	216
AgNO <sub>3</sub>	227,9	635,3
AlCl <sub>3</sub>	45,9	48,6
Al <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	36,4	73,1
B(OH) <sub>3</sub>	4,87	23,54
BaCl <sub>2</sub>	36,2	52,2
Ba(OH) <sub>2</sub>	3,89	101,4
BaS	7,86	49,91
BeCl <sub>2</sub>	72,8	77,0 <sup>30</sup>
BeSO <sub>4</sub>	39,1	67,2
CaCN <sub>2</sub>	2,50 <sup>25</sup>	—
CaCl <sub>2</sub>	74,5	147,0
Ca(ClO) <sub>2</sub>	33,3 <sup>25</sup>	—
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	129,3	358,7
CdCl <sub>2</sub>	113,4	140,4
CdSO <sub>4</sub>	76,4	67,2
CrCl <sub>3</sub>	34,9 <sup>25</sup>	—
Cr <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	64 <sup>25</sup>	...
CsCl	186,5	250
CsOH	385,6 <sup>15</sup>	303 <sup>30</sup>
CuCl <sub>2</sub>	72,7	96,1
CuSO <sub>4</sub>	20,5	55,5
FeCl <sub>2</sub>	68	90,7
FeCl <sub>3</sub>	91,9	—
Fe(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	26,4	52 <sup>70</sup>
FeSO <sub>4</sub>	26,6	43,7

Вещество	$k$ , 20°	$k$ , 80°
KNO <sub>2</sub>	306,7	376
KNO <sub>3</sub>	31,6	168,8
KOH	112,4	162,5
K <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	98,5	178,5 <sup>60</sup>
K <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	107,0	111,5
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	11,1	21,4
K <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>6</sub> (O <sub>2</sub> )	4,7	11,0 <sup>40</sup>
LiCl	84,5 <sup>25</sup>	112,3
LiOH	12,8	15,3
Li <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	34,7	31,9 <sup>75</sup>
MgCl <sub>2</sub>	54,8	65,8
MgSO <sub>4</sub>	35,1	54,8
MnCl <sub>2</sub>	73,9	112,7
MnSO <sub>4</sub>	62,9	45,6
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	100 <sup>15</sup>	—
NH <sub>4</sub> Cl	37,2	65,6
N <sub>2</sub> H <sub>5</sub> Cl	179 <sup>25</sup>	...
NH <sub>4</sub> F	82,6	117,6
NH <sub>4</sub> HCO <sub>3</sub>	21,7	—
NH <sub>4</sub> HS	128,1 <sup>0</sup>	—
NH <sub>4</sub> NCS	170	431
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	192,0	580,0
(NH <sub>3</sub> OH)Cl	83	194
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	75,4	94,1
Na <sub>2</sub> B <sub>4</sub> O <sub>7</sub>	2,5	24,3
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	21,8	45,1

Вещество	$k, 20^\circ$	$k, 80^\circ$
$\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$	440 *	—
$\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$	9,52	84,5
$\text{H}_2(\text{PHO}_3)$	694 <sup>30</sup>	...
$\text{H}_3\text{PO}_4$	548	...
$\text{H}_2\text{SeO}_4$	566,6	2753 <sup>50</sup>
$\text{H}_6\text{TeO}_6$	50,05 <sup>30</sup>	106,4
$\text{HgCl}$	6,59	24,2
$\text{K}[\text{Ag}(\text{CN})_2]$	25	100
$\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$	5,9	71,0
$\text{K}[\text{Au}(\text{CN})_2]$	14 *	200
$\text{KBr}$	65,2	94,6
$\text{KBrO}_3$	6,87	34,28
$\text{KCN}$	69,9	99,8
$\text{K}_2\text{CO}_3$	111,0	139,2
$\text{KCl}$	34,4	51,1
$\text{KClO}_3$	7,3	37,6
$\text{K}_2\text{CrO}_4$	63,0	75,1
$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	12,48	73,01
$\text{KCr}(\text{SO}_4)_2$	12,51 <sup>25</sup>	...
$\text{KF}$	94,93	150,1
$\text{K}_3[\text{Fe}(\text{CN})_6]$	46,0	81,8
$\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]$	28,0	67,0
$\text{KHCO}_3$	33,3	68,3 <sup>70</sup>
$\text{K}(\text{HF}_2)$	39,2	114
$\text{KH}_2\text{PO}_4$	22,6	70,4
$\text{K}_2\text{HPO}_4$	159,8	267,5 <sup>63</sup>
$\text{KI}$	144,5	190,7
$\text{KIO}_3$	8,1	24,8
$\text{KMnO}_4$	6,36	25 <sup>65</sup>
$\text{KCN}$	69,9	99,8
$\text{KNCS}$	217	408 <sup>67</sup>

Вещество	$k, 20^\circ$	$k, 80^\circ$
$\text{NaCl}$	35,9	38,1
$\text{NaClO}$	53,4	129,9 <sup>50</sup>
$\text{NaClO}_2$	64	122 <sup>60</sup>
$\text{NaClO}_3$	95,9	203,9 <sup>100</sup>
$\text{NaClO}_4$	211 <sup>25</sup>	300 <sup>75</sup>
$\text{NaHCO}_3$	9,59	20,2
$\text{NaH}_2\text{PO}_4$	85,2	207,3
$\text{Na}_2\text{HPO}_4$	7,66 <sup>0</sup>	92,4
$\text{NaHSO}_4$	28,6	50 <sup>100</sup>
$\text{NaNO}_2$	82,9	135,5
$\text{NaNO}_3$	87,6	149
$\text{NaOH}$	108,7	314
$\text{Na}(\text{PH}_2\text{O}_2)$	83 <sup>25</sup>	554 <sup>100</sup>
$\text{Na}_2(\text{PHO}_3)$	419 <sup>0</sup>	...
$\text{Na}_3\text{PO}_4$	14,5 <sup>25</sup>	68,0
$\text{Na}_2\text{S}$	18,6	49,2
$\text{Na}_2\text{SO}_3$	26,1	29,0
$\text{Na}_2\text{SO}_4$	19,2	43,3
$\text{Na}_2(\text{SO}_3\text{S})$	70,1	229
$\text{NiCl}_2$	64,0	86,2 <sup>75</sup>
$\text{NiSO}_4$	38,4	66,7
$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	52,2	107,4
$\text{RbCl}$	91,1	127,2
$\text{RbOH}$	179 <sup>15</sup>	282 <sup>47</sup>
$\text{SnCl}_2$	269,8 <sup>15</sup>	—
$\text{SnSO}_4$	18,8 <sup>19</sup>	—
$\text{SrCl}_2$	53,1	93,1
$\text{TlNO}_3$	9,55	111
$\text{TlOH}$	34,3 <sup>18</sup>	126,1 <sup>90</sup>
$\text{ZnCl}_2$	367	549
$\text{ZnSO}_4$	54,1	67,2

### Растворимость газообразных и жидких веществ

Приведена растворимость жидких веществ (нижний индекс рядом с формулой) и газов (остальные вещества). Растворимость выражена массовым коэффициентом растворимости  $k$  (в граммах вещества на 100 г воды) и объемным коэффициентом растворимости  $\nu$  (в миллилитрах газа при давлении 1 атм на 100 г воды) и массовой долей  $w$  (для  $\text{NH}_3$ ). Температура указана верхним индексом при значении растворимости.

Ar	$\nu$	5,24 <sup>0</sup> ; 3,36 <sup>20</sup> ; 2,49 <sup>40</sup> ; 2,08 <sup>60</sup> ; 1,81 <sup>80</sup>
BF <sub>3</sub>	$k$	33,2 <sup>0</sup> ; 32,2 <sup>25</sup>
Br <sub>2</sub>	$k$	2,30 <sup>0</sup> ; 3,58 <sup>20</sup> ; 3,45 <sup>40</sup>
CH <sub>4</sub>	$\nu$	5,56 <sup>0</sup> ; 3,31 <sup>20</sup> ; 2,37 <sup>40</sup> ; 1,95 <sup>60</sup> ; 1,77 <sup>80</sup> ; 1,70 <sup>100</sup>
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	$\nu$	173 <sup>0</sup> ; 131 <sup>10</sup> ; 103 <sup>20</sup> ; 93 <sup>25</sup> ; 84 <sup>30</sup>
CH <sub>3</sub> COOH <sub>(6)</sub>		Растворяется неограниченно
CO	$\nu$	3,54 <sup>0</sup> ; 2,32 <sup>20</sup> ; 1,77 <sup>40</sup> ; 1,49 <sup>60</sup> ; 1,43 <sup>80</sup> ; 1,41 <sup>100</sup>
CO <sub>2</sub>	$\nu$	171,3 <sup>0</sup> ; 119,4 <sup>10</sup> ; 87,8 <sup>20</sup> ; 75,9 <sup>25</sup> ; 53,0 <sup>40</sup> ; 35,9 <sup>60</sup>
CS <sub>2(6)</sub>	$k$	0,179 <sup>20</sup> ; 0,014 <sup>50</sup>
Cl <sub>2</sub>	$\nu$	461 <sup>0</sup> ; 230 <sup>20</sup> ; 202 <sup>25</sup> ; 144 <sup>40</sup> ; 102 <sup>60</sup> ; 68 <sup>80</sup>
H <sub>2</sub>	$\nu$	2,15 <sup>0</sup> ; 1,82 <sup>20</sup> ; 1,75 <sup>25</sup> ; 1,64 <sup>40</sup>
HBr	$k$	221,2 <sup>0</sup> ; 198,2 <sup>20</sup> ; 193,0 <sup>25</sup> ; 171,4 <sup>50</sup> ; 130 <sup>100</sup>
	$\nu$	61 200 <sup>0</sup> ; 58 200 <sup>10</sup> ; 53 300 <sup>25</sup> ; 46 900 <sup>50</sup> ; 34 500 <sup>100</sup>
HCl	$k$	82,3 <sup>0</sup> ; 72,0 <sup>20</sup> ; 67,3 <sup>30</sup> ; 63,3 <sup>40</sup> ; 56,1 <sup>60</sup>
	$\nu$	50 700 <sup>0</sup> ; 44 200 <sup>20</sup> ; 42 600 <sup>25</sup> ; 38 600 <sup>40</sup> ; 33 900 <sup>60</sup>
HF		Растворяется неограниченно
HI	$k$	234 <sup>0</sup>
HNO <sub>3(6)</sub>		Растворяется неограниченно
H <sub>2</sub> O <sub>2(6)</sub>		Растворяется неограниченно
H <sub>2</sub> S	$k$	0,38 <sup>25</sup>
	$\nu$	467 <sup>0</sup> ; 258,2 <sup>20</sup> ; 160 <sup>40</sup> ; 119 <sup>60</sup> ; 91,7 <sup>80</sup> ; 81 <sup>100</sup>
H <sub>2</sub> SO <sub>4(6)</sub>		Растворяется неограниченно
H <sub>2</sub> Se	$\nu$	377 <sup>4</sup> ; 270 <sup>25</sup>

H <sub>2</sub> Te	$\nu$	100 <sup>0</sup>
He	$\nu$	0,978 <sup>0</sup> ; 0,861 <sup>20</sup> ; 1,010 <sup>80</sup>
Kr	$\nu$	11,0 <sup>0</sup> ; 5,4 <sup>25</sup> ; 4,67 <sup>50</sup>
N <sub>2</sub>	$\nu$	2,35 <sup>0</sup> ; 1,54 <sup>20</sup> ; 1,18 <sup>40</sup> ; 1,02 <sup>60</sup> ; 0,96 <sup>80</sup> ; 0,95 <sup>100</sup>
NH <sub>3</sub>	$k$	87,5 <sup>0</sup> ; 52,6 <sup>20</sup> ; 46,2 <sup>25</sup> ; 22,9 <sup>50</sup> ; 15,4 <sup>80</sup> ; 7,4 <sup>100</sup>
	$w \%$	42,8 <sup>0</sup> ; 37,8 <sup>10</sup> ; 33,1 <sup>20</sup> ; 23,4 <sup>40</sup> ; 14,1 <sup>60</sup> ; 6,2 <sup>80</sup>
	$\nu$	115 163 <sup>0</sup> ; 74 301 <sup>20</sup> ; 35 660 <sup>50</sup> ; 26 208 <sup>80</sup>
NO	$\nu$	7,38 <sup>0</sup> ; 4,71 <sup>20</sup> ; 3,51 <sup>40</sup> ; 2,95 <sup>60</sup> ; 2,70 <sup>80</sup> ; 2,63 <sup>100</sup>
N <sub>2</sub> O	$\nu$	130,0 <sup>0</sup> ; 104,8 <sup>5</sup> ; 87,8 <sup>10</sup> ; 73,8 <sup>15</sup> ; 62,9 <sup>20</sup> ; 54,4 <sup>25</sup>
Ne	$\nu$	1,23 <sup>0</sup> ; 1,16 <sup>25</sup> ; 0,98 <sup>74</sup>
O <sub>2</sub>	$\nu$	4,89 <sup>0</sup> ; 3,10 <sup>20</sup> ; 2,31 <sup>40</sup> ; 1,95 <sup>60</sup> ; 1,76 <sup>80</sup> ; 1,72 <sup>100</sup>
O <sub>3</sub>	$\nu$	50,9 <sup>0</sup> ; 28,5 <sup>20</sup> ; 14,5 <sup>40</sup> ; 8,0 <sup>60</sup>
OF <sub>2</sub>	$\nu$	6,8 <sup>0</sup> ; 40 <sup>18</sup>
PH <sub>3</sub>	$\nu$	27 <sup>20</sup>
Rn	$\nu$	51,0 <sup>0</sup> ; 22,4 <sup>25</sup> ; 13,0 <sup>50</sup>
SF <sub>6</sub>	$\nu$	1,47 <sup>0</sup> ; 0,55 <sup>25</sup>
SO <sub>2</sub>	$k$	22,8 <sup>0</sup> ; 19,3 <sup>5</sup> ; 13,5 <sup>15</sup> ; 1,3 <sup>20</sup> ; 4,5 <sup>50</sup>
	$\nu$	79 790 <sup>0</sup> ; 56 650 <sup>10</sup> ; 39 370 <sup>20</sup> ; 18 770 <sup>40</sup>
Xe	$\nu$	24,2 <sup>0</sup> ; 9,7 <sup>25</sup> ; 8,4 <sup>50</sup> ; 7,12 <sup>80</sup>
Воздух	$k$	0,036 <sup>0</sup> ; 0,022 <sup>25</sup>
	$\nu$	27,86 <sup>0</sup> ; 18,58 <sup>25</sup>

## Растворение. Гидратация. Кристаллогидраты. Электролитическая диссоциация

**Растворение** — физико-химический процесс, сопровождающийся одновременным течением как физических, так и химических явлений: разрушением кристаллической решетки (при растворении твердых веществ); диффузией — распределение частиц растворенного вещества во всем объеме растворителя; гидратацией (сольватацией).

Первые два процесса — эндотермические. Последний — экзотермический.

**Гидратация** — образование гидратов  $B \cdot nH_2O$ , если растворитель — вода, или сольватов в случае неводного растворителя — процесс экзотермический ( $+Q_{\text{гидр}}$ ).

**Гидраты (сольваты)** — соединения переменного состава между частицами растворенного вещества и молекулами воды. Частицы вступают в химическое взаимодействие с молекулами растворителя за счет водородной или донорно-акцепторной химической связи. Примером сольвата может быть  $LiCl \cdot C_2H_5OH$ , который кристаллизуется при охлаждении раствора  $LiCl$  в этиловом спирте.

Общий тепловой эффект растворения:

$Q_{(p)} = -Q_{\text{кр}} + Q_{\text{гидр}}$ , где  $Q_{\text{кр}}$  — теплота разрушения кристаллической решетки,  $Q_{\text{гидр}}$  — теплота образования гидратов.

В зависимости от соотношения тепловых эффектов, сопровождающих физические и химические явления, суммарный тепловой эффект процесса растворения может быть как эндо- (растворение  $NaNO_3$  или  $NH_4NO_3$ ), так и экзотермическим (растворение  $AlCl_3$ ), либо нулевым (растворение  $NaCl$ ).

**Кристаллогидраты** — кристаллические вещества, содержащие молекулы воды.

Например,  $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$  — глауберова соль,  $FeSO_4 \cdot 7H_2O$  — железный купорос и т. д.

В растворах существуют и молекулярные соединения, подобные кристаллогидратам, например гидраты вида  $H_2SO_4 \cdot H_2O$ ,  $H_2SO_4 \cdot 2H_2O$ ,  $H_2SO_4 \cdot 4H_2O$ .

Если при приготовлении раствора используют кристаллогидрат  $B \cdot nH_2O$ , то при расчетах учитывают воду, которая входит в состав кристаллогидрата (кр). Массу кристаллогидрата  $m_{\text{кр}}$  определяют по формуле:

$m_{\text{кр}} = (m_B/M_B) M_{\text{кр}}$ , где  $M_B$  и  $M_{\text{кр}}$  — молярные массы соответственно безводного растворимого вещества и его кристаллогидрата.

Массу воды  $m_{H_2O}$ , которую следует добавить к рассчитанной массе кристаллогидрата для приготовления его раствора заданного состава, определяют по формуле:

$$m_{(H_2O)} = m_{(\text{раствора})} - m_{\text{кр}}.$$

**Электролитическая диссоциация (электролитическая ионизация)** — обратимый процесс образования ионов из вещества вследствие его растворения в полярном растворителе (воде, метилформамиде т. д.) или вследствие расплавления.

Иногда процессы электролитической диссоциации и электролитической ионизации разделяют.

Об электролитической диссоциации говорят в случае соединений с преимущественно ионной связью.

На рис. 15 показана диссоциация молекул кухонной соли ( $NaCl$ ) в воде:

I — схема кристаллической решетки  $NaCl$  с ионной связью,

II — гидрат иона  $Na^+$ ,

III — гидрат иона  $Cl^-$ .

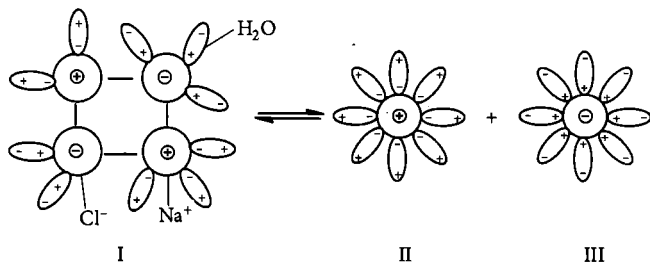


Рис. 16

Если кристаллическая решетка образована из готовых ионов, электролиты подобного типа называют **истинными электролитами**.

Об электролитической ионизации говорят в случае соединений с сильно полярной ковалентной связью.

На рис. 17:

I — молекула соляной кислоты с полярной ковалентной связью, образованная за счет частичного смещения электронной пары в сторону хлора;

II — молекула соляной кислоты с ионной связью, образованной за счет полного смещения электронной пары в сторону хлора;

III — гидраты ионов  $H^+$  и  $Cl^-$ .

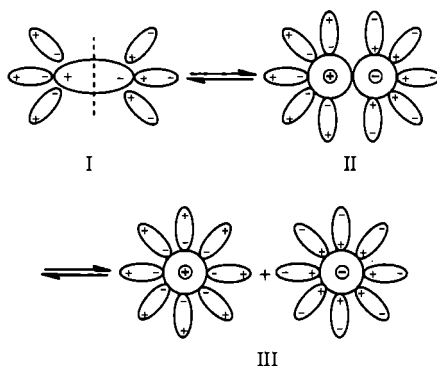


Рис. 17

Электролиты подобного типа называют **потенциальными электролитами**.

Потенциальными являются практически все кислоты и некоторые основания ( $NH_4OH$ ,  $CH_3NH_2$ ) и др.

**Неэлектролиты** — вещества, растворы и расплавы которых не проводят электрический ток.

Для неэлектролитов характерна ковалентная неполярная или слабополярная связь.

**Электролиты** — вещества, водные растворы и расплавы которых проводят электрический ток.

Электролиты обладают преимущественно ионной или сильно полярной ковалентной химической связью. Электропроводность возникает за счет ионов, возникающих вследствие разрыва ионных или сильно полярных ковалентных связей.

Электролиты — проводники второго рода.

Способность проводить электрический ток характерна для растворов и расплавов солей и щелочей.

По силе электролиты с сильно полярной ковалентной связью (потенциальные электролиты) подразделяются на: **сильные** ( $H_2SO_4$ ,  $HNO_3$ ,  $HClO_4$ ,  $HClO_3$ )  $\alpha > 30\%$ , **средней силы** ( $H_3PO_4$ ,  $H_2SO_3$ )  $3\% < \alpha < 30\%$ , **слабые** ( $H_2CO_3$ ,  $HClO$ )  $\alpha < 3\%$ .

По характеру диссоциации электролиты подразделяют на: кислоты; основания; амфотерные электролиты; соли.

**Кислоты** — электролиты, которые при растворении в воде образуют лишь один вид катионов  $H^+$ .

$H^+$  определяет общие свойства кислот.

**Основания** — электролиты, которые при растворении в воде образуют только один вид анионов  $\text{OH}^-$  — гидроксогруппы.

$\text{OH}^-$  определяет основные свойства.

**Амфотерные гидроксиды** в водных растворах способные диссоциировать как по типу кислот, так и по типу оснований.

Это  $\text{Be}(\text{OH})_2$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_3$ ,  $\text{Zn}(\text{OH})_2$ ,  $\text{Ga}(\text{OH})_3$ ,  $\text{Cr}(\text{OH})_3$ ,  $\text{Sn}(\text{OH})_2$ ,  $\text{Pb}(\text{OH})_2$  и др.

**Соли** — электролиты, которые при растворении в воде образуют катионы, не являющиеся ионами водорода, и анионы, не являющиеся гидроксогруппами.

Все средние соли — сильные электролиты.

В растворах электролитов реакции идут до конца, если в результате ионного обмена образуются: малодиссоциирующие соединения ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_3\text{BO}_3$ ,  $\text{CH}_3\text{COOH}$  и др.); газообразные вещества ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{NH}_3$  и др.); малорастворимые соединения (осадки) ( $\text{AgCl}$ ,  $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{BaSO}_4$  и др.).

**Катионы** — положительно заряженные ионы, которые при пропускании постоянного электрического тока через водный раствор или расплав электролита движутся к отрицательно заряженному электроду — катоду.

**Анионы** — отрицательно заряженные ионы, которые при пропускании постоянного электрического тока через водный раствор или расплав электролита движутся к положительно заряженному электроду — аноду.

**Степень диссоциации (ионизации)** показывает, какая доля молекул диссоциировала на ионы по отношению к общему количеству молекул растворенного вещества:  $\alpha = (\text{число молекул, распавшихся на ионы}) / (\text{общее число растворенных молекул})$ .

Степень диссоциации определяется опытным путем и выражается в долях единицы или в процентах.

Если  $\alpha = 0$ , то диссоциация отсутствует.

Если  $\alpha = 1$ , или 100 %, то электролит полностью распался на ионы.

Если же, например,  $\alpha = 0,3$ , или 30 %, то на каждые 100 молекул электролита на ионы распадается 30.

**Степень электролитической диссоциации зависит:** от природы растворителя, от природы растворяемого вещества, от температуры раствора, от концентрации раствора.

При разбавлении раствора, т. е. уменьшении в нем концентрации электролита, степень диссоциации для всех электролитов увеличивается.

Увеличение температуры также положительно влияет на увеличение степени диссоциации.

**Константа электролитической диссоциации**  $K_D$  характеризует способность данного вещества  $\text{MX}$  диссоциировать в определенном растворителе по схеме  $\text{MX} \rightleftharpoons \text{M}^+ + \text{X}^-$

$K_D$  связана, согласно закону действующих масс, со степенью диссоциации  $\alpha$ :

$$K_D = \frac{x\alpha^2\gamma_{\pm}^2}{1 - \alpha\gamma_{\text{MX}}} \quad (1)$$

где  $x$  — молярная концентрация электролита;  $\gamma_{\pm}$  — средний ионный коэффициент активности;  $\gamma_{\text{MX}}$  — коэффициент активности недиссоциированной части электролита.

Как и  $\alpha$ , значение константы  $K_D$  зависит от: свойств растворенного вещества, в частности от прочности связи между фрагментами молекул электролита, образующими катион и анион; диэлектрических свойств растворителя; способности растворителя сольватировать ионы; температуры; давления.

В отличие от  $\alpha$ ,  $K_D$  не зависит от концентрации раствора.

$K_D$  может быть определена экспериментально.

## Водородный показатель. Гидролиз. Гидролиз солей

**Ионное произведение воды.**

$$K_B = [H^+] \cdot [OH^-] = \text{const} = 10^{-14}$$

В 1 л воды  $10^{-7}$  моль молекул распадается на ионы, образуя  $10^{-7}$  моль ионов  $H^+$  и  $10^{-7}$  моль  $OH^-$ .

Отсюда:  $[OH^-] = K_B / [H^+]$

В нейтральной среде:  $[H^+] = [OH^-] = 10^{-7}$

В кислой среде:  $[H^+] > [OH^-]$ ,  $[H^+] > 10^{-7}$

В щелочной среде:  $[H^+] < [OH^-]$ ,  $[H^+] < 10^{-7}$

**Водородный показатель pH** — десятичный логарифм концентрации ионов водорода с обратным знаком:

$$pH = -\lg [H^+].$$

**Гидроксильный показатель pOH** — десятичный логарифм концентрации гидроксогрупп с обратным знаком:

$$pOH = -\lg [OH^-].$$

Связь между pH и pOH одного раствора:  $pH + pOH = 14$ .

Нейтральный раствор  $pH = 7$ .

В кислой среде  $pH < 7$ .

В щелочной среде  $pH > 7$ .

### Гидролиз.

Процесс взаимодействия вещества с водой, при котором происходит ионный обмен с образованием слабодиссоциирующих ионов или молекул.

Гидролизу подвергаются соединения различных классов.

### Гидролиз солей

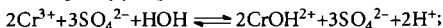
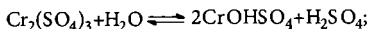
Причина гидролиза — наличие иона от слабого основания.

Гидролиз протекает тем глубже, чем:

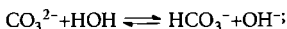
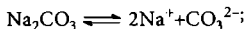
- слабее электролит, образовавший соль;
- выше температура;
- больше разбавление раствора.

Гидролизу будут подвергаться соли, образованные:

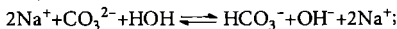
- **слабым основанием и сильной кислотой** (реакция среды кислая), например:



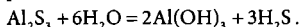
- **слабой кислотой и сильным основанием** (реакция среды щелочная), например:



- полное ионно-молекулярное уравнение:



- **слабой кислотой и слабым основанием** (реакция среды будет меняться несущественно, и будет зависеть от того, какой из электролитов, образовавших соль, более сильный), например:



Соли, образованные **сильным основанием и сильной кислотой** (например NaCl) гидролизу не подвергаются, т. е. присутствие ионов такой соли в растворе не нарушает диссоциацию чистой воды и реакция среды остается нейтральной ( $pH = 7$ ).

## Некоторые физические свойства веществ

### ТЕМПЕРАТУРЫ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

Температуры кипения (К)

1	Водород	20,28
2	Гелий	4,216
3	Литий	1620
4	Бериллий	3243
5	Бор	3931
6	Углерод	5100 (возг.)
7	Азот	77,4
8	Кислород	90,19
9	Фтор	85,01
10	Неон	97,10
11	Натрий	1156,1
12	Магний	1363
13	Алюминий	2740
14	Кремний	2628
15	Фосфор (P <sub>4</sub> )	553
16	Сера	717,824
17	Хлор	238,6
18	Аргон	87,3
19	Калий	1047
20	Кальций	1757
21	Скандий	3104
22	Титан	3560
23	Ванадий	3650
24	Хром	2945
25	Марганец	2235
26	Железо	3023
27	Кобальт	3143
28	Никель	3005
29	Медь	2840
30	Цинк	1180
31	Галлий	2676
32	Германий	3103
33	Мышьяк	889 (возг.)

54	Ксенон	166,1
55	Цезий	951,6
56	Барий	1910
57	Лантан	3730
58	Церий	3699
59	Празеодим	3785
60	Неодим	3341
61	Прометий	~3000
62	Самарий	2064
63	Европий	1870
64	Гадолиний	3539
65	Тербий	3396
66	Диспрозий	2835
67	Гольмий	2968
68	Эрбий	3136
69	Тулий	2220
70	Иттербий	1466
71	Лютеций	3668
72	Гафний	5470
73	Тантал	5698
74	Вольфрам	5930
76	Рений	5900
76	Осмий	5300
77	Иридий	4403
78	Платина	4100
79	Золото	3080
80	Ртуть	629,73
81	Таллий	1730
82	Свинец	2013
83	Висмут	1833
84	Полоний	1235
85	Астат	≈ 610
86	Радон	211,4

34	Селен	958,1
35	Бром	331,9
36	Криптон	120,85
37	Рубидий	961
38	Стронций	1657
39	Иттрий	3611
40	Цирконий	4650
41	Ниобий	5015
42	Молибден	4885
43	Технеций	5150
44	Рутений	4173
45	Родий	4000
46	Палладий	3413
47	Серебро	2485
48	Кадмий	1038
49	Индий	2353
50	Олово	2543
51	Сурьма	1908
52	Теллур	1263
53	Иод	457,50

87	Франций	950
88	Радий	1413
89	Актиний	3470
90	Торий	5060
91	Протактиний	4300
92	Уран	4018
93	Нептуний	4175
94	Плутоний	3505
95	Америций	2880
96	Кюрий	—
97	Берклий	—
98	Калифорний	—
99	Эйнштейний	—
100	Фермий	—
101	Менделевий	—
102	Нобелий	—
103	Лоуренсий	—
104	Курчатовий	—
106	Нильсборий	—

### Температуры плавления (К)

1	Водород	14,01
2	Гелий	0,95
3	Литий	453,69
4	Бериллий	1551
5	Бор	2573
6	Углерод (алмаз)	3820
7	Азот	63,29
8	Кислород	54,8
9	Фтор	53,53
10	Неон	24,48
11	Натрий	370,96
12	Магний	922,0
13	Алюминий	933,5
14	Кремний	1683
15	Фосфор (P <sub>4</sub> )	317,3
16	Сера (a)	386,0
17	Хлор	172,2

54	Ксенон	161,3
55	Цезий	302,6
56	Барий	1002
57	Лантан	1194
58	Церий	1072
59	Празеодим	1204
60	Неодим	1294
61	Прометий	1441
62	Самарий	1350
63	Европий	1095
64	Гадолиний	1586
65	Тербий	1629
66	Диспрозий	1685
67	Гольмий	1747
68	Эрбий	1802
69	Тулий	1818
70	Иттербий	1097

18	Аргон	83,8
19	Калий	336,8
20	Кальций	1112
21	Скандий	1814
22	Титан	1933
23	Ванадий	2160
24	Хром	2130
26	Марганец	1517
26	Железо	1808
27	Кобальт	1768
28	Никель	1726
29	Медь	1356,6
30	Цинк	692,73
31	Галлий	302,93
32	Германий	1210,6
33	Мышьяк	1090
34	Селен	490
35	Бром	265,9
36	Криптон	116,6
37	Рубидий	312,2
38	Стронций	1042
39	Иттрий	1795
40	Цирконий	2125
41	Ниобий	2741
42	Молибден	2890
43	Технеций	2445
44	Рутений	2583
45	Родий	2239
46	Палладий	1825
47	Серебро	1235,1
48	Кадмий	594,1
49	Индий	429,32
50	Олово (b)	505,118
51	Сурьма	903,9
52	Теллур	722,7
53	Иод	386,7

71	Лютеций	1936
72	Гафний	2503
73	Тантал	3269
74	Вольфрам	3680
75	Рений	3453
76	Осмий	3327
77	Иридий	2683
78	Платина	2045
79	Золото	1337,58
80	Ртуть	234,28
81	Таллий	576,6
82	Свинец	600,65
83	Висмут	544,5
84	Полоний	527
85	Астат	575 (расчет)
86	Радон	202
87	Франций	300
88	Радий	973
89	Актиний	1320
90	Торий	2023
91	Протактиний	2113
92	Уран	1405,5
93	Нептуний	913
94	Плутоний	914
95	Америций	1267
96	Кюрий	—
97	Берклий	—
98	Калифорний	—
99	Эйнштейний	—
100	Фермий	—
101	Менделевий	—
102	Нобелий	—
103	Лоуренсий	—
104	Курчатовий	—
105	Нильсборий	—

## Типы кристаллической решетки

**Кристаллическая решетка** — геометрический образ, вводимый для анализа строения кристалла.

**Узлы кристаллической решетки** — точки, в которых размещены частицы.

**Координационное число кристаллической решетки** — характеристика, определяющая число ближайших равноудаленных одинаковых частиц (ионов или атомов) в кристалле.

Для простой кубической решетки координационное число равно шести.

Число ближайших соседей отражает плотность упаковки вещества.

Чем больше координационное число, тем больше плотность и соответственно свойства вещества ближе к металлическим.

В **решетках Браве** для всех узлов координационное число одинаково.

**Координационный многогранник** образуют прямые линии, соединяющие центры ближайших атомов или ионов в кристалле, в центре которого находится данный атом.

**Элементарная ячейка** — минимальный воображаемый объем кристалла, параллельные переносы (трансляции) которого в трех измерениях позволяют построить трехмерную кристаллическую решетку в целом.

Элементарная ячейка кристалла строится на трех некопланарных векторах  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , называемых **трансляциями**.

В зависимости от соотношения между длинами этих трансляций и углами между ними выделяют шесть различных сингоний.

**Решеткой, или системой трансляций Браве** называют набор элементарных трансляций (трансляционная группа), которыми может быть получена вся бесконечная кристаллическая решетка.

Все кристаллические структуры описываются 14 решетками Браве, число которых ограничивается симметрией.

**Полиморфизм кристаллов** — способность вещества существовать в различных кристаллических структурах, называемых полиморфными модификациями (их принято обозначать греческими буквами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и т. д.).

Типичный пример полиморфных форм — модификации углерода: алмаз, лонсдейлит (атомы объединены ковалентными связями в пространственный каркас); графит (слои наиболее прочно связанных атомов); карбин (бесконечные линейные цепочки).

Частный случай полиморфизма, характерный для соединений со слоистой структурой, — **политипизм**. Политипы отличаются между собой порядком чередования атомных слоев.

Полиморфизм простых веществ — **аллотропия**. Однако термин полиморфизм относят только к кристаллическим аллотропным веществам.

**Изомерия** — существование соединений (главным образом органических), одинаковых по элементному составу и молекулярной массе, но различных по физическим и химическим свойствам. Такие соединения называются изомерами.

В зависимости от типов химической связи между узлами различают следующие типы решеток.

**Молекулярные** — твердые вещества с молекулярной кристаллической решеткой — вещества молекулярного строения ( $I_2$ ,  $H_2O$  (лед), твердый  $CO_2$  и т. д.).

Между молекулами действуют силы межмолекулярного взаимодействия — силы Ван-дер-Ваальса (в том числе водородные связи).

Вещества с молекулярной кристаллической решеткой имеют непрочную химическую связь, легкоплавки, обладают низкой твердостью.

Все вещества молекулярного строения характеризуются постоянным составом (дальтониды).

**Атомные** — вещества с атомной, ионной и металлической решеткой относят к веществам немолекулярного строения, некоторые могут иметь переменный состав (бертолиды).

В узлах атомной кристаллической решетки располагаются атомы, связанные между собой неполярными ковалентными связями. К таким веществам относят алмаз, германий, кремний, бор и некоторые их соединения —  $\text{SiC}$ ,  $\text{SiO}_2$  и т. д.

Все вещества с атомной решеткой тугоплавкие, твердые и практически нерастворимы как в полярных, так и неполярных растворителях.

**Ионные** — вещества немолекулярного строения, кристаллическая решетка которых состоит из ионов. Между частицами возникают электростатические ионные связи.

Вещества с ионной кристаллической решеткой: типичные соли  $\text{KCl}$ ,  $\text{BaBr}_2$ ,  $\text{NaF}$  и т. д., гидроксиды  $\text{KOH}$ ,  $\text{Ba(OH)}_2$  и оксиды  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ ,  $\text{CaO}$  активных металлов.

Это достаточно тугоплавкие, твердые вещества, большинство из них растворимы в воде. Их растворы и расплавы — проводники второго рода.

**Металлические** — в твердом состоянии металлы имеют металлическую кристаллическую решетку, в узлах которой находятся малоподвижные положительно заряженные ионы, между которыми движутся свободные электроны (электронный газ).

Металлическую кристаллическую решетку имеют типичные металлы ( $\text{K}$ ,  $\text{Ag}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Ni}$  и т. д.).

Прочность металлической связи у разных металлов колеблется в довольно широких пределах, равно как и их твердость, пластичность температуры плавления и кипения. Но для всех металлов характерны металлический блеск, высокая тепло- и электропроводность (проводники первого рода).

По форме элементарной ячейки кристаллы могут быть разбиты на шесть сингоний.

**Триклинная** — наименьшая симметрия, нет одинаковых углов, нет осей одинаковой длины.

**Моноклинная** — два прямых угла, нет осей одинаковой длины.

**Ромбическая** — три прямых угла (ортогональна), нет осей одинаковой длины.

**Гексагональная** — две оси одинаковой длины в одной плоскости под углом  $120^\circ$ , третья ось под прямым углом.

**Тетрагональная** — две оси одинаковой длины, три прямых угла.

**Тригональная** — три оси одинаковой длины и три равных угла, не равных  $90^\circ$ .

**Кубическая** — высшая степень симметрии, три оси одинаковой длины под прямым углом.

## Основные положения теории химического строения А. М. Бутлерова

Атомы в молекулах соединены друг с другом в определенной последовательности согласно их валентностям. Последовательность межатомных связей в молекуле называется ее химическим строением и отражается одной структурной формулой (формулой строения).

Химическое строение можно устанавливать химическими методами (в настоящее время используются также современные физические методы).

Свойства веществ зависят от их химического строения.

По свойствам данного вещества можно определить строение его молекулы, а по строению молекулы — предположить свойства.

Атомы и группы атомов в молекуле оказывают взаимное влияние друг на друга.

## ХИМИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ АТОМАМИ УГЛЕРОДА

Во всех органических соединениях углерод образует четыре ковалентные связи, что возможно благодаря гибридизации атомных орбиталей.

### Основные характеристики связей между атомами углерода

Связь	Гибридизация	Длина (нм)	Энергия (кДж/моль)
C—C	$sp^3$	0,154	347
C=C	$sp^2$	0,134	606
C≡C	$sp$	0,120	828

## Классификация органических соединений

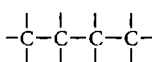
При классификации органических соединений принято выделять углеродный скелет и функциональные группы.

**Углеродный скелет** представляет собой последовательность химически связанных между собой атомов углерода. Кроме атомов углерода в состав скелета могут входить и другие атомы, например кислород, сера, азот, если они связаны, по меньшей мере, с двумя атомами углерода.

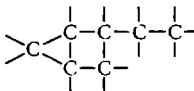
**Функциональные группы** образуют все атомы, кроме водорода, или группы атомов, связанные с атомом углерода.

### ТИПЫ УГЛЕРОДНЫХ СКЕЛЕТОВ

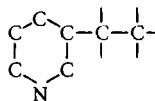
Углеродные скелеты разделяют на **ациклические** (не содержащие циклов), **циклические** и **гетероциклические**.



ациклический



циклический



гетероциклический

**Ациклические** — органические соединения, в молекулах которых отсутствуют циклы и все атомы углерода соединены между собой в прямые или разветвленные (открытые) цепи.

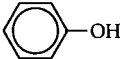
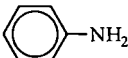
Различают две основные группы ациклических соединений — насыщенные и ненасыщенные углеводороды:

- **насыщенные** (предельные) — углеводороды, у которых все атомы углерода связаны между собой только простыми связями (например, гомологический ряд метана);
- **ненасыщенные** (непредельные) — углеводороды, у которых между атомами углерода имеются, кроме простых (одинарных) связей, также двойные, тройные связи (например, ряды этилена, ацетилен).

**Циклические** углеводороды представляют собой соединения, содержащие только углерод и водород и имеющие в своей структуре, по крайней мере, одно кольцо. Они могут быть распределены по трем категориям: циклоалканы и циклоалкены; циклотерпены; ароматические углеводороды.

Циклические соединения подразделяются на: карбоциклические (алициклические и ароматические); гетероциклические (в углеродный цикл включается один или несколько атомов, отличных от углерода).

## Важнейшие функциональные группы

Функциональные группы		Класс соединений	Пример
Обозначение	Название		
$-\text{F}, -\text{Cl}, -\text{Br}, -\text{I}$	Галоген	Галогенопроизводные углеводородов	$\text{CH}_3\text{Cl}$ (хлористый метил)
$-\text{OH}$	Гидроксил	Спирты, фенолы	 (фенол) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ (этиловый спирт)
$\text{>C=O}$	Карбонил	Альдегиды, кетоны	$\text{H}_3\text{C}-\text{C}(=\text{O})\text{H}$ (уксусный альдегид) $\text{H}_3\text{C}-\text{C}(=\text{O})-\text{CH}_3$ (ацетон)
$-\text{C}(=\text{O})\text{H}$	Карбоксил	Карбоновые кислоты	$\text{H}_3\text{C}-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$ (уксусная кислота)
$-\text{NH}_2$	Аминогруппа	Амины	 (анилин)
$-\text{NO}_2$	Нитрогруппа	Нитросоединения	$\text{CH}_3\text{NO}_2$ (нитрометин)
$-\text{C}(=\text{O})\text{NH}_2$	Амидогруппа	Амиды кислот	$\text{H}_3\text{C}-\text{C}(=\text{O})\text{NH}_2$ (амид уксусной кислоты)

Соединения, содержащие несколько функциональных групп, называют **полифункциональными**.

## ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ АТОМОВ В МОЛЕКУЛЕ

**Электронные эффекты** — смещение электронной плотности в молекуле под влиянием заместителей.

–М и –I эффекты облегчают уход частиц без пары электронов связи, в частности протона (**катионидный отрыв**). Эти эффекты способствуют атаке центров, бедных электронами, частицами, богатыми электронами (нуклеофильные атаки AN).

+М и +I эффекты облегчают уход частиц с захватом электронной пары связи (**анионидный отрыв**) и способствуют атаке богатых электронами центров электрофильными частицами (АЕ).

Некоторые группы, обладающие двумя эффектами противоположной природы, например, галогены (+М и –I) оказывают более сложное воздействие. Они ориентируют электрофильные атаки АЕ в соответствии с +М эффектом, несмотря на неблагоприятное влияние –I эффекта.

**Электроноакцептор** — атомы, связанные полярной связью, несут частичные заряды (δ). Электроноакцептор — атом, оттягивающий электронную плотность σ-связи в свою сторону и приобретающий отрицательный заряд σ<sup>-</sup>.

**Электронодонор** — гартнер электроноакцептора по σ-связи получает равный по величине дефицит электронной плотности, т. е. частичный положительный заряд σ<sup>+</sup>.

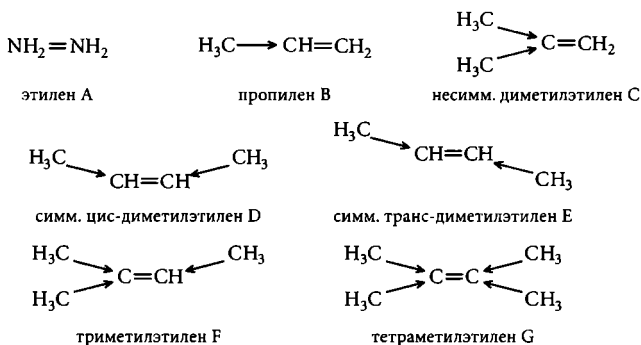
**Индуктивный эффект** — заключается в смещении электронной плотности по цепи σ-связей и обозначается I.

Индуктивный эффект проявляется и в том случае, когда связанные атомы углерода различны по состоянию гибридизации.

Индуктивный эффект передается по цепи с затуханием.

Знак и величина индуктивного эффекта определяются различиями в электроотрицательности между рассматриваемым атомом углерода и группой, его вызывающей.

Направление смещения электронной плотности всех σ-связей обозначается прямыми стрелками.



Индуктивный эффект бывает отрицательный и положительный мезомерный.

- **Отрицательный (–I)** — наблюдается, если электронная плотность удаляется от рассматриваемого атома углерода.

**Электроноакцепторный заместитель**, т. е. атом или группа атомов, смещающие электронную плотность σ-связи от атома углерода, проявляют отрицательный индуктивный эффект (–I-эффект).

Отрицательные индуктивные эффекты очень сильны в молекулах с полными положительными зарядами и выражены в тем большей степени, чем более электроотрицателен атом, связанный с атомом углерода.

Отрицательные индуктивные эффекты возрастают слева направо и уменьшаются сверху вниз в периодической системе.

- **Положительный (+I)** — наблюдается, если электронная плотность приближается к рассматриваемому атому углерода.

**Электронодонорные заместители**, т. е. атом или группа атомов, смещающие электронную плотность к атому углерода, проявляют положительный индуктивный эффект (+I-эффект).

Сильным положительным индуктивным эффектом обладают атомы, заряженные отрицательно, этот эффект уменьшается с увеличением электроотрицательности атома.

Для незаряженных атомов положительный индуктивный эффект является функцией электроотрицательности.

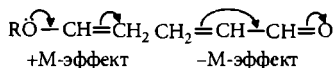
+I эффект металлов значительно больше, чем у водорода.

Эффект увеличивается сверху вниз в периодической системе, тем не менее вариации от одного металла к другому незначительны.

Большинство функциональных групп проявляют –I-эффект: галогены, аминогруппа, гидроксильная, карбонильная, карбоксильная группы.

- **Мезомерный эффект** — отображает влияние заместителя на распределение электронной плотности, передаваемое по  $\pi$ -связям и обозначается  $M$ . Исходная  $\pi$ -система перекрывается с  $\pi$ -системой или  $p$ -орбиталью заместителя, в результате чего возникает перераспределение электронной плотности, что и определяет наличие + $M$ - или – $M$ -эффекта.

В структурных формулах  $M$ -эффект изображают изогнутой стрелкой, выходящей из центра электронной плотности и завершающейся в том месте, куда смещается электронная плотность.



## Номенклатура органических веществ

**Номенклатура** — совокупность названий индивидуальных химических веществ, их групп и классов, а также правила составления этих названий.

Современная номенклатура разработана международной комиссией по номенклатуре органических соединений Международного союза теоретической и прикладной химии (IUPAC).

В основе правил номенклатуры лежат принципы заместительной номенклатуры, согласно которой молекулы соединений рассматриваются как производные углеводородов, в которых атомы водорода замещены на другие атомы или группы атомов.

При построении названия в молекуле соединения выделяют следующие структурные элементы.

**Родоначальная структура** — главная цепь, углеродная цепь или циклическая структура в карбо- и гетероциклах.

**Углеводородный радикал** — остаток формульного обозначения углеводорода со свободными валентностями.

**Характеристическая группа** — функциональная группа, связанная с родоначальной структурой или входящая в ее состав.

**Фрагменты слов-названий, отображающих строение молекул органических соединений:**

Обозначение углеродных цепей  $C_n$ .

Обозначения боковых цепей — углеводородных радикалов, состоящих из названий углеродных цепей и окончания «ил» (метил, этил, пропил и т. д.).

Обозначение характера связи между атомами.

Обозначение характеристических групп, причем название одной и той же группы отличается в зависимости от способа построения названия и от старшинства группы — старшая упоминается в суффиксе, младшая — в префиксе.

Умножающие префиксы — «ди», «три», «тетра» и их модифицированные формы — «бис», «трис» и т. д., показывающие число одинаковых структурных элементов.

Локанты — цифры или буквы, показывающие порядок сочленения составных частей молекулы.

Разделительные знаки — дефисы, запятые, точки, скобки.

**При составлении названия по номенклатуре IUPAC последовательно выполняют следующие правила.**

Находят старшую характеристическую группу и выбирают для нее обозначение в суффиксе.

Выявляют и называют основную цепь или основную циклическую структуру, к которой примыкает основная характеристическая группа. При этом руководствуются следующим старшинством структурных фрагментов: характеристические группы в порядке уменьшения старшинства (те, для которых предусмотрено упоминание в суффиксе), двойная связь, тройная связь, остальные префиксные заместители в алфавитном порядке.

Определяют кратность связей, используя для ее указания суффиксы «ан», «ен» и «ин», а в рядах карбо- или гетероциклических — префиксы «дигидро», «тетрагидро» и т. д.

Определяют характер заместителей (боковые цепи и младшие заместители) и располагают их обозначения в алфавитном порядке в префиксной части названия.

Определяют умножающие префиксы, учитывая, что они не влияют на алфавитный порядок размещения префиксов.

Проводят нумерацию основной цепи или основной циклической структуры, при этом главная характеристическая группа должна иметь наименьший номер. Локанты ставятся перед названием основной структуры (2-бутанол, 3-гексанол), перед префиксами (3-хлорбутанол-1), перед или после суффикса, к которым они относятся (3-гексен-2-он, 3-гексанон-2).

### Названия углеродных цепей

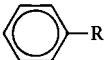
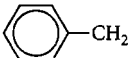
Цепь	Главная	Боковая (углеводородный радикал)
C	мет	метил
C <sub>2</sub>	эт	этил
C <sub>3</sub>	проп	пропил
C <sub>4</sub>	бут	бутил
C <sub>5</sub>	пент	пентил

Цепь	Главная	Боковая (углеводородный радикал)
C <sub>6</sub>	гекс	гексил
C <sub>7</sub>	гепт	гептил
C <sub>8</sub>	окт	октил
C <sub>9</sub>	нон	нонил
C <sub>10</sub>	дек	децил

### Насыщенность связей

C—C	C=C	C≡C
ан	ен	ин

### Названия некоторых углеводородных радикалов


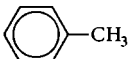
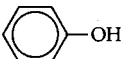
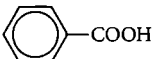
Изопропил	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> CH—
Втор-бутил	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> (CH <sub>3</sub> )CH—
Изобутил	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> CHCH <sub>2</sub> —
Трет-бутил	(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> C—
Винил	CH <sub>2</sub> =CH—
Аллил	CH <sub>2</sub> =CH—CH <sub>2</sub> —
Этинил	HC≡C—
Фенил	 —R
Бензил	 —CH <sub>2</sub>

**Числовые приставки (указывают число одинаковых структурных элементов)**

1	моно	моноокис
2	ди	бис
3	три	трис

4	тетра	тетраокис
5	пента	пентакис
6	гекса	гексакис

**Названия ароматических соединений**

			
$C_6H_6$ бензол	$C_6H_5CH_3$ толуол	$C_6H_5OH$ фенол	$C_6H_5COOH$ бензойная кислота

**ГОМОЛОГИЧЕСКИЙ РЯД**

Гомологи- ческий ряд	<p>Гомологический ряд образуют соединения, отличающиеся друг от друга на группу <math>-CH_2-</math> и обладающие сходными химическими свойствами.</p> <p>Пример гомологического ряда — ряд предельных углеводородов (алканов). Простейший представитель — метан <math>CH_4</math>.</p> <p>Гомологи метана: этан <math>C_2H_6</math>, пропан <math>C_3H_8</math>, бутан <math>C_4H_{10}</math>, пентан <math>C_5H_{12}</math>, гексан <math>C_6H_{14}</math>, гептан <math>C_7H_{16}</math> и т. д.</p> <p>Зная свойства одного из членов гомологического ряда, можно сделать выводы о свойствах других представителей того же ряда.</p>
Гомологи- ческая разность	<p>Группа <math>CH_2</math> <b>Формула последующего гомолога</b> может быть получена прибавлением к формуле предыдущего углеводорода гомологической разности.</p> <p>Состав молекул всех членов гомологического ряда может быть выражен одной общей формулой. Например для предельных углеводородов:</p> <p><math>C_nH_{2n} + 2</math>, где <math>n</math> — число атомов углерода.</p>

**ИЗОМЕРИЯ**

**Изомерия** — существование нескольких различных веществ, которым соответствует одна и та же молекулярная формула.

Эти вещества называют **изомерами**.

**Виды изомерии:**

- структурная изомерия (изомерия углеродного скелета, положения кратных связей и заместителей). Структурные изомеры имеют различные структурные формулы и принадлежат к одному классу органических соединений;
- пространственная изомерия:
  - поворотная (конформационная);
  - геометрическая (цис-транс);
  - оптическая.

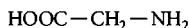
**Структурная изомерия.**

Выделяют три группы структурных изомеров:

- изомерия функциональных групп (соединения содержат различные функциональные группы и относятся к различным классам органических соединений), например:

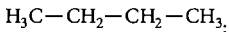


нитроэтан

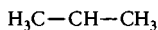


аминоуксусная кислота (глицин)

- изомерия углеродного скелета, например:

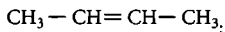


бутан

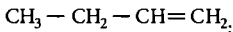


2-метилпропан (изобутан)

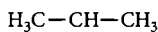
- изомерия положения (соединения отличаются положением заместителя или кратной связи в молекуле), например:



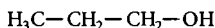
бутен-2



бутен-1



пропанол-2



пропанол-1

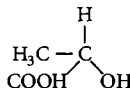
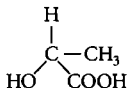
**Пространственная изомерия (стереоизомерия).**

Существует два типа стереоизомеров:

- оптическая изомерия (энантиомерия) — характерна для молекул, зеркальные изображения которых не совместимы друг с другом.

Таким свойством обладают молекулы, имеющие асимметрический центр — атом углерода, связанный с четырьмя различными заместителями.

Например, в виде двух оптических изомеров существует молекула молочной кислоты  $\text{CH}_3 - \text{CH}(\text{OH}) - \text{COOH}$ , содержащая один асимметрический центр:



- геометрическая изомерия (диастереомерия) — характерна для соединений, содержащих двойную связь или цикл. В таких молекулах часто возможно провести условную плоскость таким образом, что заместители у различных атомов углерода могут оказаться по одну сторону (цис-) или по разные стороны (транс-) от этой плоскости.

Различают  $\sigma$ - и  $\pi$ -диастереомеры.

$\sigma$ -диастереомеры отличаются друг от друга конфигурацией части имеющих в них элементов хиральности. Например, диастереомерами являются (+)-винная кислота и мезо-винная кислота, D-глюкоза и D-манноза.

$\pi$ -диастереомеры называются также геометрическими изомерами, отличаются друг от друга различным пространственным расположением заместителей относительно плоскости двойной связи (чаще всего  $\text{C}=\text{C}$  и  $\text{C}=\text{N}$ ) или цикла. К ним относятся, например, maleиновая и фумаровая кислоты.

# БИОЛОГИЯ

## Цитология

**Цитология** — раздел биологии, изучающий живые клетки, их органеллы, их строение, функционирование, процессы клеточного размножения, старения и смерти.

### Элементный состав организмов

**Органогенные элементы**, преобладающие в составе организмов: углерод, водород, кислород, азот.

**По количественному составу в организме присутствуют:** макроэлементы (от 1 % и выше), кроме органогенных элементов к этой группе принадлежат кальций и фосфор; олигоэлементы (0,1—1 %): калий (K), натрий (Na), хлор (Cl), сера (S), магний (Mg), железо (Fe); микроэлементы (меньше, чем 0,01 %): йод (I), кобальт (Co), марганец (Mn), купрум (Cu), молибден (Mo), цинк (Zn), фтор (F), бром (Br) и т. п. ультрамикроэлементы: некоторые организмы могут содержать и такие химические элементы, как свинец (Pb), серебро (Ag), золото (Au) и др., но их содержание незначительно.

**Органические соединения:** углеводы; липиды; белки; нуклеиновые кислоты.

### Углеводы

**Углеводы (сахариды)** — общее название обширного класса природных органических соединений вида  $C_n(H_2O)_m$ ; атомы водорода и кислорода в молекулах углеводов присутствуют в таком же отношении, как и в молекуле воды.

Углеводы (глюкоза) образуются в хлоропластах растений из воды и атмосферного углекислого газа на свету в процессе фотосинтеза.

#### Биологические функции углеводов

Энергетическая	При полном окислении 1 г глюкозы к $CO_2$ и $H_2O$ в процессе клеточного дыхания высвобождается 17,2 кДж энергии.
Пластическая	Углеводы хранятся в виде запаса питательных веществ, а также входят в состав сложных молекул, например пентозы (рибоза и дезоксирибоза), участвуют в построении АТФ, ДНК и РНК.
Структурная	Углеводы участвуют в построении различных клеточных структур (например, клеточных мембран: у растений — целлюлоза, у грибов — хитин).
Резервная (накопительная)	Резерв глюкозы (запасное вещество: у растений — крахмал; у животных — гликоген).

Защитная (у растений)	Стенки мертвых клеток растений образуют защитные выросты — шипы, колючки и т. д.
Обеспечение осмотического давления	Участвуют в обеспечении осмотического давления и осморегуляции. Так, в крови содержится 100—110 мг/% глюкозы. От концентрации глюкозы зависит осмотическое давление крови.
Рецепторная	Многие олигосахариды входят в состав воспринимающей части клеточных рецепторов или молекул-лигандов.

По способности к гидролизу на мономеры углеводы делятся на: простые (моносахариды); сложные (олигосахариды и полисахариды).

**Простые углеводы** легко растворяются в воде и синтезируются в зеленых растениях.

**Сложные углеводы**, в отличие от простых, способны гидролизоваться с образованием простых углеводов, мономеров.

**Олигосахариды** — это олигомеры, состоящие из нескольких (не более 20) мономеров — моносахаридов, связанных между собой гликозидной связью.

В отличие от олигосахаридов, **полисахариды** состоят из десятков, сотен или тысяч моносахаридов.

Весьма важным и широко распространенным частным случаем олигосахаридов являются **дисахариды** — димеры, состоящие из двух молекул моносахаридов.

**Моносахариды**. Обычно бесцветные, растворимые в воде, прозрачные твердые вещества.

Различают:

- триозы (углеродный скелет из трех атомов углерода; примеры: глицериновый альдегид и диоксиацетон);
- тетрозы (углеродный скелет из четырех атомов углерода; примеры: эритроза, треоза, тетролоза);
- пентозы (углеродный скелет из пяти атомов углерода; примеры: арабиноза, рибоза, ксилоза, дезоксирибоза, рибулоза);
- гексозы (углеродный скелет из шести атомов углерода; примеры: фруктоза, галактоза, глюкоза).

**Дисахариды**. Образуются в результате реакции конденсации между двумя моносахаридами, обычно гексозами.

Примеры: сахароза (глюкоза + фруктоза), лактоза (глюкоза + галактоза), мальтоза (глюкоза + глюкоза).

**Полисахариды**. Построены из большого числа остатков моносахаридов или их производных.

Если полисахарид содержит остатки моносахарида одного вида, его называют **гомополисахаридом**.

Если полисахарид составлен из моносахаридов двух или более видов, регулярно или нерегулярно чередующихся в молекуле, его относят к **гетерополисахаридам**.

Примеры полисахаридов:

- Крахмал — (мономер — глюкоза), откладывается в растениях как резервное питательное вещество.
- Гликоген — очень разветвленная молекула, содержит до 20 000 мономеров глюкозы; откладывается как энергетический запас в клетках животных организмов, но встречается в малых количествах и в тканях растений.
- Целлюлоза — линейная молекула, содержит до 12 000 мономеров глюкозы. Входит в состав клеточной стенки растительных клеток, выполняя структурную функцию.

- Хитин — по структуре близок к целлюлозе. Основной структурный полисахарид экзоскелета насекомых и членистоногих, а также клеточных стенок грибов.

## Липиды

**Липиды** — низкомолекулярные соединения, нерастворимые в воде (гидрофобные), но способны растворяться в органических растворителях — эфире, ацетоне и т. п. (определение, принятое в биохимии и других разделах биологии).

Также существует современное определение липидов. Это жирные кислоты, а также их производные, как по радикалу, так и по карбоксильной группе.

**Простые липиды.** Это вещества, молекулы которых состоят только из остатков жирных кислот (или альдегидов) и спиртов. Различают:

- жиры (триглицериды и другие нейтральные глицериды);
- воски (эфиры жирных кислот и жирных спиртов);
- диольные липиды (эфиры жирных кислот и этиленгликоля или других двухатомных спиртов).

**Сложные липиды.** Это комплексы липидов:

- с белками (**липопротеиды**);
- производные ортофосфорной кислоты (**фосфатиды**, или **фосфолипиды**);
- липиды, содержащие остатки сахаров (**гликолипиды**);
- содержащие остатки многоатомных спиртов — глицерина (**глицеринфосфатиды**) или сфингозина (**сфинголипиды**).

К липидам относят также некоторые вещества, не являющиеся производными жирных кислот — стерины (полициклические спирты, относящиеся к классу стероидов), некоторые терпены (углеводороды, молекулы которых построены из изопреновых звеньев  $C_5H_8$ , то есть имеют состав  $(C_5H_8)_n$ , где  $n = 2, 3, 4, \dots$ ) и некоторые другие.

### Некоторые биологические функции липидов

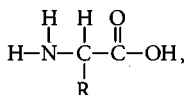
Энергетическая	При полном окислении 1 г жира вместе с $CO_2$ и $H_2O$ выделяется 38,9 кДж энергии. В количественном отношении липиды — основной энергетический резерв организма.
Источник эндогенной воды	При полном окислении 1 г жира вместе с $CO_2$ образуется 1,1 г воды.
Структурная	Ряд липидов принимает участие в образовании клеточных мембран. Типичными мембранными липидами являются фосфолипиды, гликолипиды и холестерин. Однако мембраны не содержат жиров.
Пластическая	Вследствие многочисленных преобразований холестерина происходит синтез ряда гормонов и витаминов.
Защитная	Жировые отложения в подкожной ткани и вокруг различных органов обладают высокими теплоизолирующими свойствами. Как основной компонент клеточных мембран липиды изолируют клетку от окружающей среды и за счет гидрофобных свойств обеспечивают формирование мембранных потенциалов.
Резервная	Многие животные накапливают жир для перенесения неблагоприятных условий, например зимних холодов.

Сигнальная	Стероиды, эйкозаноиды и некоторые метаболиты фосфолипидов являются гормонами, медиаторами и вторичными переносчиками (мессенджерами).
Являются ко-факторами	Принимают участие в ферментативных реакциях, например в свертывании крови или в трансмембранном переносе электронов.

## Белки

**Белки** — высокомолекулярные органические вещества, состоящие из соединенных в цепочку α-аминокислот пептидной (амидной) связью  $-\text{CO}-\text{NH}-$ .

Структурная формула аминокислоты:



где  $-\text{NH}_2$  — аминогруппа,  $-\text{COOH}$  — карбоксильная группа.

В организмах аминокислотный состав белков определяется генетическим кодом, при синтезе в большинстве случаев используется 20 стандартных аминокислот, принадлежащих, за исключением глицина, к L-ряду.

**Конформация** определяется последовательностью аминокислотных остатков и стабилизируется водородными связями между пептидными и боковыми группами аминокислотных остатков, а также гидрофобными и электростатическими взаимодействиями.

Большое влияние на конформацию оказывает взаимодействие белков с компонентами среды (вода, липиды и т. д.).

### Типы белков в зависимости от формы молекул

Глобулярные	Их молекулы свернуты в компактные глобулы сферической или эллипсоидной формы; большинство, в отличие от фибриллярных, растворимы в воде. Глобулярным белком является, например, инсулин.
Фибриллярные	Их молекулы образуют длинные волокна (фибриллы). К фибриллярным белкам относятся, например, кератин и коллаген.
Мембранные белки	Имеют пересекающие клеточную мембрану домены, но части их выступают из мембраны в межклеточное окружение и цитоплазму клетки. Мембранные белки осуществляют передачу сигналов, а также обеспечивают трансмембранный транспорт различных веществ.

В зависимости от состава различают **простые** и **сложные** белки.

**Простые белки.** Построены из остатков α-аминокислот. При гидролизе распадаются только на аминокислоты.

По растворимости в воде и солевых растворах условно подразделяют на несколько групп: протамины, гистоны, альбумины, глобулины, проламины, глютелины.

**Сложные белки (протеиды, холопротеины).** Двухкомпонентные белки, в которых, помимо пептидных цепей (простого белка), содержится компонент неаминокислотной природы — простетическая группа.

В качестве простетической группы могут выступать различные органические (липиды, углеводы) и неорганические (металлы) вещества.

При гидролизе, кроме свободных аминокислот, освобождается небелковая часть или продукты ее распада.

В зависимости от химической природы простетических групп белки подразделяют на следующие основные классы:

- **Гликопротеиды** содержат в качестве простетической группы ковалентно связанные углеводные остатки (подкласс — протеогликианы с мукополисахаридными простетическими группами).

В образовании связи с углеводными остатками обычно участвуют гидроксильные группы серина или треонина. Большая часть внеклеточных белков, в частности иммуноглобулины — гликопротеиды.

В протеогликах углеводная часть составляет ~95 %, они являются основным компонентом межклеточного матрикса.

- **Липопротеиды** содержат в качестве простетической части нековалентно связанные липиды. Липопротеиды образованы белками-аполипопротеинами, связывающимися с ними липидами, и выполняют функцию транспорта липидов.
- **Металлопротеиды** содержат негемовые координационно связанные ионы металлов. Среди металлопротеидов есть белки, выполняющие депонирующие и транспортные функции (например, железосодержащие ферритин и трансферрин) и ферменты (например, цинксодержащая карбоангидраза и различные супероксиддисмутазы, содержащие в качестве активных центров ионы меди, марганца, железа и других металлов).
- **Нуклеопротеиды**, содержащие нековалентно связанные ДНК или РНК, в частности, хроматин, из которого состоят хромосомы.
- **Фосфопротеиды** содержат в качестве простетической группы ковалентно связанные остатки фосфорной кислоты. В образовании сложноэфирной связи с фосфатом участвуют гидроксильные группы серина или треонина. Фосфопротеинами являются, в частности, казеин молока.
- **Хромопротеиды** — собирательное название сложных белков с окрашенными простетическими группами различной химической природы.

К ним относятся множество белков с металлсодержащей порфириновой простетической группой, выполняющие разнообразные функции — гемопотеины (белки, содержащие в качестве простетической группы гем — гемоглобин, цитохромы и др.), хлорофиллы; флавопротеиды с флавиновой группой и др.

#### Свойства и функции некоторых важнейших белков

Название	Молекулярная масса	Количество аминокислотных остатков	Функции
Гемоглобин	64 500	574	Находится в эритроцитах крови, участвует в газообмене.
Лизоцим	14 600	129	Является ферментом, разрушающим оболочки бактериальных клеток; содержится в слюне, слезах, слизистой оболочке носа.
Альбумин	69 000	584	Присутствует в плазме крови, связывает и переносит молекулы многих веществ.

## СТРУКТУРА БЕЛКА

**Первичная структура** определяется последовательностью и видом аминокислотных остатков.

Химические связи — ковалентные пептидные.

**Вторичная структура** определяется типом укладки полипептидной цепи (наиболее часто встречающиеся типы — правая  $\alpha$ -спираль и  $\beta$ -структура).

Химические связи — нековалентные водородные.

**Третичная структура** определяется расположением полипептидной цепи в пространстве.

В молекулах глобулярных белков большая часть гидрофобных остатков скрыта внутри глобулы, а полярные группировки располагаются на ее поверхности в гидратированном состоянии.

Третичная структура многих белков состоит из нескольких компактных глобул — доменов. Между собой домены обычно связаны «тонкими перемычками» — вытянутыми полипептидными цепями.

Химические связи — ковалентные (дисульфидные мостики между аминокислотами; нековалентные водородные между R-группами аминокислот); ионные (между полярными R-группами), гидрофобные (между неполярными R-группами).

**Четвертичная структура** определяет способ объединения и расположения в пространстве нескольких полипептидных цепей, не связанных между собой ковалентно.

Химические связи между отдельными субъединицами — водородные, ионные, гидрофобные и т. д.

## ФУНКЦИИ БЕЛКОВ

**Структурная.** Придают форму клеткам и многим органеллам и участвуют в изменении формы клеток.

Большинство структурных белков являются филаментозными белками: например, мономеры актина и тубулина — это глобулярные, растворимые белки, но после полимеризации они формируют длинные нити, из которых состоит цитоскелет, позволяющий клетке поддерживать форму.

Коллаген и эластин — основные компоненты межклеточного вещества соединительной ткани (например, хряща), а из другого структурного белка (кератина) состоят волосы, ногти, перья птиц и некоторые раковины.

**Каталитическая.** Ферменты (энзимы) — белковые молекулы.

Обеспечивают осуществление всех химических реакций в организме:

- оксидоредуктазы катализируют окисление или восстановление (например, каталаза, алкогольдегидрогеназа);
- трансферазы катализируют перенос химических групп с одной молекулы субстрата на другую. Выделяют киназы, переносящие фосфатную группу, как правило, с молекулы АТФ;
- гидролазы, катализирующие гидролиз химических связей (например, эстеразы, пепсин, трипсин, амилаза, липопротеинлипаза);
- лиазы катализируют разрыв химических связей без гидролиза с образованием двойной связи в одном из продуктов;
- изомеразы катализируют структурные или геометрические изменения в молекуле субстрата;
- лигазы катализируют образование химических связей между субстратами за счет гидролиза АТФ.

**Защитная.** Существуют несколько видов защитных функций белков:

- **физическая защита** с участием коллагена, образующего основу межклеточного вещества соединительных тканей (в том числе костей, хряща, сухожилий и глубоких слоев кожи); кератина, составляющего основу роговых щитков, волос, перьев, рогов и других производных эпидермиса. Обычно такие белки рассматривают как белки со структурной функцией;
- **химическая защита** — связывание токсинов белковыми молекулами например ферментами печени;
- **иммунная защита** с участием белков крови и других биологических жидкостей, участвующих в защитном ответе организма на повреждение и на атаку патогенов.

**Регуляторная.** Регуляторная (часто отдельно рассматривают сигнальную функцию, — способность белков передавать сигналы между клетками, тканями, органами и разными организмами. Сигнальную функцию выполняют белки-гормоны, цитокины, факторы роста и др.

Многие процессы внутри клеток регулируются белковыми молекулами, не служащими ни источником энергии, ни строительным материалом для клетки. Эти белки регулируют транскрипцию, трансляцию, сплайсинг, а также активность других белков и т. д.

Регуляторную функцию белки осуществляют либо за счет ферментативной активности (например, протеинкиназы), либо за счет специфического связывания с другими молекулами, как правило, влияющего на взаимодействие с этими молекулами ферментов.

Например, гормоны инсулин и глюкагон регулируют уровень глюкозы в крови.

**Транспортная.** Растворимые белки, участвующие в транспорте малых молекул, должны иметь высокое сродство к субстрату, когда он присутствует в высокой концентрации, и легко его высвободить в местах низкой концентрации субстрата.

Например, гемоглобин и миоглобин переносят кислород в крови и мышцах, альбумин переносит жирные кислоты; ряд мембранных белков осуществляет активный транспорт веществ сквозь мембраны.

**Запасная.** Резервные белки запасаются в качестве источника энергии и вещества в семенах растений и яйцеклетках животных.

**Двигательная.** Белки обеспечивают движения организма (например, сокращение мышц, в том числе локомоцию (миозин), перемещение клеток внутри организма (например, амeboидное движение лейкоцитов), движение ресничек и жгутиков, а также активный и направленный внутриклеточный транспорт (кинезин, динеин).

**Опорная.** Коллаген — главный компонент хрящей и сухожилий, эластин — связок, оссеин — костей.

**Энергетическая.** При полном окислении 1 г белка вместе с  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  высвобождается 17,2 кДж энергии.

## Нуклеиновые кислоты

**Нуклеиновые кислоты** — высокомолекулярные органические соединения, биополимеры (полинуклеотиды), образованные остатками нуклеотидов.

### Строение нуклеотидов

Нуклеотиды	Молекула нуклеотида состоит из трех частей: <ul style="list-style-type: none"> <li>• остаток пентозы,</li> <li>• остаток азотистого основания,</li> <li>• остаток фосфорной кислоты.</li> </ul>
------------	---

В зависимости от вида пентозы различают:			
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>рибонуклеиновые кислоты (РНК)</b> (содержат рибозу); <b>Рибоза</b> — моносахарид из группы пентоз с эмпирической формулой <math>C_5H_{10}O_5</math>.</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>дезоксирибонуклеиновые кислоты (ДНК)</b> (содержат дезоксирибозу). <b>Дезоксирибоза</b> — моносахарид (альдопентоза), эмпирическая формула <math>C_5H_{10}O_4</math>. Содержит пять атомов углерода и альдегидную группу в линейной структуре. Это вещество — производное рибозы, где гидроксильная группа у второго атома углерода замещена водородом с потерей атома кислорода (отсюда название «дезокси»).</li></ul>	
Различают четыре вида азотистых оснований:			
Относящиеся к классу пуринов (в молекуле пуринов имеется два кольца)		Относящиеся к классу пиримидинов (в молекуле пиримидинов имеется одно кольцо)	
Аденин (А)	Гуанин (Г)	Цитозин (Ц)	Тимин (Т) или урацил (У) — соответственно в ДНК или РНК. Тимин химически близок к урацилу (представляет собой 5-метилурацил, т. е. урацил, в котором у 5-го углеродного атома стоит метильная группа).

Соединения, состоящие из двух нуклеотидных молекул, называются **динуклеотидами**, из трех — **тринуклеотидами**, из небольшого числа — **олигонуклеотидами**, а из многих — **полинуклеотидами**, или нуклеиновыми кислотами.

### Сравнительная характеристика нуклеиновых кислот

	ДНК	РНК
Пространственная структура	Двойная спираль, образованная двумя антипараллельными полинуклеотидными цепями, соединенными между собой водородными связями, возникающими между парами азотистых основ	Одна полинуклеотидная цепь, закрученная в спираль
Мономер	Нуклеотид	Нуклеотид
Остаток пентозы в нуклеотидах	Дезоксирибоза	Рибоза
Остаток азотистой основы в нуклеотидах	Аденин (А), гуанин (Г), цитозин (Ц), тимин (Т)	Аденин (А), гуанин (Г), цитозин (Ц), урацил (У)
Комплементарные азотистые основания	А—Т; Г—Ц	

	ДНК	РНК
Расположение в клетке	Ядро. Митохондрии и пластиды имеют собственную, внеядерную ДНК	Разные виды РНК имеют разную локализацию в клетке
Способ синтеза	Редупликация — удвоение ДНК перед делением клетки. Синтез осуществляется по принципу комплементарности. Первая цепь: Т Г Ц Т А Г Г Вторая цепь: А Ц Г А Т Ц Ц	Транскрипция — информационная РНК (и-РНК) синтезируется на одной из цепей ДНК по принципу комплементарности (А—В; Г—Ц) ДНК: Т Г Г Ц А Ц А Г и-РНК: А Ц Ц Г У Г У Ц
Функции	Сохранение и передача наследственной информации дочерним клеткам во время деления материнской	Разные виды РНК выполняют разные функции

### Виды РНК

Вид РНК	Местонахождение в клетке	Функция	Строение
Информационная (иначе матричная) РНК (и-РНК, м-РНК)	Синтезируется в ядре, затем переносится в цитоплазму	Переносит генетическую информацию от ДНК к месту синтеза белка	Копия определенного участка ДНК
Транспортная РНК (т-РНК)	Синтезируется в ядре, функционирует в цитоплазме	Связывается с аминокислотами и транспортирует их к месту синтеза белковых молекул. Для каждой аминокислоты существует специфическая т-РНК	Акцепторный участок, к которому присоединяются аминокислота и антикодон — последовательность трех нуклеотидов (триплет), комплементарный кодону и-РНК, что отвечает аминокислоте, которая транспортируется
Рибосомальная РНК (р-РНК)	Синтезируется в ядрышке, затем формирует рибосомы	Обеспечивает определенное пространственное расположение и взаимодействие и-РНК и т-РНК, связанной с соответствующей аминокислотой. Белки, связанные с р-РНК, катализируют образование пептидных связей в синтезированном полипептиде	В комплексе с белком образует рибосомы

## АТФ (аденозинтрифосфорная кислота)

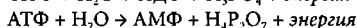
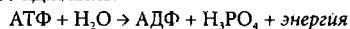
АТФ (эмпирическая формула  $C_{10}H_{16}N_5O_{13}P_3$ ) — нуклеотид, играет важную роль в обмене энергии и веществ в организмах; в первую очередь соединение известно как универсальный источник энергии для всех биохимических процессов.

**Состоит из трех компонентов:**

- остаток пентозы — рибоза;
- остаток азотистой основы — аденин;
- цепочка из остатков трех молекул фосфорной кислоты.

АТФ является макроэргическим соединением, содержащим связи, при гидролизе которых происходит освобождение значительного количества энергии.

Гидролиз макроэргических связей молекулы АТФ, сопровождаемый отщеплением одного или двух остатков фосфорной кислоты, приводит к выделению, по различным данным, от 40 до 60 кДж/моль.



Вывсвобожденная энергия используется в разнообразных процессах, протекающих с затратой энергии.

## Клетка. Организмы

**Клетка** — элементарная единица строения и жизнедеятельности всех живых организмов (кроме вирусов, о которых нередко говорят как о неклеточных формах жизни), обладающая собственным обменом веществ, способная к самостоятельному существованию, самовоспроизведению и развитию.

Все организмы либо состоят из множества клеток (животные, растения и грибы), либо являются одноклеточными (простейшие и бактерии).

**Клеточная теория** утверждает единство принципа строения и развития мира растений, животных и остальных живых организмов с клеточным строением, в котором клетка рассматривается в качестве общего структурного элемента живых организмов.

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СОВРЕМЕННОЙ КЛЕТОЧНОЙ ТЕОРИИ

Клетка — элементарная структурная и функциональная единица живых организмов.

Клетки всех организмов принципиально схожи между собой по строению, химическому составу, основным процессам жизнедеятельности, что отображает единство происхождения всех живых организмов.

Все клетки образовались исключительно вследствие деления других клеток.

У многоклеточных организмов, развивающихся из одной клетки (споры, зиготы), клетки разных типов формируются путем специализации в течение онтогенеза (индивидуального развития).

В многоклеточных организмах клетки образуют целостные интегрированные системы тканей и органов, связанных между собой и подчиняющихся нейрогуморальной и иммунной регуляции.

## Формы организации жизни

### Клеточные организмы:

- **Прокариоты** — одноклеточные организмы, не имеющие ядра, кольцевая ДНК размещена в цитоплазме (бактерии, цианобактерии).
- **Эукариоты** — организмы, клетки которых имеют ядро. В цитоплазме много оргanelл (растения, животные, грибы).

### Неклеточные организмы:

- **Вирусы** — внутриклеточные паразиты, комплексы белка и нуклеиновой кислоты.

## Строение клетки эукариотов

<b>Поверхностный аппарат</b>	
Состоит из плазматической мембраны ( <b>плазмолеммы</b> ), <b>надмембранного</b> и <b>подмембранного</b> комплексов.	
<b>Плазмолемма</b>	<p>Двойной слой, образованный молекулами липидов (фосфолипиды, холестерин). Молекулы липидов имеют гидрофильную («головка») и гидрофобную («хвост») часть. При образовании мембран «хвосты» молекул оказываются обращены внутрь, а «головки» — наружу. Молекулы белков, находящиеся в бислое липидов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• интегральные — пронизывающие мембрану насквозь;</li> <li>• полуинтегральные — погруженные одним концом во внешний или внутренний липидный слой;</li> <li>• поверхностные — расположенные на внешней или прилегающие к внутренней сторонам мембраны.</li> </ul> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• барьерная (окружает клетку, определяет ее размер, защищает от внешних влияний);</li> <li>• транспортная (обеспечивает процессы обмена с окружающей средой путем диффузии, пассивного и активного транспорта);</li> <li>• функция движения посредством образования псевдо-, фило- и ламеллоподий, плазмолемма может принимать участие в фагоцитозе и пиноцитозе;</li> <li>• рецепторная (обеспечивает межклеточные контакты в многоклеточных организмах).</li> </ul>
<b>Надмембранный комплекс</b>	<p>У животных — <b>гликокаликс</b>, расположенный над плазмолеммой, содержит клеточные рецепторы; образован из полисахаридов и белков.</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• рецепторная,</li> <li>• маркерная,</li> <li>• участвует в обеспечении избирательности транспорта веществ и пристеночном (примембранном) пищеварении.</li> </ul> <p>У растений — <b>клеточная стенка</b>, покрывает плазмолемму и состоит (у высших растений) из целлюлозы, пектинов.</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• структурная;</li> <li>• защитная;</li> <li>• транспортная.</li> </ul> <p>У грибов — <b>клеточная стенка</b> состоит из хитина, но у разных групп грибов может содержать и другие полисахариды (целлюлоза, гликоген).</p>

<b>Подмембранный комплекс</b>	<p>Образован структурами белковой природы: содержащиеся в нем элементы цитоскелета клетки, включающего активные микрофиламенты, а также расположенные более глубоко промежуточные филаменты и микротрубочки.</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>сокращения сети микрофиламентов, связанных с белками плазмолеммы, способствуют как формированию псевдоподий и выростов цитоплазмы, так и перемещению клетки в пространстве.</li> </ul>
<p align="center"><b>Цитоплазма</b></p> <p>Внутренняя среда клетки (кроме ядра и вакуоль), ограниченная плазматической мембраной. Включает в себя <b>гиалоплазму</b> — основное прозрачное вещество цитоплазмы, находящиеся в ней обязательные клеточные компоненты — <b>органеллы</b>, а также различные непостоянные структуры — <b>включения</b>.</p>	
<b>Гиалоплазма (цитозоль, матрикс цитоплазмы)</b>	<p>Жидкая или гелеобразная часть цитоплазмы, содержащая органические и неорганические растворимые в воде вещества (содержание воды — 50—90 %).</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>объединяет все клеточные структуры в функциональное целое, обеспечивая их взаимодействие;</li> <li>осуществляет транспорт веществ внутри клетки;</li> <li>здесь происходит ряд химических реакций.</li> </ul>
<p align="center"><b>Органеллы</b></p> <p>Постоянные компоненты клетки, имеющие определенное строение и выполняющие определенные функции.</p>	
<b>Одномембранные</b>	Эндоплазматическая сеть, комплекс Гольджи, лизосомы, вакуоли
<b>Двумембранные</b>	Митохондрии, пластиды
<b>Немембранные</b>	Рибосомы, клеточный центр
<p align="center"><b>Ядро</b></p> <p>Один из структурных компонентов эукариотической клетки, содержащий генетическую информацию (молекулы ДНК). В ядре происходит репликация — удвоение молекул ДНК, а также транскрипция — синтез молекул РНК на молекуле ДНК. В ядре же синтезированные молекулы РНК подвергаются ряду модификаций, после чего выходят в цитоплазму. Образование субъединиц рибосом также происходит в ядре в специальных образованиях — ядрышках.</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>сохраняет наследственную информацию и в процессе деления передает ее дочерним клеткам;</li> <li>в ядрышке формируются рибосомы;</li> <li>регулирует биохимические, физиологические и морфологические процессы, происходящие в клетке.</li> </ul>	
<b>Ядерная оболочка</b>	<p>Образована двумя мембранами, пронизанными порами (не являются отверстиями, а представляют собой сложную белковую структуру, организованную несколькими десятками специализированных белков).</p> <p><b>Функции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>отделяет содержимое ядра от цитоплазмы;</li> <li>осуществляет обмен веществ между ядром и цитоплазмой (выход и-РНК, рибосомных субчастиц и т. п.).</li> </ul>

<b>Нуклеоплазма</b> (ядерный сок)	Жидкое содержимое ядра. <b>Функция:</b> в нее погружены хроматин и ядрышко.
<b>Хроматин</b>	Это молекулы хромосомной ДНК в комплексе со специфическими белками, необходимыми для осуществления процессов хранения, репликации и реализации генетического материала. Основную массу хроматина составляют «белки хранения», так называемые гистоны. Из этих белков построены <b>нуклеосомы</b> — структуры на которые намотаны нити молекул ДНК. <b>Функция:</b> носитель наследственной информации.
<b>Ядрышко</b>	Округлая структура внутри ядра. <b>Функция:</b> синтез рибосом (синтез р-РНК происходит в ядрышке, а рибосомные белки поступают из цитоплазмы).

### Органеллы эукариот

Организмы	Органелла	Основная функция	Особенности
Все эукариоты	Эндоплазматический ретикулум	Трансляция и свертывание новых белков (гранулярный эндоплазматический ретикулум), синтез липидов (агранулярный эндоплазматический ретикулум)	Гранулярный эндоплазматический ретикулум свернут, как мешок; на его поверхности находится большое количество рибосом. Агранулярный эндоплазматический ретикулум свернут в трубочки.
Все эукариоты	Аппарат Гольджи	Сортировка и преобразование белков	Асимметричен — цистерны, располагающиеся ближе к ядру клетки (цис-Гольджи) содержат наименее зрелые белки, а от транс-Гольджи отпочковываются пузырьки, содержащие полностью зрелые белки.
Большинство эукариот	Митохондрия*	Производство энергии	Имеют собственную митохондриальную ДНК; предполагают, что митохондрии возникли в результате симбиогенеза.
Эукариоты, более выражена у растений	Вакуоль	Запасная, поддержание гомеостаза, в клетках растений — поддержание формы клетки (тургор)	Выполняет функции секреции, экскреции, хранения запасных веществ и воды, аутофагии, автолиза и т. д. Во многих зрелых клетках растений вакуоли составляют более половины объема клетки. Одна из важных функций растительных вакуолей — накопление ионов и поддержание тургора (тургорного давления).

Организмы	Органелла	Основная функция	Особенности
Все эукариоты	Ядро	Хранение ДНК, транскрипция РНК	Содержит основную часть генома.
Эукариоты, прокариоты	Рибосомы	Синтез белка на основе матричных РНК при помощи транспортных РНК	В эукариотических клетках рибосомы располагаются на мембранах эндоплазматического ретикулума, но могут быть локализованы и в некрепленной форме в цитоплазме. Нередко с одной молекулой м-РНК ассоциировано несколько рибосом ( <b>полирибосома</b> ). Синтез рибосом у эукариот происходит в ядрышке.
Все эукариоты	Везикулы	Запасают или транспортируют питательные вещества	Везикула способна слиться с внешней мембраной и выпустить свое содержимое в пространство вне клетки. Некоторые везикулы способны образовываться из частей плазматической мембраны.
Большинство эукариот	Лизосомы	Мелкие лабильные образования, содержащие ферменты, в частности гидролазы, принимающие участие в процессах переваривания фагоцитированной пищи и автолиза (саморастворение органелл)	Один из видов везикул. Один из признаков лизосом — наличие в них ряда ферментов (кислых гидролаз), способных расщеплять белки, углеводы, липиды и нуклеиновые кислоты.
Все эукариоты	Центриоли (клеточный центр)	Центр организации цитоскелета. Необходим для процесса клеточного деления (равномерно распределяет хромосомы)	В делящихся клетках принимают участие в формировании веретена деления и располагаются на его полюсах. В неделящихся клетках центриоли часто определяют полярность клеток эпителия и располагаются вблизи комплекса Гольджи.
Животные	Меланосома	Хранение пигмента	Содержат меланин и другие светопоглощающие пигменты.
Животные	Миофибриллы	Сокращение мышечных волокон	Находятся в клетках поперечнополосатых мышц. Миофибрилла — нитевидная структура, состоящая из саркомеров. Каждый саркомер имеет длину около 2 мкм и содержит два типа белковых филаментов: тонкие микрофиламенты из актина и толстые филаменты из миозина.

Организмы	Органелла	Основная функция	Особенности
Растения, протисты	Хлоропласты (Пластиды)	Фотосинтез	Имеют собственную ДНК; предполагают что хлоропласты возникли из цианобактерий в результате симбиогенеза.

\* Митохондриям и хлоропластам присуща частичная генетическая автономность, поскольку они имеют собственную кольцевую ДНК и аппарат белкового синтеза: рибосомы, рРНК и соответствующие ферменты, что позволяет им размножаться в клетке путем деления, напоминающего деление клеток прокариотов.

Особенности этих органелл объясняет Протосимбиотическая теория, в соответствии с которой митохондрии и хлоропласты возникли в ходе эволюции эукариотических клеток из прокариотов-симбионтов. Древние аэробные бактерии, попавшие в анаэробные клетки, дали последним способность использовать кислород для полного окисления органических веществ с аккумуляцией энергии в молекулах АТФ (митохондрии), а примитивные цианобактерии — способность к фотосинтезу и образованию кислорода (хлоропласты).

## КЛЕТОЧНЫЙ ЦИКЛ. МИТОЗ. МЕЙОЗ. АМИТОЗ

**Клеточный цикл** — это период существования клетки от момента ее образования путем деления материнской клетки до собственного деления или смерти.

Клеточный цикл эукариот состоит из двух периодов.

- Интерфаза**, во время которой идет синтез ДНК и белков и осуществляется подготовка к делению клетки. Интерфаза в свою очередь состоит из нескольких периодов:
  - $G_1$ -фазы или фазы начального роста;
  - S-фазы;
  - $G_2$ -фазы, в течение которой идет подготовка к митозу.
- Фаза М** (митоз, период клеточного деления), включающий две стадии:
  - кариокинез (деление клеточного ядра);
  - цитокинез (деление цитоплазмы).

На фазе М различают несколько этапов. Все стадии и этапы образуют динамическую последовательность.

**Биологическое значение митоза:**

- дочерние клетки генетически идентичны материнской;
- в результате у обеих образовавшихся клеток столько же хромосом, сколько было в материнской;
- деление соматических клеток — один из главных механизмов роста, регенерации и замещения клеток;
- основа неполового размножения.

Идентичность хромосом обеспечивает репликация ДНК, неизменность их количества — репликация ДНК и образование веретена деления, обеспечивающего равномерное распределение хромосом.

**Мейоз** (редукционное деление) — особый способ деления эукариотических клеток, вследствие которого хромосомный набор в дочерних клетках уменьшается вдвое. Стоит из двух последовательных делений ядра и короткой интерфазы между ними.

## Сравнительная характеристика митоза и мейоза

Митоз	Мейоз
Деление соматических клеток	Образование гамет
Удвоение ДНК и одно деление	Удвоение ДНК и два последовательных деления (интерфаза между двумя делениями сокращена или отсутствует)
Образуются две клетки	Образуются четыре клетки
В дочерних клетках диплоидный набор хромосом ( $2n$ )	В дочерних клетках гаплоидный набор хромосом ( $n$ )
Дочерние клетки генетически идентичны материнской	Дочерние клетки могут отличаться по наследственной информации от материнской клетки и между собой
Обеспечивает генетическую стабильность организма, рост, регенерацию утраченных частей и замещение клеток; является основой неполового размножения	Является основой полового размножения. Обеспечивает постоянность кариотипа видов, размножающихся половым путем.

**Амитоз** — прямое деление интерфазного ядра путем перетяжки без образования хромосом и веретена деления; может сопровождаться делением клетки или ограничиваться делением ядра без распределения цитоплазмы, что приводит к образованию двух- и многоядерных клеток.

### Клеточный цикл

Период существования клетки от одного деления до другого или от деления до гибели (для высокоспециализированных клеток, потерявших способность к делению).

<b>Интерфаза</b>	Период между двумя делениями клетки или от деления клетки до ее гибели (нейроны, специализированные клетки большинства тканей высших растений). Сигнал к началу деления — достижение клеткой определенного размера, при котором изменяется ядерно-плазменное соотношение (объем цитоплазмы увеличивается, а объем ядра остается постоянным). Интерфаза состоит из нескольких периодов.	<b>G<sub>1</sub>-фаза</b> , или фаза начального роста: активный рост клетки; синтез РНК, белков, обеспечивающих жизнедеятельность клетки. Хроматин заполняет весь объем ядра
		<b>S-фаза</b> : удвоение (репликация) ДНК; у хромосом формируется вторая хроматида (из новой ДНК), при этом количество хромосом не изменяется, также происходит удвоение центриолей (если есть)
		<b>G<sub>2</sub>-фаза</b> , во время которой идет подготовка к митозу. У дифференцировавшихся клеток, которые больше не делятся, в клеточном цикле может отсутствовать G <sub>1</sub> фаза. Такие клетки находятся в фазе покоя G <sub>0</sub> .

<b>Митоз</b>	<p>Основной способ деления клеток эукариотов — удвоение наследственного материала и равномерное распределение его между дочерними клетками.</p> <p>Митоз включает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• синтез белков, необходимых для деления;</li> <li>• увеличение количества некоторых органелл (митохондрий, пластид);</li> <li>• накопление энергии в виде молекул АТФ;</li> <li>• удвоение клеточного центра (у животных).</li> </ul>	<p><b>Профаза:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• конденсация хромосом внутри ядра и образование веретена деления в цитоплазме клетки;</li> <li>• распад ядрышка (характерное, но не обязательное для всех клеток событие).</li> </ul> <p>Условно за начало профазы принимается момент возникновения микроскопически видимых хромосом вследствие конденсации внутриядерного хроматина.</p> <p><b>Прометафаза:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• распад ядерной мембраны;</li> <li>• ядерная оболочка фрагментируется на мелкие вакуоли, а поровые комплексы исчезают;</li> <li>• после разрушения ядерной мембраны хромосомы без особого порядка располагаются в области ядра и приходят в движение;</li> <li>• вследствие сложных процессов каждая хромосома оказывается в плоскости метафазной пластинки.</li> </ul>
	<p>М-фазу условно подразделяют на шесть стадий, постепенно и непрерывно переходящих одна в другую. Первые пять фаз, составляющие собственно митоз:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• профаза;</li> <li>• прометафаза (метакинез);</li> <li>• метафаза;</li> <li>• анафаза;</li> <li>• телофаза (или цитотомия).</li> </ul>	<p><b>Метафаза:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• хромосомы располагаются в экваториальной плоскости веретена примерно на равном расстоянии от обоих полюсов деления, образуя метафазную пластинку;</li> <li>• к окончанию метафазы наблюдается четкое обособление сестринских хроматид, соединение между которыми сохраняется лишь в центромерных участках. Плечи хроматид располагаются параллельно друг другу, и становится отчетливо заметной разделяющая их щель.</li> </ul> <p><b>Анафаза:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• расхождение сестринских хроматид к противоположным полюсам деления клетки;</li> <li>• расходятся сами полюса деления клетки.</li> </ul> <p><b>Телофаза</b> (за ее начало принимается момент остановки разделенных сестринских хроматид у противоположных полюсов деления клетки):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• деконденсация хромосом и, следовательно, увеличение их в объеме;</li> <li>• начало реконструкции ядерной оболочки</li> </ul>

		Окончание телофазы преимущественно совпадает с разделением тела материнской клетки — цитокинезом (цитотомией). При этом образуются две или более дочерние клетки. Процессы, ведущие к разделению цитоплазмы, берут свое начало еще в середине анафазы и могут продолжаться после завершения телофазы. Митоз не всегда сопровождается разделением цитоплазмы, поэтому цитокинез не классифицируется в качестве отдельной фазы митотического деления и обычно рассматривается в составе телофазы.
--	--	---

## ОБМЕН ВЕЩЕСТВ В ОРГАНИЗМЕ

**Обмен веществ, или метаболизм** включает два взаимосвязанных процесса: ассимиляцию и диссимиляцию.

**Ассимиляция** — совокупность процессов анаболизма (биосинтеза), процессы, связанные с поглощением из окружающей среды, усвоением и накоплением веществ, которые используются организмом для синтеза собственных соединений.

По способу ассимиляции и в зависимости от вида используемой энергии и исходных веществ организмы разделяют на **автотрофы** и **гетеротрофы**.

**Диссимиляция** — совокупность реакций распада органических соединений. При этом высвобождается энергия, которая частично используется организмом при синтезе собственных органических веществ и в других энергозависимых процессах (активный транспорт, осмос, механическая работа), поэтому эти процессы называют **энергетическим обменом**.

По способу диссимиляции организмы разделяют на **анаэробные** и **аэробные**.

**Анаболизм** — совокупность химических процессов синтеза, составляющих одну из сторон обмена веществ в организме.

Анаболизм взаимосвязан с противоположным процессом — катаболизмом, так как продукты распада различных соединений могут вновь использоваться при анаболизме.

Анаболизм включает в себя процессы синтеза аминокислот, моносахаридов, жирных кислот, нуклеотидов, полисахаридов, макромолекул белков, нуклеиновых кислот, АТФ.

В результате анаболизма (пластического обмена) из питательных веществ, поступающих в клетку, строятся свойственные организму белки, жиры, углеводы, которые, в свою очередь, расходуются на создание новых клеток, их органов, межклеточного вещества.

**Катаболизм** — процесс метаболического распада, разложения на более простые вещества или окисления какого-либо вещества, обычно протекающий с высвобождением энергии в виде тепла и в виде АТФ.

Катаболические реакции лежат в основе диссимиляции: утраты сложными веществами своей специфичности для данного организма в результате распада до более простых.

**Метаболизм включает следующие стадии:**

- поглощение энергии Солнца (автотрофы) или пищи (гетеротрофы);
- синтез собственных органических веществ (автотрофы);

- расщепление органических веществ пищи до макромолекул;
- составление (синтез) из макромолекул собственных белков, липидов, углеводов, нуклеиновых кислот и других веществ;
- разрушение (расщепление) созданных организмом органических веществ до неорганических —  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ .

### Автотрофы и гетеротрофы

Авто- трофы	Фототрофы	Растения Бактерии (цианобактерии)
	Хемотротрофы	Бактерии (железобактерии, серобактерии, азотобактерии)
Гетеро- трофы	Фитотрофы	Животные, питающиеся растениями (травоядные млекопитающие, зерноядные птицы, рыбы, питающиеся водорослями)
	Хищники	Животные, убивающие свою жертву
	Сапротрофы	Животные (личинки насекомых); грибы (плесневые грибы); бактерии (гнилостные, уксуснокислые и т. п.). Питаются органическими веществами мертвых тел.
	Паразиты	Животные (насекомые, их личинки, паразитические черви и др.); грибы (трутовик, фитофтора др.); болезнетворные бактерии. Питаются за счет живых организмов
	Симбионты	Животные, грибы (микоризные грибы); бактерии (клубеньковые)

## Ботаника

### Царство Растения

*Подцарство:* Настоящие водоросли

*Отделы:* Зеленые водоросли, Диатомовые водоросли, Бурые водоросли, Красные водоросли

*Подцарство:* Высшие растения

*Надотдел:* Споровые

*Отделы:* Ринофиты, Мохообразные, Плаунообразные, Хвощеобразные, Папоротникообразные

*Надотдел:* Семенные

*Отделы:* Голосеменные, Покрытосеменные

### ПОДЦАРСТВО ВОДОРΟΣЛИ

Одно- и многоклеточные организмы. Имеют тело — таллом или слоевище различной формы; тканей нет. Содержат хлорофилл или другие пигменты, обеспечивающие автотрофное питание.

## **Краткая характеристика отделов**

### **Зеленые водоросли**

Одноклеточные и многоклеточные; обитают в пресных и морских водоемах, влажном грунте.

Таллом нитевидный, пластинчатый. Клетки содержат хлорофилл.

Примеры одноклеточных: хламидомонада, хлорелла, вольвокс (колония).

Примеры многоклеточных: спирогира, улотрикс

### **Бурые водоросли**

Многоклеточные, морские растения, в клетках содержат зеленый пигмент хлорофилл и красные и желтые пигменты. Таллом разнообразной формы, иногда содержит воздушные пузырьки.

Пример: саргассум, фукус, ламинария.

### **Красные водоросли**

Многоклеточные, морские водоросли, в клетках которых преобладают пигменты красного цвета.

Пример: порфира.

### **Диатомовые водоросли**

Одноклеточные или колониальные, на поверхности таллома кремнеземного панциря.

Пример: навикула, цимбелла.

## **ПОДЦАРСТВО ВЫСШИЕ РАСТЕНИЯ**

У высших растений сформированы ткани; органы размножения многоклеточные, приспособлены к наземной среде, имеют вегетативные органы — корень и побег; жизненный цикл включает смену двух поколений: гаметофита и спорофита.

### **Высшие споровые растения**

#### **Мохообразные**

Существует около 35 000 видов.

Спорофит — цилиндрическая ножка, на верхушке которой содержится коробочка, внутри которой формируется спорангий со спорами.

Гаметофит (половое поколение) — небольшое вегетативное тело (2—20 см, у некоторых до 50 см), имеет листостебельное строение. К субстрату прикрепляются ризоидами. В жизненном цикле преобладает гаметофит.

Виды: кукушкин лен, сфагнум, маршанция.

#### **Плаунообразные**

Существует около 1000 видов.

Неполовое поколение (спорофит) представляет собой многолетнее травянистое растение, имеющее ветвистые побеги с мелкими листьями, настоящие корни.

У равноспоровых гаметофитов корень развивается под землей 6—20 лет, поэтому плауны размножаются преимущественно вегетативно.

У разнospоровых гаметофитов корень надземный, недолговечный.

Споры развиваются в спорангиях, образующихся в спорофиллах, которые собраны в стробилы, размещенные на верхушке побегов. В жизненном цикле преобладает спорофит.

## Хвощеобразные

Существует 32 вида.

Неполовое поколение (спорофит) представляет собой многолетнее травянистое растение, тело образовано корневищем с корнями и надземными стеблями; имеются ассимилирующие стебли, где происходит фотосинтез, у хвоща полевого имеются спороносные побеги бурого цвета.

Гаметофит — самостоятельно существующие зеленые пластинки, на которых развиваются половые органы и половые клетки.

Споры содержатся в спорангиях, собранных в колоски и расположенных на концах спороносных побегов. В жизненном цикле преобладает спорофит.

## Папоротникообразные

Существует около 10 000 видов.

Неполовое поколение (спорофит) представляет собой многолетнее растение (до 1,5 м), имеющее побег, корневище с дополнительными корнями. Побеги выполняют две функции: фотосинтез и образование спор.

Гаметофит — фотосинтезирующий заросток (до 1 см), напоминающий сердцевидную пластину. На нижней стороне развиваются антеридии и архегонии с половыми клетками. Оплодотворение происходит при достаточном количестве влаги. Споры содержатся в сорусах со спорангиями. Сорусы образуются на нижней стороне листка. В жизненном цикле преобладает спорофит.

## Семенные растения

Образуют семена, имеющие зародыш и запас питательных веществ. Процесс оплодотворения происходит без участия воды. Гаметофит развивается на спорофите, не выходя из споры, за счет питательных веществ спорофита.

## Голосеменные

Существует 750 видов.

Деревья и кустарники. Имеют стержневую корневую систему с хорошо развитым главным корнем. Спорофит является носителем органов спороношения и местом для гаметофита. Гаметофиты развиваются и живут на спорофите.

Мужской гаметофит (пыльцевое зерно) образуется в мужских шишках.

Женский гаметофит находится в семенной зачатке, образующемся в красноватых женских шишках в конце весны.

Оплодотворение: пыльцевое зерно благодаря ветру попадает на семенной зачаток, прорастает, образуя трубку, по которой два спермия проникают к архегониям. Для оплодотворения вода не нужна.

### Класс Саговники

Существует около 304 видов.

Деревья, напоминающие пальмы, с перьеобразными листьями на верхушке.  
Распространены в тропиках и субтропиках.

### Класс Гинкговые

Существует около 17 видов.

Деревья с веерообразными листьями.  
В природе встречаются в Китае и Японии.

### Класс Гнетовые

Существует около 30 видов.

Деревья, кустарники, лианы.

### Класс Хвойные

Существует около 650 видов.

Имеют хвою.

## Покрытосеменные

Отдел включает около 300 000 видов, объединенные в 13 000 родов, 390 родов, 2 класса.

Распространены на всех континентах, во всех климатических зонах, растут в разнообразнейших экологических условиях.

#### **Характерные признаки:**

- цветок, обеспечивающий половое размножение;
- плод, защищающий семена и содействующий их распространению;
- семя, содержащее зародыш и запас питательных веществ для его прорастания;
- цветок приспособлен к опылению не только ветром, но и другими способами (наиболее эффективный — опыление насекомыми);
- семенные зачатки хорошо защищены (содержатся в полости завязи пестика);
- совершенное строение тканей;
- имеются вегетативные органы, которым присуща высокая пластичность в зависимости от условий существования и дополнительных функций.

### Класс Однодольные

#### **Семейство Лилейные**

Соцветие: зонтик, кисть, одиночные цветы.

Плоды: ягода, коробочка.

Представители: тюльпан, лилия, рябчик.

#### **Семейство Злаковые**

Соцветие: сложный колос, султан, початок.

Плод: зернянка.

Представители: пшеница, рожь, кукуруза, рис, пырей, бамбук.

## Класс Двудольные

### Семейство Розоцветные

Плоды: яблоко, костянка, орешек.

Представители: яблоня, груша, шиповник, малина, земляника, роза, боярышник, ежевика.

### Семейство Бобовые

Соцветие: кисть, головка, зонтик.

Плод: боб.

Представители: горох, фасоль, соя, клевер, люцерна, желтая акация.

### Семейство Крестоцветные

Соцветие: кисть.

Плоды: стручок, стручечек.

Представители: капуста, редька, горчица, левкой.

### Семейство Пасленовые

Соцветие: завиток.

Плоды: ягода, коробочка.

Представители: картофель, томат, перец, табак, дурман, белена, петуния.

### Семейство Сложноцветные

Соцветие: сложный цветок, состоящий из четырех видов цветков.

Плод: семянка.

Представители: подсолнечник, топиамбур, осот, ромашка, василек, полынь, пижма.

## Царство Грибы

**Грибы** — безхлорофильные, преимущественно многоклеточные организмы, гетеротрофы. Имеют признаки и животных, и растений.

**Вегетативное тело гриба** — мицелий, образован **гифами**.

**Гифа** — нитевидное образование у грибов, состоящее из многих клеток или содержащее множество ядер. Различают септированные гифы (многоклеточные) и несептированные гифы (представленные одной гигантской многоядерной клеткой).

**Микориза** — симбиотическое образование, образующееся вследствие проникновения гифов гриба в ткани корней растений.

Существует около 100 000 видов.

## Размножение грибов

### Неполовой путь:

- вегетативно — частями мицелия;
  - почкование (дрожжи);
  - спорами (образуются в спорангиях).
- Половой:** зигота, прорастающая и дающая начало гифам.

## Классификация грибов

**Низшие грибы:** гифы мицелия простые или разветвленные, без перегородок, т. е. одноклеточные. Паразиты — фитофтора. Сапрофиты — мукор.

**Высшие грибы:** гифы мицелия многоклеточные. *Класс Аскомицеты (или Сумчатые):* паразиты — рожки микроспоридий, сапрофиты — трюфели, дрожжи — пенициллум. *Класс Базидиомицеты:* паразиты — трутовик, сапрофиты — домовый гриб, шляпочные — пластинчатые, трубчатые.

## Лишайники

**Лишайники** — симбиотические ассоциации грибов (**микобионт**) и микроскопических зеленых водорослей и/или цианобактерий (**фотобионт**, или **фикобионт**); микобионт образует слоевище (таллом), внутри которого располагаются клетки фотобионта.

Гифы гриба впитывают воду с минеральными солями, которую используют водоросли, способные к фотосинтезу. Водоросли образуют органические вещества, которые используют и грибы.

Размножение лишайников преимущественно вегетативное — частями слоевища. Существует около 25 000 видов.

# Зоология

## Царство Животные

Основные таксономические единицы в зоологии: царство, тип, класс, отряд, семья, род, вид.

**Царство:** Животные.

**Подцарство:** Одноклеточные (Простейшие).

**Подцарство:** Многоклеточные.

**Типы:** Кишечнополостные, Губки, Плоские черви, Круглые черви, Кольчатые черви, Моллюски, Членистоногие, Хордовые.

## ПОДЦАРСТВО ПРОСТЕЙШИЕ (ОДНОКЛЕТОЧНЫЕ)

Простейшие представляют собой одну клетку, которая выполняет функции целого организма, способного к обмену веществ, раздражимости, движению и размножению. Существует около 70 000 видов.

**Среда обитания:** пресные водоемы, моря; грунт; другие живые организмы (растения, животные, человек).

В соответствии с современной систематикой включает:

Класс Инфузорий (эвглена зеленая, трипаносомы, лейшмании);

Класс Споровики (инфузория-туфелька, малярийный плазмодий);

Класс Саркодовые (амеба протей);

Класс Двужгутиковые (фораминиферы, радиолярии).

**Паразитические виды одноклеточных:**

- дизентерийная амеба — попадает в организм в виде цист с водой и пищей; вызывает колит;
- трипаносома — попадает в организм при укусе мухи цеце, что может вызвать сонную болезнь;
- лейшмания — попадает в организм при укусе москитов, что приводит к поражению кожи и внутренних органов (печени, селезенки);
- малярийный плазмодий — попадает в организм при укусе малярийного комара, что может вызвать малярию.

**Одноклеточные-мутуалисты:**

- двужгутиковые — поселяются в кишечнике насекомых (термитов, тараканов) и помогают им переваривать клетчатку (у насекомых отсутствует необходимый для этого фермент);
- инфузории — поселяются в желудке (рубце) жвачных животных, питаются бактериями желудка и сами являются источником питательных веществ для парнокопытных животных.

## ПОДЦАРСТВО МНОГОКЛЕТОЧНЫЕ ЖИВОТНЫЕ

### Тип Кишечнополостные, или Стрекательные

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Кишечнополостные.

*Классы:* Гидроидные, Сцифоидные.

Тело этих животных представляет собой мешок, образованный двумя слоями клеток — эктодермой и энтодермой. Клетки этих слоев дифференцированы морфологически и функционально. Эктодерма и энтодерма разграничены тонким слоем бесструктурного вещества — мезоглеей. Стенки «мешка» образуют кишечную полость, которая приоткрывается ротовым отверстием, окруженным щупальцами.

Существует около 9000 видов.

**Среда обитания** — пресные и соленые водоемы.

В жизненном цикле преобладает стадия полипов, стадия медуз может отсутствовать (гидра пресноводная, морские полипы; физалис, или португальский кораблик).

**Тип симметрии** — лучевая или радиальная.

**Тип питания** — гетеротрофы, хищники.

**Пищеварение** полостное и внутриклеточное.

**Дышат** растворенным в воде кислородом, который попадает в организм путем диффузии через покровы тела.

**Выделение** — каждая клетка удаляет продукты своей жизнедеятельности.

**Рефлексы** осуществляются нервной системой диффузного типа.

Характерна высокая способность восстанавливать поврежденный организм за счет промежуточных клеток.

Размножаются половым и неполовым способом.

**Неполовое размножение:**

- почкование;
- вегетативное.

**Половое размножение** происходит при участия половых клеток.

Для некоторых характерна смена поколений: полипы (вегетативное размножение отпочкованием медуз); медузы (половым путем), из яиц появляются личинки, которые превращаются в полипов.

### Класс Гидроидные медузы

Существует около 4000 видов.

Снизу на куполе имеется складка, парус (ушастая медуза, медуза коренерот, медуза аурелия, медуза цианея, коралловые полипы).

### Класс Сцифоидные медузы

Существует около 200 видов.

В жизненном цикле преобладает стадия медузы (актинии; морское перо — колония полипов; коралл мозговик; благородный коралл).

### Тип Плоские черви

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Плоские черви.

*Классы:* Реснитчатые черви (молочно-белая планария), Сосальщики, или Трематоды (печеночный сосальщик; кошачья двуустка), Ленточные черви, или Цестоды (бичий цепень; свиной цепень; лентец широкий, эхинококк).

Представители имеют плоское тело, обладают двусторонней симметрией; в онтогенезе формируются три зачаточные листка: эктодерма, энтодерма и средний слой — мезодерма. Хорошо выражены ткани, из которых формируются органы и системы органов.

Существует около 12 000 видов.

**Симметрия тела** двусторонняя (билатеральная).

**Покровы:** кожно-мышечный мешок.

Полость тела отсутствует; промежутки между органами заполнены паренхимой.

**Пищеварительная система:** ротовое отверстие и слепо замкнутый пищеварительный канал, имеющий два отдела — глотку и разветвленный кишечник.

Поступление пищи и удаление непереваренных остатков происходит через ротовое отверстие.

Пищеварение только в кишечнике, необходимые вещества всасываются через его стенки в паренхиму и поступают во все клетки организма.

**Дыхательная система** отсутствует. Кислород поступает в клетки через покровы тела.

**Выделительная система** состоит из многочисленных канальцев, берущих начало в паренхиме и заканчивающихся на поверхности тела выделительными порами.

**Центральная нервная система:**

- парные нервные узлы (ганглии) в передней части тела;
- продольные нервные стволы, соединенные кольцевыми перепонками.

**Периферийная нервная система** — нервные ответвления, отходящие от центральной нервной системы ко всем клеткам и органам.

**Органы чувств:** глаза, органы равновесия, сенсиллы.

**Половая система** в большинстве случаев гермафродитная. Оплодотворение внутреннее, может быть перекрестное или самооплодотворение.

**Развитие:**

- у свободноживущих — прямое;
- в паразитических — косвенное (личиночная стадия).

Жизненный цикл проходит с изменением одного или двух промежуточных хозяев, в организме которых паразит развивается и может размножаться партеногенетически или неполовым способом. В организме конечного хозяина происходит половое размножение паразита.

Способность к регенерации очень высокая.

**Среда обитания:** пресный и соленый водоемы; влажный грунт; организм животных и человека.

## Тип Круглые черви

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Круглые черви (Нематоды), или Первичнополостные.

*Класс:* нематоды (аскариды, острица, ришта, галловая нематода, стебельная нематода, трихинелла, свекольная нематода).

Представители обладают мягким веретенообразным телом, округлым в поперечном сечении. Покровы — кожно-мускульный мешок, внутренние органы находятся в первичной полости тела, заполненной жидкостью. Существуют как свободноживущие, так и паразитические виды.

Существует около 30 000 видов.

**Симметрия тела** двусторонняя (билатеральная).

**Покровы** — плотная кутикула, под которой расположен кожно-мускульный мешок, состоящий из одного слоя продольных мышц, разделенных на четыре продольных ленты. Обеспечивает изгибы в спинно-брюшном направлении.

Полость тела первичная, заполненная жидкостью под давлением, образует так называемый гидроскелет.

**Пищеварительная система:** пища перемещается в одном направлении из ротового отверстия в пищеварительный канал, имеющий передний (глотка), средний (кишечник), и задний отделы. Имеется анальное отверстие. Пища переваривается в кишечнике, необходимые вещества всасываются через его стенки, попадают в жидкость первичной полости и разносятся ею ко всем клеткам организма.

**Дыхательная система** отсутствует. Кислород попадает в клетки через поверхность тела.

**Выделительная система:** одноклеточные железы выводят жидкие продукты обмена.

Нервная система состоит из центральной и периферической.

**Центральная нервная система:**

- окологоловное нервное кольцо;

- продольные нервные стволы, соединенные кольцевыми перемышками.

**Периферическая нервная система** — нервы, отходящие от центральной нервной системы ко всем тканям и органам.

**Органы чувств** слабо развиты, представлены органами прикосновения и химического чувства.

Круглые черви раздельнополы. Оплодотворение внутреннее. Развитие косвенное (есть несколько личиночных стадий, сопровождающихся линькой).

**Среда обитания:** пресный и соленый водоемы; грунт; организм животных и человека.

## Тип Кольчатые черви

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Кольчатые черви.

*Классы:* Многощетинковые черви, Малощетинковые черви, Пиявки.

Представители имеют мягкое удлинённое тело, разделённое на кольцевые сегменты, вторичную полость тела (целом). Поперечные перегородки разделяют полость тела на сегменты, изолированные один от друга.

Существует более 9000 видов.

**Симметрия тела** двусторонняя (билатеральная).

**Органы движения** — параподии (характерны для многощетинковых). У малощетинковых параподии редуцированы (отсутствуют).

**Покровы** — плотная кутикула, кожно-мышечный мешок (из двух слоев мышц: внешний — кольцевые мышцы, внутренний — продольные).

Полость тела вторичная, заполнена жидкостью, развивается внутри мезодермы, эпителиальный слой мезодермального происхождения образует перегородки между сегментами.

**Пищеварительная система:** пища из рта попадает в пищеварительный канал, имеющий отделы: глотка, пищевод (может расширяться, образуя зоб); желудок, кишечник. Поступление пищи — через ротовое отверстие; удаление непереваренных остатков — через анальное. Пища переваривается в кишечнике, необходимые вещества всасываются в кровь.

**Кровеносная система** замкнутая. Состоит из брюшного и спинного кровеносных сосудов, соединённых мелкими кольцевыми сосудами. Сердце отсутствует, кровь движется за счёт сокращения мышечных стенок некоторых сосудов. Кровь транспортирует питательные вещества; удаляет из клеток продукты обмена и углекислый газ.

**Дыхательная система** отсутствует. Газообмен осуществляется через покровы тела.

**Выделительная система:** специальные органы метанефридии. Имеются в каждом сегменте.

Нервная система состоит из центральной и периферической.

**Центральная нервная система:**

- надглоточные и подглоточные нервные узлы;
- окологлоточные нервные стволы;
- брюшная нервная цепочка с нервными узлами в каждом сегменте.

**Периферическая нервная система:** органы чувств представлены на голове глазами, органами осязания и химического чувства; на теле — чувствительными клетками.

Многощетинковые являются раздельнополыми, малощетинковые и пиявки — гермафродитами. **Оплодотворение** может быть как внутренним, так и внешним. Разви-

тие: яйцо — личинка — взрослая особь, у малощетинковых и пиявок — прямое. Способность к регенерации высокая.

**Среда обитания:** вода; грунт.

### Класс Многощетинковые черви

Существует 5300 видов.

На всех сегментах тела, кроме ротового, имеются щетинки (нереис, пескожил, тихоокеанский палоло).

### Класс Малощетинковые черви

Существует 3000 видов.

На каждом сегменте есть пара параподий (дождевой червь, трубочник, австралийский земляной червь).

### Класс Пиявки

Существует около 400 видов.

На теле имеются две присоски, щетинки отсутствуют; большинство питается кровью животных или соком растений (медицинская пиявка).

## Тип Членистоногие

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Членистоногие.

*Класс:* Ракообразные.

*Отряды:* Ветвистоусые (дафнии циклопы), Веслоногие (речной рак, омары, лангусты, крабы), Десятиногие (креветки, омары), Равноногие (мокрицы).

*Класс:* Паукообразные.

*Отряды:* Пауки (паук-крестовик, тарантул, каракурт), Клещи (иксодовые клещи, паутиновые клещи), Скорпионы (крымский скорпион, карпатский скорпион), Сольпуги, или Фаланги (сольпуга обыкновенная)

Существует около 1 500 000 видов.

Имеется внешний хитиновый покров.

Целом теряет опорную функцию и превращается в миксоцель.

Кожно-мускульный мешок трансформировался в поперечнополосатые мышцы, прикрепленные изнутри к внешнему скелету.

Конечности членистые.

**Тело сегментировано** на голову, грудь (иногда головогрудь) и брюшко.

**Кровеносная система** незамкнутая; кровь смешивается с полостной жидкостью и образует гемолимфу.

**Газообмен** с внешней средой осуществляют жабры, трахеи, легочные мешки.

**Хитиновый покров** препятствует росту организма, поэтому организмам присуща линька и скачкообразный рост.

**Центральная нервная система** сложная, характерны сложные инстинкты и поведение. Имеется головной мозг, состоящий из трех отделов.

**Среда обитания:** водоемы; наземно-воздушная среда; грунт; растения и животные (шерсть, шкура); внутри растений и животных.

## Тип Моллюски

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Моллюски.

**Классы:** Брюхоногие (прудовик большой; виноградная улитка; мурекс украшенный), Двустворчатые (беззубка; тридакна; устрица; морской гребешок, мидии), Головоногие (осьминог; кальмар; каракатица; наutilus).

Существует около 150 000 видов.

Имеют мягкое **несегментированное тело** (часто асимметричное); туловище окружено кожной складкой — мантией. Между мантией и туловищем имеется мантийная полость, в которой расположены органы дыхания и куда открываются анальное отверстие, протоки половой системы и системы выделения.

**Среда обитания:** пресные и соленые водоемы; наземно-воздушная среда.

## Тип Хордовые

*Надцарство:* Эукариоты.

*Царство:* Животные.

*Подцарство:* Многоклеточные.

*Тип:* Хордовые.

**Подтипы:** Головохордовые, или Бесчерепные; Обоючлики; Позвоночные.

Существует около 41 000 видов.

Для этих организмов характерно наличие **мезодермального осевого скелета** в виде хорды, которая у высших форм заменяется позвоночником.

**Центральная нервная система** у бесчерепных напоминает трубку; у позвоночных имеется разделение на головной и спинной мозг.

**Пищеварительный тракт** начинается ртом и заканчивается анальным отверстием. Глотка у зародышей пронизана жаберными щелями, которые сохраняются в течение жизни у ланцетника и рыб и редуцируются в процессе развития в наземных позвоночных.

Имеется **центральный орган кровообращения** (сердце или кровеносный сосуд, который его заменяет).

**Среда обитания:** пресные и соленые водоемы; наземно-воздушная среда.

## Класс Хрящевые рыбы

Существует около 600 видов.

Имеется хрящевой скелет, плавательный пузырь отсутствует, органы дыхания — жабры, приоткрываются жаберными щелями (жаберные крышки отсутствуют), тело покрыто чешуей.

## Надотряд Акулы

Тело удлинённое торпедообразной формы, большой гетероцеркальный хвостовой плавник, обычно имеется большое количество острых зубов на каждой челюсти. Хищники. Основная пища — рыба (катран, китовая акула, рыба-молот, белая акула).

## Надотряд Скаты

Тело сплюснуто, имеются большие грудные плавники, сросшиеся с головой. Пасть, ноздри и пять пар жабер находятся на плоской и, как правило, светлой нижней стороне. Хвост бичеобразный. Большинство скатов обитает в морской воде (морская лисица, морской кот, манта), однако существует и несколько пресноводных видов (моторо и др.).

## Класс Костные рыбы

Существует около 21 000 видов.

Имеется костный скелет с хрящом, парные конечности (плавники). Рот этих рыб образован хватающими челюстями с зубами, жабры расположены на жаберных дугах с внутренней скелетной опорой, ноздри парные, на теле костная чешуя, имеется плавательный пузырь.

### *Отряд Осетрообразные*

Существует около 25 000 видов.

Хрящевой эндоскелет (кости только в черепе). Через позвоночник проходит хорда, которая остается в течение всей жизни (белуга, осетр, севрюга, стерляди).

### *Отряд Лососеобразные*

Существует около 400 видов.

Имеется жировой плавник, расположенный на спине впереди хвостового плавника. Проходные, мигрируют на нерест (семга, кета, горбуша, форели, сиг, омуль).

### *Отряд Сельдеобразные*

Существует 300 видов.

Мелкие рыбы, в основном стайные, плодовиты. Плавательный пузырь соединен с пищеводом. Боковая линия слабо выражена. Питаются зоопланктоном (океаническая сельдь, салака).

### *Отряд Карпообразные*

Существует около 300 видов.

Зубы на челюстях отсутствуют, развиты глоточные зубы. Имеется плавательный пузырь, соединенный с кишечником. Преимущественно пресноводные рыбы. Число видов в отряде составляет около 15% всех костных рыб. Среди Карпообразных имеются растительноядные, хищные и всеядные (сазан — дикий предок карпа, лещ, карась, линь).

### *Отряд Окунеобразные*

Существует около 6500 видов.

Часть лучей плавников имеет вид нерасчлененных острых шипов; плавательный пузырь у некоторых особей отсутствует, у всех не сообщается с кишечником (тунец, ставрида, ерш полосатый).

## Класс Земноводные

Существует около 4500 видов.

Представители этого класса на протяжении жизни или в личиночном состоянии обитают в водной среде. Кожа выполняет дыхательную функцию и всегда влажная. Холоднокровные.

*Отряд Бесхвостые*

Существует около 2100 видов.

Крупнейший отряд Земноводных. Тело широкое короткое уплощенное, у взрослых особей хвост отсутствует, хвостовой отдел позвоночника видоизменен в палочковидную кость, задние конечности длинные (лягушки, жабы, квакши).

*Отряд Хвостатые*

Существует около 300 видов.

Тело удлинненное, хвост, служащий основным органом движения в воде, сохраняется в течение всей жизни. Передние и задние ноги примерно одинаковой длины (три-тон, саламандры, протей, сирен).

*Отряд Безногие*

Самый малочисленный отряд (около 150 видов). Конечности отсутствуют, хвост редуцирован. Глаза покрыты тонким слоем кожи, восприятие происходит главным образом с помощью обоняния и двух осязательных органов, расположенных между носом и глазами. Дыхание осуществляется с помощью правого легкого (левое редуцировано), а также частично через кожу и слизистые оболочки рта.

## Класс Пресмыкающиеся

Существует около 6000 видов.

В основном наземные животные, кожа сухая, защищенная роговыми чешуйками, щитками, размножение и развитие зародыша происходит на суше, яйца защищены от высыхания, холоднокровные. Хорошо различимы четыре отдела скелета: шейный, пояснично-грудной, крестцовый и хвостовой. Дыхание всасывающего типа путем расширения и сужения грудной клетки при помощи межреберной и брюшной мускулатуры, имеются легкие. Сердце трехкамерное. Холоднокровные.

*Отряд Чешуйчатые*

Существует около 5700 видов.

Тело покрыто чешуйками, щитками и зернышками, квадратная кость верхней челюсти в большинстве случаев подвижно соединена с мозговой коробкой (ящерицы, змеи, хамелеоны).

*Отряд Черепахи*

Существует 230 видов.

Панцирь состоит из спинного щита — карапакса и брюшного — пластрона. Панцирь новорожденных черепах мягкий, но с возрастом он обычно твердеет. Каждый щиток растет самостоятельно, и на нем появляются концентрические годовые кольца (сухопутные и водные черепахи).

*Отряд Крокодилы*

Существует 21 вид.

Сердце четырехкамерное: два предсердия и два желудочка, полностью разделенных перегородкой. Однако имеется механизм управляемого смешивания артериальной крови с венозной. Приспособлены к водному образу жизни: голова плоская, с длинным рылом; туловище приплюснутое; хвост мощный, сжатый с боков; ноги довольно короткие, ноздри и ушные отверстия под водой закрываются подвижными клапанами (нильский крокодил, гавиал, аллигатор, кайман).

## Класс Птицы

Существует около 8600 видов.

Представители этого класса покрыты перьями, теплокровные, яйцекладущие. Передние конечности — крылья. Строение тела приспособлено к полету, хотя существуют нелетающие виды. У всех имеется клюв. Присуще так называемое двойное дыхание: при вдохе 25 % наружного воздуха остается непосредственно в легких, а 75 % проходит через них и попадает в воздушные мешки, при выдохе воздух из воздушных мешков вновь проходит через легкие. Таким образом, легкие постоянно насыщаются кислородом. Сердце четырехкамерное с полным разделением артериальной и венозной крови. Центральная нервная система состоит из головного и спинного мозга. Полушария передней части мозга гладкие, без извилин и по сравнению с млекопитающими относительно невелики.

### *Отряд Куриные*

Существует 253 вида.

Сильные ноги с тупыми когтями, приспособленные для быстрого бега и рытья земли. Летать умеют не все куриные. Ведут наземный образ жизни. Большинство куриных гнездится на земле. Птенцы (по выводковому типу) вылупляются одетые пухом и у одних видов покидают гнездо, как только обсохнут, у других — через сутки и более (фазан, глухарь, тетерев, рябчик, куропатка).

### *Отряд Воробьиные*

Существует 5100 видов.

Мелкие и среднего размера птицы. Имеют короткие ноги, многие виды по земле передвигаются прыжками. Клюв мощный конусовидный, приспособлен для шелушения и дробления семян. Птенцы (по птенцовому типу) вылупляются голыми или слабо опушенными. Выкармливание выводка в гнезде продолжается 14—17 дней (воробей домашний, воробей полевой, синицы, жаворонок).

### *Отряд Совы*

Существует 194 вида.

Ночные хищные птицы. Имеют своеобразное тройное сочленение нижней челюсти с черепом и другие особенности скелета. Пять рядов жестких, рассученных перьев образуют лицевой диск. Маховые перья широкие, закругленные; наружные опахала первых трех перьев нередко бахромчаты или пилообразно зазубрены, что делает полет практически бесшумным. Ноги оперены обыкновенно до основания. Представители: сова, сыч. Насиживание продолжается около месяца. Часто в гнезде бывают птенцы (по птенцовому типу) разного возраста.

### *Отряд Дневные Хищные птицы*

Существует 274 вида.

Охотятся в полете, обладают хорошим зрением, имеют большие когти и клюв, приспособленные для захвата или умерщвления жертвы. Крылья острые длинные, приспособлены для стремительного полета, или широкие с разрезной вершиной, позволяющие часами парить в восходящих потоках воздуха. Гнезда строят на земле, уступах скал и береговых обрывов, на деревьях или на строениях; многие не строят гнезд, а занимают гнезда других птиц. Птенцы (птенцовые) покидают гнездо через 1—3 месяца (ястреб, коршун, орел, канюк):

## Класс Млекопитающие

Существует около 5000 видов.

Теплокровные животные, основной особенностью которых является живорождение и выкармливание детенышей молоком. Это класс наиболее высокоорганизованных животных типа Хордовые. Позвоночник делится на пять отделов: шейный, грудной, поясничный, крестцовый и хвостовой. Только у китообразных крестца нет. Шейный отдел почти всегда состоит из семи позвонков. Грудной — из 10—24, поясничный из 2—9, крестцовый из 1—9 позвонков. Только в хвостовом отделе их количество сильно варьируется: от 4 (у некоторых обезьян и человека) до 46. Имеется четырехкамерное сердце. Оно состоит из правого и левого желудочков, а также правого и левого предсердий. Камеры сердца сообщаются между собой и с магистральными сосудами при помощи клапанов. Артерии имеют упругие стенки, вены снабжены внутри клапанами. У млекопитающих имеется одна (левая) дуга аорты. Имеют хорошо развитую нервную систему, кожные железы, волосной покров. Зубы есть у большинства млекопитающих (кроме однопроходных, некоторых китообразных, ящеров и муравьедов). Наблюдается дифференциация зубов.

### Подкласс Яйцекладущие

Существует 8 видов (единственный отряд — Однопроходные, или Яйцеродные). Обитают только в Австралии — утконос, ехидна (два вида), проехидна (два вида).

Название обусловлено тем, что кишечник и мочеполовой синус впадают в клоаку (аналогично — у земноводных, пресмыкающихся и птиц), а не выходят наружу отдельными ходами. Размножаются, откладывая яйца, которые или вынашивают, или высиживают.

### Подкласс Сумчатые

Существует 250 видов.

Рождают недоношенных детенышей, которых вынашивают в сумке (кенгуру, коала, опоссум, сумчатый крот).

### Подкласс Плацентарные

Существует около 4000 видов.

Головной мозг этих животных имеет сильно развитые большие полушария, которые соединены мозолистым телом. Эмбриональное развитие протекает с образованием плаценты.

### Отряд Насекомоядные

Существует около 300 видов.

Зубы слабо дифференцированы. Голова удлинённая, глаза небольшие, у некоторых скрыты под кожей. Тело покрыто короткой густой шерстью, щетиной или иглами. Конечности короткие, пятипалые. Кожные железы хорошо выражены, у некоторых видов выделяют пахучий секрет. Сильно развит обонятельный отдел головного мозга; большие полушария невелики, часто не покрывают мозжечка. Из органов чувств наиболее развиты обоняние и осязание. Всеядны, но предпочитают животную пищу: беспозвоночных и мелких позвоночных животных (еж, крот).

### *Отряд Грызуны*

Самый многочисленный отряд млекопитающих (около 2277 видов). Размеры тела колеблются от 5 до 130 см, но у большинства видов не превышают 50 см. Имеется одна пара увеличенных резцов, как на верхней челюсти, так и на нижней, которые растут и стачиваются в течение всей жизни. Передняя поверхность резцов покрыта эмалью, задняя дентином, поэтому зубы самозатачиваются. Клыки отсутствуют, резцы отделены от малых коренных зубов некоторым расстоянием — диастемой (мыши, шурцы, бобры, ондатра, нутрия).

### *Отряд Рукокрылые*

Второй по величине (после грызунов) отряд млекопитающих (1200 видов). Единственные из плацентарных, способные к полету. Передняя конечность видоизменена в крыло: все пальцы, кроме первого, сильно удлинены и вместе с предплечьем и задними конечностями служат каркасом для кожной перепонки. Хвост у большинства видов также охвачен летательной перепонкой. Перепонка пронизана сосудами, мышечными волокнами и нервами. Для ориентации в пространстве рукокрылые используют эхолокацию. Это ночные или сумеречные животные. Некоторые виды зимой впадают в спячку, другие мигрируют (летучие мыши, крыланы, вампиры).

### *Отряд Ластоногие*

Существует около 50 видов.

Водные млекопитающие с веретенообразным телом, превращенными в плавники (ласты) пятипальными передними и задними конечностями. Имеются резцы, клыки и коренные зубы. Часть ластоногих на суше переступает задними лапами, тогда как большинство видов их просто волочит (моржи, тюлени, котики).

### *Отряд Хищные*

Отряд состоит из подотрядов Псообразные и Котообразные. 11 современных семейств хищных включают около 270 видов в 110 родах и распространены почти по всему миру. Подавляющее большинство представителей отряда являются классическими плотоядными животными, охотящимися главным образом на позвоночных (волки, лисы, медведи). Многие хищные питаются не только мясом. Например, Медвежьи являются всеядными, а большая панда питается растительной пищей.

### *Отряд Парнокопытные*

Существует 220 видов.

Название отряду дано за наличие у этих животных развитых третьего и четвертого пальцев, окончания которых покрыты толстым роговым копытом, как футляром или башмаком. Второй и пятый пальцы недоразвиты, а первый — редуцирован. В отряде два подотряда: Жвачные и Нежвачные. Подотряд Нежвачные включает 3 семейства: свиньи, бегемоты, пекари, всего 12 видов. У нежвачных массивное тело, короткие четырехпалые конечности. Клыки выдвинуты за пределы рта, на конце морды хрящевой пяточок. Всеядны. Желудок простого строения. Рогов нет. Подкожный слой жира значителен. Подотряд Жвачные объединяет около 180 видов из 6 семейств: Оленьковые, Оленевые, Жирафовые, Вилорогие, Полорогие, Кабарги. Отряд назвали за наличие жвачки. Жвачка — комок отрыгнутой растительной пищи, требующей доработки в ротовой полости. Пища отрыгивается из сложного желудка, состоящего из 4 отделов: книжки, сычуга, сетки, рубца (овцы, козы).

### *Отряд Непарнокопытные*

В отличие от парнокопытных, для них характерно нечетное число пальцев, образующих копыта. Отряд содержит три современных семейства — Лошадиные, Носороги и Тапировые, которые вместе насчитывают 17 видов. Основная нагрузка передних и задних конечностей приходится на центр, из-за чего самым длинным пальцем у всех видов является третий. Остальные пальцы в той или иной степени атрофировались, менее всего у тапиров. Строение пищеварительного тракта непарнокопытных сильно отличается от его строения у парнокопытных, которые также являются растительноядными животными. Непарнокопытные, как и грызуны, переваривают пищу главным образом в толстой кишке. В отличие от парнокопытных, желудок однокамерный и построен относительно просто (тапиры, носороги, лошади).

### *Отряд Приматы*

Существует около 200 видов.

Для приматов характерны пятипалые подвижные верхние конечности (руки), противопоставление большого пальца остальным (для большинства), ногти. Тело покрыто волосами, у лемуриных и некоторых широконосых обезьян имеется подшерсток, из-за чего их волосяной покров можно считать мехом. Также имеется хвост. Отряд подразделяют на два подотряда: Полуобезьяны и Обезьяны. Головной мозг у полуобезьян с малым количеством борозд и извилин, сильно развиты обонятельные доли, мозжечок не полностью прикрыт полушариями. У обезьян, как и у человека, большие полушария мозга с многочисленными бороздами и извилинами и прикрывают мозжечок; обонятельные доли выражены слабо, зрительные области хорошо развиты. Зрение большей частью бинокулярное, у обезьян и человека цветное (узконосые и широконосые обезьяны).

## **Анатомия. Физиология. Генетика**

**Анатомия** — наука о строении отдельных органов и систем и всего организма в целом.

**Физиология** — наука о закономерностях функционирования и регуляции организма.

**Генетика** — наука о законах и механизмах наследственности.

### **Основные понятия и определения**

**Нормальная (систематическая) анатомия человека** — раздел биологии, изучающий строение здорового тела человека по системам органов, органам и тканям.

**Орган.** Функциональная единица в пределах организма, обособленная от других функциональных единиц данного организма. Организм является совокупностью органов, функционально связанных между собой, которые часто объединяются в различные системы органов.

**Система органов.** Представляет собой органы, объединенные функционально.

Каждый орган образован определенными тканями, имеющими характерный клеточный состав.

**Ткань.** Совокупность клеток и межклеточного вещества, объединенных общим происхождением, строением и выполняемыми функциями. Строение тканей живых организмов изучает гистология. Совокупность различных взаимодействующих тканей образует органы.

В организмах животных и человека выделяют четыре вида тканей.

**Эпителиальная ткань.** Слой клеток, выстилающий поверхность кожных покровов и полостей тела, а также слизистые оболочки внутренних органов, пищевого тракта, дыхательной системы, мочеполовые пути. Кроме того, образует большинство желез организма. Обладает высокой способностью к регенерации.

В морфологической классификации рассматривают три вида эпителия — однослойный, многослойный и переходный.

**Однослойный эпителий** может быть однорядным и многорядным. У однослойного все клетки имеют одинаковую форму — плоскую, кубическую или призматическую, ядра — на одном уровне.

**Многорядный эпителий** состоит из клеток, ядра которых расположены на разных уровнях от базальной мембраны.

Различают следующие виды однослойного эпителия:

- **плоский эпителий:** эндотелий (выстилает внутреннюю поверхность кровеносных и лимфатических сосудов, сердечных полостей; у клеток хорошо развита обменная функция, что создает условия для кровотока); мезотелий (выстилает все серозные оболочки, обеспечивает свободное скольжение внутренних органов относительно друг друга; выделяет на поверхность слизистый секрет и предотвращает образование соединительнотканых спаек);
- **кубический эпителий** выстилает мелкие выводные протоки поджелудочной железы, желчные протоки и почечные канальцы;
- **цилиндрический эпителий** — в органах среднего отдела пищеварительного канала, пищеварительных железах, почках, половых железах и половых путях;
- **каемчатый эпителий** выстилает почечные канальцы и слизистую оболочку кишечника;
- **многорядный реснитчатый эпителий** выстилает воздухоносные пути.

**Многослойный эпителий** состоит из нескольких слоев клеток. Выполняет защитную функцию.

Различают:

- **плоский неороговевающий эпителий** (выстилает роговицу, передний отдел пищеварительного канала и участок анального отдела пищеварительного канала, влагалище);
- **плоский ороговевающий эпителий** (эпидермис) выстилает кожные покровы;
- **многослойный кубический и цилиндрический эпителии** — в области конъюнктивы глаза и области стыка прямой кишки между однослойным и многослойным эпителиями;
- **железистый эпителий** состоит из glanduloцитов, способных вырабатывать секреты.

**Переходный эпителий** выстилает органы, подверженные сильному растяжению — мочевой пузырь, мочеточники и т. д. Толщина этого эпителия меняется в зависимости от степени растяжения стенки мочевыводящих органов. Эпителий способен выделять секрет, защищающий его клетки от воздействия мочи.

**Соединительная ткань.** Развивающаяся из мезенхимы ткань, играющая вспомогательную роль. Выполняет опорную, защитную и трофическую функции. Соедини-

тельная ткань образует опорный каркас и наружные покровы всех органов. Соединительную ткань подразделяют на:

- собственно соединительную;
- костную;
- хрящевую.

Собственно соединительная ткань представлена рыхлой и плотной волокнистой неоформленной и плотной волокнистой оформленной тканями. Выделяют также соединительную ткань со специальными свойствами — ретикулярную, являющуюся основой кроветворных и лимфоидных органов, эластическую (с большим количеством эластических волокон), жировую, а также пигментную, богатую пигментными клетками, например в сосудистой оболочке глаза.

Основу соединительной ткани составляет **внеклеточный матрикс** (основные компоненты — гликопротеины (коллаген), протеогликаны и гиалуроновая кислота и другие компоненты) — внеклеточные структуры ткани.

**Нервная ткань.** Ткань эктодермального происхождения, представляет собой систему специализированных структур, образующих основу нервной системы и создающих условия для реализации ее функций.

**Мышечная ткань.** Представляет собой ткани, различные по строению и происхождению, но сходные по способности к выраженным сокращениям.

Существует два типа мышечной ткани:

- **гладкая** (неисчерченная);
- **поперечнополосатая скелетная** (исчерченная) и **сердечная поперечнополосатая** (исчерченная).

Гладкая мускулатура есть, например, в стенках кишечника, кровеносных сосудов, матки. Ткань эта сокращается постепенно и способна долго находиться в состоянии сокращения.

Поперечнополосатая скелетная мышечная ткань формирует скелетные мышцы, входит в состав некоторых внутренних органов (язык, глотка, верхний отдел пищевода и др.). Сокращение скелетных мышц произвольное, иннервируются они спинномозговыми и черепными нервами.

Сокращение сердечной мышцы не зависит от воли человека.

**Клетка.** Элементарная единица организмов. Каждый орган образован определенными видами тканей, имеющими характерный клеточный состав.

## Кариотип

**Кариотип** — совокупность признаков (число, размеры, форма и т. д.) полного набора хромосом, присущая клеткам данного биологического вида (видовой кариотип) или данного организма (индивидуальный кариотип).

**Кариотип человека** диплоидный, 46 хромосом образуют 23 пары. Каждая пара представлена двумя гомологичными хромосомами.

Женский организм: 44 A + XX

Мужской организм: 44 A + XY

**Аутосомы (A)** — хромосомы, гомологичные для женщины и мужчины. Аутосомы обозначают порядковыми номерами. Так, у человека в диплоидном наборе имеется 44 аутосомы (22 пары, обозначаемые номерами с 1-го по 22-й) и одна пара **половых хромосом** (XX у женщин и XY у мужчин).

Хромосомный набор половых клеток человека — гаплоидный (яйцеклетка: 22 A + X; сперматозоид: 22 A + Y).

## Внутренняя среда организма. Гомеостаз

**Гомеостаз** — это способность организма поддерживать постоянство внутренней среды.

**Внутренняя среда организма** — совокупность жидкостей организма, находящихся внутри него, как правило, в определенных резервуарах (сосуды) и в естественных условиях никогда не соприкасающихся с внешней окружающей средой, обеспечивая тем самым организму гомеостаз.

К внутренней среде организма относятся **кровь** (резервуар — кровеносные сосуды), **лимфа** (резервуар — лимфатические сосуды), **тканевая** (не имеет собственного резервуара и располагается между клетками в тканях тела) и **спинномозговая** (резервуар — желудочки мозга, подпаутинное пространство и спинномозговой канал) жидкости.

**Функциональные системы** — самоорганизующиеся и саморегулирующиеся динамические центрально-периферические организации, объединенные нервными и гуморальными регуляциями, все составные компоненты которых взаимодействуют обеспечению различных полезных для самих функциональных систем и для организма в целом адаптивных результатов, удовлетворяющих его потребности (по П. К. Анохину). Оценка параметров достигнутых результатов в каждой функциональной системе постоянно осуществляется с помощью обратной афферентации.

## СПОСОБЫ РЕГУЛЯЦИИ ФУНКЦИЙ ОРГАНИЗМА

**Гуморальная регуляция.** Один из эволюционно ранних механизмов регуляции процессов жизнедеятельности в организме, осуществляемый через жидкие среды организма (кровь, лимфу, тканевую жидкость) с помощью гормонов, выделяемых клетками, органами, тканями.

Гуморальная регуляция подчиняется нервной регуляции и образует с ней единую систему нейрогуморальной регуляции.

**Нервная регуляция.** Осуществляется с помощью нервной системы (см. соответствующий раздел).

**Гормоны.** Биологически активные химические вещества, выделяемые эндокринными железами непосредственно в организм и оказывающие дистанционное сложное и многогранное воздействие на организм в целом либо на определенные органы и ткани-мишени. Гормоны служат гуморальными (переносимыми с кровью) регуляторами процессов в различных органах и системах.

**Железы.** Органы, вырабатывающие биологически активные вещества (секреты). Различают:

- **железы внутренней секреции** (не имеют выводных протоков, гормоны поступают в кровь или лимфу (гипофиз, щитовидная, вилочковая (загрудинная), надпочечники);
- **железы смешанной секреции** (выполняют одновременно внешне- и внутрисекреторную функции (поджелудочная, половые железы)).

## Железы внутренней и смешанной секреции

### Гипофиз

**Местонахождение:** нижняя поверхность головного мозга в костном кармане, называемом турецким седлом.

### Гормоны гипофиза

#### Нейрогипофиз (задняя доля гипофиза):

- **вазопрессин** (увеличивает реабсорбцию воды почкой, также оказывает ряд эффектов на кровеносные сосуды и головной мозг);
- **окситоцин** (стимулирует гладкую мускулатуру матки, вызывает сокращение миоэпителиальных клеток, окружающих альвеолы и протоки молочной железы).

#### Аденогипофиз (передняя доля гипофиза):

- тропные гормоны — **тиреотропный** (регулирует биосинтез и секрецию гормонов щитовидной железы); **адренокортикотропный** (стимулирует кору надпочечников).
- гонадотропные — **фолликулостимулирующий** (способствует созреванию фолликулов в яичниках); **лютеинизирующий** (вызывает овуляцию и образование желтого тела);
- **соматотропный** (стимулирует синтез белка в клетках, образование глюкозы и распада жиров, а также рост организма);
- **лютеотропный** (регулирует лактацию, дифференциацию различных тканей, ростовые и обменные процессы, инстинкты заботы о потомстве).

### Гипоталамус

**Местонахождение:** отдел головного мозга, расположенный ниже таламуса, или зрительных бугров.

#### Гормоны гипоталамуса

- **Вазопрессин;**
- **окситоцин;**
- **факторы, стимулирующие или угнетающие выработку гормонов гипофизом.**

### Щитовидная железа

**Местонахождение:** перед трахеей под гортанью (под щитовидным хрящом), имеет форму бабочки..

#### Гормоны щитовидной железы

- **Тироксин** (тетрайодтиронин,  $T_4$ ) (биологически малоактивен, прогормон);
- **трийодтиронин** ( $T_3$ ) (стимулирует рост и дифференциацию тканей, повышает потребность тканей в кислороде; системное артериальное давление, частоту и силу сердечных сокращений, ускоряет течение мыслительных ассоциаций, повышает двигательную активность, температуру тела и уровень основного обмена; повышает уровень глюкозы в крови, тормозит синтез гликогена в печени и скелетных мышцах, усиливает распад жира и тормозит образование и отложение жира; действие тиреоидных гормонов на обмен белков зависит от концентрации; тиреоидные гормоны усиливают процессы эритропоэза в костном мозге; понижают гидрофильность тканей и канальцевую реабсорбцию воды);
- **кальцитонин** (принимает участие в регуляции фосфорно-кальциевого обмена в организме, а также баланса активности остеокластов и остеобластов, функциональный антагонист паратгормона.)

## Паращитовидные железы

**Местонахождение:** около щитовидной железы, попарно у ее верхушки и основания. Две расположены справа от трахеи, две — слева.

*Гормон паращитовидных желез*

- **Паратгормон** (противоположен по действию трийодтирину).

## Вилочковая железа (тимус)

**Местонахождение:** состоит из двух долей, расположенных в верхней части грудной клетки, сразу за грудиной.

*Гормон вилочковой железы*

- **Тимопоэтин** (участвует в контроле дифференцировки Т-лимфоцитов).

## Надпочечники

**Местонахождение:** на верхушках почек.

*Гормоны надпочечников*

- **Адреналин** (катаболический гормон: влияет практически на все виды обмена веществ; контринсулярный гормон: тормозит синтез гликогена в печени и скелетных мышцах; также адреналин усиливает распад жиров и тормозит синтез жиров; в высоких концентрациях улучшает функциональную способность скелетных мышц; оказывает стимулирующее воздействие на ЦНС);
- **норадреналин** (один из важнейших «медиаторов бодрствования», отличается от адреналина гораздо более сильным сосудосуживающим и прессорным действием, значительно меньшим стимулирующим влиянием на сокращения сердца, слабым действием на гладкую мускулатуру бронхов и кишечника, слабым влиянием на обмен веществ; принимает участие в регуляции артериального давления и периферического сосудистого сопротивления);
- **кортикостероиды** (обладают в той или иной степени либо глюкокортикоидной, либо минералокортикоидной активностью).

## Поджелудочная железа

**Местонахождение:** позади желудка на задней брюшной стенке, заходя своей левой частью в левое подреберье, сзади прилежит к нижней полой вене, левой почечной вене и аорте.

*Гормоны поджелудочной железы*

- **Глюкагон** (усиление катаболизма депонированного в печени гликогена; активация глюконеогенеза, липолиза и кетогенеза в печени);
- **инсулин** (увеличивает проницаемость плазматических мембран для глюкозы, активизирует ключевые ферменты гликолиза, стимулирует образование в печени и мышцах из глюкозы гликогена, усиливает синтез жиров и белков; подавляет активность ферментов, расщепляющих гликоген и жиры);
- **соматостатин** (подавляет секрецию гипоталамусом соматотропин-рилизинг-гормона и секрецию передней долей гипофиза соматотропного и тиреотропного гормонов;

- подавляет секрецию различных гормонально активных пептидов и серотонина, в частности, понижает секрецию инсулина, глюкагона, гастрина, холецистокинина, вазоактивного интестинального пептида, инсулиноподобного фактора роста-1);
- **панкреатический полипептид** (подавляет секрецию поджелудочной железы и стимулирует секрецию желудочного сока);
- **грелин** («гормон голода»)

## Половые железы

**Местонахождение:** мужские — яички. Женские — яичники. В полости малого таза.

### Гормоны половых желез

В мошонке:

- стероидные гормоны, в основном **тестостерон** (способствует развитию мужских половых органов, вторичных половых признаков; регулирует сперматогенез и половое поведение, а также оказывает влияние на азотистый и фосфорный обмен). Фолликулярный аппарат:
- **эстрогены** (в физиологических концентрациях усиливают секрецию влагалищной слизи, рост и дифференциацию клеток влагалищного эпителия, стимулируют развитие матки, маточных труб, влагалища, стромы и протоков молочных желез, пигментации в области сосков и половых органов, способствует формированию вторичных половых признаков по женскому типу, рост и закрытие эпифизов длинных трубчатых костей);
- **слабые андрогены;**
- **прогестины** (обеспечивают возможность наступления и поддержания беременности (гестации)). Желтое тело (существует только в лютеиновой фазе цикла):
- **прогестины**, и в меньшей степени **эстрогены** и **слабые андрогены**.

## Опорно-двигательная система

**Опорно-двигательная система** — функциональная совокупность костей скелета, их соединений и мускулатуры со вспомогательными приспособлениями, осуществляющая посредством нервной регуляции локомоцию, поддержание позы, мимики и другие двигательные действия. Активная часть — мышцы, пассивная часть — кости и связки.

**Функции опорно-двигательной системы:** опорная (фиксация мышц и внутренних органов); защитная (защита жизненно важных органов); двигательная (обеспечение простых движений, двигательных действий); рессорная (смягчение толчков и сотрясений); участие в обеспечении жизненно важных процессов (например, минеральный обмен, кровообращение, кроветворение и т. д.).

**Остециты.** Клетки костной ткани, образующиеся из **остеобластов** (молодые остеобластвующие клетки костей, синтезирующие межклеточное вещество — **матрикс**) в процессе развития костной ткани.

**Матрикс.** Составляет основу **костной ткани**, обеспечивает механическую поддержку клеток и транспорт химических веществ.

Различают:

- **плотное костное вещество** (однородное твердое вещество образует наружный слой кости; особенно развито в средней части трубчатых костей и утон-

чается к концам; в широких костях формирует две пластины, разделенные слоем губчатого вещества; в коротких — в виде тонкой пленки покрывает кость снаружи);

- **губчатое костное вещество** (состоит из костных балок, пересекающихся в различных направлениях, образуя систему полостей и отверстий, которые в середине длинных костей сливаются в большую полость).

**Надкостница (периост).** Наружная поверхность кости, оболочка из соединительной ткани, содержащей кровеносные сосуды и клеточные элементы. Служит для питания, роста и восстановления кости.

**Костный мозг.** Заполняет внутренние полости кости. Важнейший орган кровеносной системы, один из органов гемо- и иммунопоэза.

## ВИДЫ КОСТЕЙ

**Трубчатые (длинные и короткие)** — обеспечивают большую амплитуду движений, служат рычагами тела (кости конечностей, пясти, фаланги пальцев)

**Плоские** — выполняют защитную функцию (кости черепа, лопатка, грудина, тазовая кость)

**Короткие (губчатые)** — позволяют выдерживать большую нагрузку в сочетании с подвижностью (запястье, надколенник, позвонки).

## ТИПЫ СОЕДИНЕНИЯ КОСТЕЙ

Непрерывное ( <b>фиброзное</b> ) соединение — вид соединения, при котором кости соединены между собой посредством того или иного вида соединительной ткани; в зависимости от рода ткани, соединяющей рядом лежащие кости, существует несколько непрерывных видов соединений.	Соединения посредством плотноволокнистой соединительной ткани ( <b>синдесмоз</b> ), или соединительнотканное соединение	Дистальный и проксимальный межберцовые синдесмозы
	Соединение посредством хряща — хрящевое соединение ( <b>синхондроз</b> )	Соединение ребер с грудной
	Соединение посредством костной ткани ( <b>синостоз</b> )	Соединение костей черепа вследствие их сращения
Полуподвижное ( <b>симфиз</b> )	Соединение посредством волокнистого хряща	Сращение лобковых костей
Прерывистое соединение костей, ( <b>синовиальное соединение</b> ) — подвижное сочленение двух или нескольких костей с наличием между ними щелевидной суставной полости	Сустав. Суставы различают по числу суставных поверхностей (простые, сложные, комплексные, комбинированные), по функции и форме суставных поверхностей (цилиндрический, блоковидный, мыщелковый, седловидный, шаровидный и т. д.)	Плечевой, тазобедренный сустав

## СУСТАВ

### Основные элементы сустава

- Эпифизы костей (концевой отдел трубчатой кости, формирующий сустав со смежной костью посредством сочленения их суставных поверхностей);
- суставные поверхности — поверхности костей, которыми кости, участвующие в образовании данного сустава, сочленяются друг с другом;
- суставные хрящи (гиалиновый, или стекловидный, хрящ);
- суставная сумка (капсула, которая соединяет концы суставных костей; предохраняет сустав от различных внешних повреждений; имеет толстую наружную волокнистую фиброзную мембрану и внутреннюю тонкую синовиальную оболочку, выделяющую в полость сустава синовиальную жидкость);
- полость сустава (пространство, ограниченное синовиальной оболочкой и суставными поверхностями).

### Вспомогательные образования

- Связки — плотные пучки волокнистой соединительной ткани, располагающиеся в толще или на поверхности фиброзной мембраны капсулы, иногда внутри полости сустава между суставными поверхностями;
- суставные диски и суставные мениски, хрящевые пластинки, вклинивающиеся между суставными поверхностями костей и обеспечивающие конгруэнтность суставных поверхностей.

По отношению к трем взаимно перпендикулярным осям различают следующие движения в суставах:

- вокруг фронтальной (горизонтальной) оси — сгибание и разгибание;
- вокруг сагиттальной оси — приведение и отведение;
- вокруг вертикальной оси — вращение, которое производится как кнутри, так и кнаружи;
- крутовое движение (в шаровидных суставах), при котором вершина центра вращения соответствует шаровидному суставу, а периферия описывает основание конуса.

## СТРОЕНИЕ СКЕЛЕТА

### Череп

**Мозговой отдел** (8 костей): лобная кость; теменная кость (2); затылочная кость; клиновидная кость; височная кость (2); решетчатая кость.

**Лицевой отдел** (15 костей): верхняя челюсть (2); небная кость (2); сошник; скуловая кость (2); носовая кость (2); слезная кость (2); нижняя носовая раковина (2); нижняя челюсть; подъязычная кость.

**Кости среднего уха** (3 пары): молоточек (2); наковальня (2); стремя (2).

### Туловище

**Позвоночный столб** (32—34 позвонка, схожие по строению):

- шейные позвонки (7), атлант и эпистрофей обладают особенностями строения;
- грудные позвонки (12);

- поясничные позвонки (5);
- крестцовые позвонки (5), сросшиеся в крестец;
- копчиковые позвонки (3—5), сросшиеся в копчик.

**Грудная клетка** (37 костей, причем 12 грудных позвонков относятся и к позвоночнику):

- ребра (12 пар);
- грудина.

## Верхняя конечность

**Пояс верхней конечности** (2 пары костей):

- лопатка (2);
- ключица (2).

Свободная часть верхней конечности (30 пар костей):

**Плечо:**

- плечевая кость (2).

**Предплечье:**

- локтевая кость (2);
- лучевая кость (2).

**Кисть** (27 пар костей).

**Запястье** (8 пар костей):

- ладьевидная кость (2); полулунная кость (2); трехгранная кость (2); гороховидная кость (2); кость-трапеция (2); трапецевидная кость (2); головчатая кость (2); крючковидная кость (2).

**Пясть:** пястные кости (5 пар костей).

**Кости пальцев** (14 пар костей) — по 5 пальцев на каждой кисти, по 3 фаланги в каждом пальце, кроме большого (I) пальца, у которого 2 фаланги:

- проксимальная фаланга (5 пар костей);
- средняя фаланга (4 пары костей);
- дистальная фаланга (5 пар костей).

## Нижняя конечность

**Пояс нижней конечности.**

Таз образован крестцом и тазовыми костями.

Тазовая кость (2; образована 3 сросшимися костями):

- подвздошная кость (2);
- седалищная кость (2);
- лобковая кость (2).

Свободная часть нижней конечности (30 пар костей).

**Бедро:**

- бедренная кость (2);
- надколенник (2).

**Голень:**

- большеберцовая кость (2);
- малоберцовая кость (2).

**Стопа** (26 пар костей):

- предплюсна (7 пар костей): пяточная кость (2); таранная кость (2); ладьевидная кость (2); медиальная клиновидная кость (2); промежуточная клиновидная кость (2); латеральная клиновидная кость (2); кубовидная кость (2);

- плюсна — плюсневые кости (5 пар).
- кости пальцев (14 пар) — по 5 пальцев на каждой стопе, по 3 фаланги в каждом пальце, кроме большого (I) пальца, у которого 2 фаланги: проксимальная фаланга (5 пар); средняя фаланга (4 пары); дистальная фаланга (5 пар).

## МЫШЦЫ

**Мышцы** — органы тела, состоящие из мышечной ткани, способной сокращаться под влиянием нервных импульсов.

**Мышечное волокно** — минимальный структурный элемент всех типов мышц, клетка, способная сокращаться за счет наличия специфических элементов — **миофибрилл**, в состав которых входят сократительные белки — **актин** и **миозин**.

**Свойства мышц:**

- возбудимость (способность реагировать на нервные импульсы);
- сократимость (способность уменьшать длину при увеличении толщины);
- растяжимость (способность увеличивать длину при уменьшении толщины);
- эластичность (способность принимать исходное положение).

## Функциональное деление мышц

Произвольные	Поперечнополосатая мышечная ткань	Скелетные мышцы туловища и конечностей, мимические мышцы
		Мышцы некоторых внутренних органов: язык, гортань, диафрагма
Непроизвольные	Сердечная поперечнополосатая мышечная ткань	Мышцы миокарда
	Гладкая мышечная ткань	Мышечные оболочки стенок внутренних органов, кровеносных и лимфатических сосудов, а также мышцы кожи

## Произвольные поперечнополосатые мышцы

Строение	<p>Мышца состоит из пучков поперечнополосатых мышечных волокон, связанных между собой рыхлой соединительной тканью, и покрыта снаружи <b>фасцией</b>.</p> <p><b>Головка</b> — начальный отдел мышцы.</p> <p><b>Хвост</b> — конец, противоположный головке.</p> <p><b>Брюшко</b> — утолщенная средняя часть мышцы.</p> <p>С обоих концов брюшко переходит в <b>сухожилия</b>, с помощью которых мышца прикрепляется к костям скелета.</p> <p><b>Вспомогательный аппарат:</b> фиброзно-костные каналы, синовиальные влагалища и сумки.</p> <p>Мышцы хорошо снабжаются кровью, имеют обширную лимфатическую сеть сосудов. К каждой мышце подходят двигательный и чувствительный нервы, через которые осуществляется связь с ЦНС.</p>
----------	---

По форме различают	Двуглавые (имеют две головки, например двуглавая мышца бедра), трехглавые (три головки, например трехглавая мышца голени), четырехглавые, квадратные, треугольные, круглые и др. мышцы, а также двубрюшные, многобрюшные и многосухожильные.
По направлению волокон различают	Прямые (например, прямая мышца бедра — часть четырехглавой мышцы), косые (например, косые мышцы живота) и круговые (например, круговая мышца рта) мышцы.
Функционально различают	Сгибатели, разгибатели, приводящие, отводящие, вращатели (кнутри и наружу) и т. д. Сфинктеры и дилататоры. Мимические, жевательные, дыхательные и другие мышцы. Синергисты (выполняющие одно и то же движение, например трапецевидная и ромбовидные мышцы) и антагонисты (выполняющие противоположные движения например двуглавая и трехглавая мышцы плеча).
По локализации различают	Мышцы туловища, головы, шеи, верхних и нижних конечностей.

## Кровь

**Кровь** — жидкая соединительная ткань, наполняющая сосуды. Обеспечивает жизнедеятельность клеток и тканей и выполнение ими различных физиологических функций.

**Основные функции крови:** транспортная (доставляет к клеткам питательные вещества и кислород; к легким — углекислый газ; к органам выделения — продукты распада; гормоны — от эндокринных желез к месту их действия (гуморальная регуляция); терморегуляторная — регулирует температуру тела; гомеостатическая — поддерживает стабильность внутренней среды организма; защитная (обеспечивает лейкоцитарный фагоцитоз; вырабатывает антитела).

**Состав крови:** плазма крови 55—60 % (вода; белки альбумины 4—5 %, глобулины — 3 % и фибриноген 0,2—0,4 %; глюкоза и липиды; гормоны, витамины, ферменты и промежуточные и конечные продукты обмена веществ, а также неорганические ионы); форменные элементы 40—45 % (эритроциты, лейкоциты, тромбоциты).

**Свертывание крови (гемокоагуляция, коагуляция, часть гемостаза).** Сложный биологический процесс образования в крови нитей белка фибрина, образующих тромбы, в результате чего кровь теряет текучесть, приобретает творожистую консистенцию.

- **Этапы свертывания крови:** разрушение тромбоцитов с высвобождением **тромбопластина**;
- тромбопластин при наличии ионов кальция в крови способствует преобразованию протромбина в **тромбин**;
- тромбин преобразует растворимый белок **фибриноген** в нерастворимый **фибрин**;
- нити фибрина густо перекрывают рану, образуя сеть, в которой задерживаются форменные элементы крови — так формируется **тромб**.

**Агглютинация.** Склеивание и выпадение в осадок из однородной взвеси бактерий, эритроцитов и других клеток, несущих **антигены**, под действием специфических веществ — **агглютининов**, в роли которых могут выступать, например, антитела.

Реакцию агглютинации применяют для определения групп крови, идентификации возбудителей инфекционных заболеваний и т. д.

**Агглютинин** — антитело плазмы крови, обеспечивающее реакцию агглютинации клеток крови, бактерий и ряда других антигенных частиц. Данное белковое соединение является одним из участников иммунного ответа.

**Агглютиногены** — антигены, участвующие в реакции агглютинации.

### Группа крови человека. Резус-фактор

**Группа крови** зависит от веществ белковой природы:

- агглютиногенов А и В (в эритроцитах)
- агглютининов (в плазме крови).

**Резус-фактор** — антиген (белок), находящийся на поверхности эритроцитов. Имеется у большинства людей (85 %), — Rh<sup>+</sup>; 15 % людей являются резус-отрицательными (Rh<sup>-</sup>). Резус-фактор учитывают во время переливания крови.

#### Группы крови

Группы крови	Агглютиногены	Агглютинины
I (O)	Отсутствует	$\alpha$ и $\beta$
II (A)	A	$\beta$
III (B)	B	$\alpha$
IV (AB)	AB	Отсутствует
Резус-фактор	Rh <sup>+</sup>	Присутствует на поверхности эритроцита
	Rh <sup>-</sup>	Отсутствует

### ФОРМЕННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КРОВИ

Форменные элементы	Эритроциты	Лейкоциты	Тромбоциты
Функция	Транспорт кислорода и углекислого газа. Транспорт аминокислот от органов пищеварения к клеткам. Защита (за счет наличия на их поверхности антител). Транспорт ферментов.	Защита	Гемокоагуляция. Питание эндотелия кровеносных сосудов (ангиотрофическая функция). Регенерация тканей.
Размеры	7—8 мкм	7—20 мкм	2—5 мкм

Строение	Красные безъядерные клетки, содержат гемоглобин.	Белые клетки; имеют ядра. Различают: <ul style="list-style-type: none"> <li>• гранулоциты (клетки с крупными сегментированными ядрами и специфической зернистостью цитоплазмы; подразделяются на нейтрофильные, эозинофильные и базофильные);</li> <li>• агранулоциты (клетки с простым несегментированным ядром; подразделяются на лимфоциты и моноциты).</li> </ul>	Постклеточные структуры, представляющие собой окруженные мембраной и лишённые ядра фрагменты цитоплазмы гигантских клеток костного мозга — мегакариоцитов.
Количество в 1 см <sup>3</sup>	4,3—5,7 млн	4,5—11 тыс.	150—390 тыс.
Продолжительность жизни	4 месяца	Преимущественно 1—7 дней, некоторые — десятки лет	5—8 дней
Место образования	Красный костный мозг	Селезенка, лимфоузлы, костный мозг	Красный костный мозг
Место разрушения	Селезенка; печень (разрушается гемоглобин)	Селезенка; печень; места, где происходит воспалительный процесс	Селезенка

## Иммунитет

Иммунитет — внутренняя система организма, обеспечивающая его защиту от вредных воздействий внешней среды. Эта система защищает как основные внешние его параметры, так и функции жизнедеятельности его органов и тканей (гомеостаз).

Существует два типа иммунитета:

- **индивидуальный (неспецифический и специфический)** иммунитет формируется на протяжении жизни в результате контакта иммунной системы с различными микробами и антигенами и не передается последующим поколениям;
- **видовой (наследственный)** иммунитет носит видоспецифический характер и одинаков у всех представителей одного вида.

### Механизм иммунного ответа

Неспецифический иммунный ответ (первая фаза) запускается после попадания в организм чужеродного антигена. Подразумевает первичное разрушение антигена и формирование очага воспаления. Это защитный процесс, направленный на предотвращение распространения антигена. Задействованы системы комплемента лизозим, тканевые макрофаги.

Первый этап столкновения с чужеродным антигеном — неспецифический защитный процесс — воспаление, сопровождающееся фагоцитозом, выделением медиаторов воспаления — гистамина, серотонина, цитокинов и др.

Специфический иммунный ответ (вторая фаза) распознавание антигена и выработка факторов защиты специально против него.

Фагоциты (макрофаги) поглощают антигены и контактируют с лимфоцитами Т-хелперами, представляя им на поверхности антигенные детерминанты.

Т-хелперы начинают размножение (выделяя специфические белковые вещества — интерлейкины) специфических для данного антигена клонов Т-киллеров и В-лимфоцитов.

Различают специфический иммунитет двух типов — клеточный и гуморальный (Т- и  $\beta$ -клетки).

### Клеточный иммунный ответ

Т-клетки атакуют: злокачественные клетки; клетки, инфицированные микроорганизмами; трансплантированные органы и ткани; вирусные белки.

Наружная мембрана Т-клеток имеет специальные рецепторы, сходные по конфигурации с антителами. Но рецепторы Т-клеток не распознают целую молекулу антигена, а связываются только с фрагментами антигенов или других чужеродных молекул.

Среди Т-клеток по особенностям наружной мембраны (находящихся на ней разных антигенов) выделяют Т4- и Т8-клетки, различные по своим функциям.

Т4-клетки называют **Т-хелперами**. Т4-клетки действуют совместно с макрофагами:

- сначала макрофаг захватывает организм, несущий антигены;
- затем макрофаг отщепляет часть антигена (пептид) и выводит его на свою поверхность, предъявляя его иммунным клеткам;
- Т-хелпер, имеющий соответствующий по структуре рецептор, распознает этот пептид как чужой и выделяет большое количество **лимфокинов**;
- лимфокины стимулируют размножение Т-клеток и выработку антител  $\beta$ -клетками, а также инициируют процесс воспаления. Лимфокины, выделяемые Т-хелперами, стимулируют активность всех типов лейкоцитов, в том числе и фагоцитов. Численное соотношение этих двух типов лимфоцитов регулирует силу иммунного ответа.

Существует два типа Т8-клеток: **Т-супрессоры** и **Т-киллеры**.

Клетки-киллеры образуют меньшее количество лимфокинов, но способны уничтожать зараженные вирусами клетки. Это происходит в результате химической атаки зараженных клеток. Киллеры не распознают части попавших извне антигенов, чужеродные пептиды. Так же киллеры атакуют и постепенно разрушают трансплантированные органы.

### Гуморальный иммунный ответ

$\beta$ -клетки после распознавания антигена начинают активно синтезировать антитела специфично к данному антигену (иммуноглобулины Ig) — это молекулы белков, способные прилипать к структуре антигена, вызывая его разрушение или скорейшее выведение из организма. Теоретически возможно формирование антител к любому химическому веществу, имеющему достаточную молекулярную массу.  $\beta$ -клетки выделяют антитела в плазму крови, тканевую жидкость, лимфу.

$\beta$ -клетки атакуют: бактерии; некоторые вирусы.

Период развития гуморального иммунитета — до 2 недель.

Выделяют два типа  $\beta$ -клеток — клетки памяти и эффекторы.

**Эффекторы** выделяют в кровь, тканевую жидкость антитела. Живут эти клетки несколько суток.

**Клетки памяти** живут гораздо больше года. Они способны быстро давать иммунный ответ на любую возможную инфекцию в будущем.

## КРОВООБРАЩЕНИЕ

**Кровообращение** — циркуляция крови в организме. Кровь приводится в движение сокращениями сердца и циркулирует по сосудам.

Органами кровообращения являются сосуды и сердце.

### Сосуды

- **Артерии:** кровь движется от сердца (наибольшие сосуды);
- **артериолы:** кровь движется от сердца (сосуды меньшего, чем артерии, диаметра);
- **капилляры (капиллярная сеть):** происходит обмен веществ через тканевую жидкость между кровью и с клетками (наименьшие сосуды);
- **вены** (кровь движется к сердцу (различные по диаметру сосуды)).

### Сердце

- Правое предсердие (принимает венозную кровь из верхней полый и нижней полый вен большого круга кровообращения и выталкивает ее в правый желудочек);
- правый желудочек (выталкивает венозную кровь в легочную артерию к легким);
- левое предсердие (принимает артериальную кровь из легочных вен из малого круга кровообращения и выталкивает ее в левый желудочек);
- левый желудочек (выталкивает артериальную кровь в аорту в большой круг кровообращения).

**Сердечный цикл (0,8 с):**

- сокращение предсердий (0,1 с) — **систола предсердий**, циркулярные мышцы предсердий пережимают вход из вен в предсердия, что препятствует обратному току крови, давление в предсердиях повышается до 8—10 мм рт. ст., и кровь перемещается в желудочки;
- сокращение желудочков (0,3 с) — **систола желудочков**, давление в желудочках становится выше давления в предсердиях (которые начинают расслабляться), что приводит к закрытию предсердно-желудочковых клапанов. Внешним проявлением этого события является I тон сердца. Затем давление в желудочке превышает аортальное, в результате чего открывается клапан аорты и начинается исторжение крови из желудочка в артериальную систему, расслабленное предсердие в это время заполняется кровью;
- общая пауза (0,4 с) — **общая диастола**, давление в полостях сердца близко к нулю, в аорте медленно понижается с систолического до диастолического, которые в норме у человека равны соответственно 120 и 80 мм рт. ст.

Правая половина сердца и левая работают синхронно.

**Систолический объем (СО, или ударный объем)** — количество крови (60—80 мл), которую в среднем сердце выбрасывает в аорту за одно сокращение.

**Артериальное давление:**

- верхняя цифра — систолическое артериальное давление (наивысшее давление во время сердечного цикла, достигаемое к концу систолы);

- нижняя цифра — диастолическое артериальное давление (наинизшее давление во время сердечного цикла, достигается в конце диастолы желудочков).

Типичное значение артериального кровяного давления здорового человека (систолическое/диастолическое) = 120/80 мм рт. ст. Разница между систолическим артериальным давлением и диастолическим (пульсовое давление) в норме составляет 30—60 мм рт. ст.

## Регуляция работы сердца

### Нервная:

- симпатический отдел увеличивает силу сердечных сокращений;
- парасимпатический уменьшает.

### Гуморальная:

- адреналин, норадреналин (надпочечники) усиливают и ускоряют работу сердца;
- ацетилхолин, ионы калия уменьшают частоту и силу сокращений.

**Саморегуляция:** чем больше сердце наполняется кровью, тем сильнее сокращается

## Круги кровообращения

**Малый круг кровообращения:** правый желудочек сердца (кровь венозная) → легочная артерия (кровь венозная) → капилляры легких (венозная кровь обогащается кислородом и превращается в артериальную) → легочные вены (кровь артериальная) → левое предсердие.

**Большой круг кровообращения:** левый желудочек сердца (кровь артериальная) → аорта — наибольшая артерия (кровь артериальная) → артерии меньшего диаметра, капилляры во всех органах тела (артериальная кровь отдает кислород и превращается в венозную) → вены системы нижней поллой вены (собирает венозную кровь от нижних конечностей и органов туловища), вены системы верхней поллой вены (собирает венозную кровь от головы, шеи, верхних конечностей) → правое предсердие (кровь венозная).

## Лимфа

**Лимфа** — разновидность соединительной ткани, жидкость, по химическому составу близкая к плазме крови.

**Лимфатическая система** — незамкнутая система сосудов различного диаметра, которые берут начало между клетками и поступают в венозные сосуды, сливаясь с кровеносной системой.

**Функции лимфатической системы:** отведение из тканевой жидкости воды и белков и возвращение их в кровяное русло; обезвреживание микроорганизмов, токсинов; образование лимфоцитов; выведение жиров из тонкого кишечника.

**Лимфатический узел.** Периферический орган лимфатической системы, выполняющий функцию биологического фильтра, через который протекает лимфа, поступающая от органов и частей тела. В теле человека выделяют около 150 групп лимфоузлов.

**Движение лимфы от тканей и органов к венозному руслу:** тканевая жидкость → лимфатические капилляры → лимфатические сосуды с клапанами → лимфатические узлы → лимфатические протоки и стволы: слева в грудной проток (наибольший), ле-

вый яремный и левый подключичный стволы; справа в правый лимфатический проток, правый яремный и правый подключичный стволы → крупные вены шеи → верхняя полая вена.

## Дыхательная система

**Дыхательная система** — совокупность органов, обеспечивающих внешнее дыхание (газообмен между вдыхаемым атмосферным воздухом и кровью).

Газообмен выполняется легкими, и в норме направлен на поглощение из вдыхаемого воздуха кислорода и выделение во внешнюю среду образованного в организме углекислого газа.

**Дыхание** — совокупность процессов, вследствие которых происходит использование организмом кислорода и удаление углекислого газа.

Кислород нужен для обеспечения организма человека энергией, которая выделяется при взаимодействии органических соединений с кислородом.

Внутреннее дыхание	Реакции распада и окисления органических соединений, являющихся источником энергии в организме; происходят в клетках: <ul style="list-style-type: none"> <li>• диффузия кислорода из крови к клеткам (тканевые капилляры);</li> <li>• использование кислорода клетками и образование углекислого газа;</li> <li>• диффузия углекислого газа из клеток к крови (тканевые капилляры).</li> </ul>	
Внешнее дыхание	Газообмен между кровью и атмосферным воздухом; происходит в органах дыхания: <ul style="list-style-type: none"> <li>• вентиляция легких: обмен воздухом между внешней средой и альвеолами легких;</li> <li>• диффузия газов в легких — обмен газов (кислорода и углекислого газа) между альвеолярным воздухом и кровью.</li> </ul>	
Функции дыхательной системы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Осуществляет газообмен между организмом и окружающей средой (поступление кислорода и выведение углекислого газа);</li> <li>• терморегуляция;</li> <li>• выделение <math>H_2O</math> (в виде пара).</li> </ul>	
Регуляция дыхания	Нервная	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Дыхательный центр в продолговатом мозге координирует работу дыхательных мышц, согласовывает дыхание с функциональным состоянием организма;</li> <li>• саморегуляция: вдох рефлекторно вызывает выдох, а выдох — вдох;</li> <li>• произвольная регуляция частоты и глубины дыхания (кора больших полушарий).</li> </ul>
	Гуморальная	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Повышение концентрации углекислого газа в крови возбуждает дыхательный центр (дыхание ускоряется);</li> <li>• уменьшение концентрации углекислого газа в крови тормозит дыхательный центр (горможение дыхания).</li> </ul>

## ОРГАНЫ ДЫХАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Носовая полость	Носовые ходы: верхний (обонятельные рецепторы), средний, нижний (увлажнение воздуха, очистка от примесей, бактерий и пыли). Слизистый реснитчатый эпителий покрывает стенку носовой полости, выделяет слизь и вещества, снижающие жизнеспособность бактерий (очищение от пыли, обеззараживание воздуха), разветвленная сеть капилляров слизистой оболочки (регуляция температуры воздуха).
Носоглотка	Носовая и ротовая части глотки (проводят воздух).
Гортань	Полость, образованная хрящами (проводит воздух), надгортанный хрящ (закрывает вход в гортань в момент глотания), мышцы и головчатые связки образуют голосовую щель (голос, звуковая речь).
Трахея	Образована 16—20 хрящевыми полукольцами, соединенными связками. Задняя стенка образована соединительной тканью с гладкой мускулатурой, прилегает к пищеводу (пропускает воздух, не мешает прохождению пищи).
Бронхи	Образованы хрящевыми полукольцами. Правый бронх делится на три ветви; левый — на две ветви (полукольца предотвращают перекрытие просвета; проводят воздух к легким). Бронхи ветвятся на более мелкие — II, III, IV и т. д. порядка.
Бронхиолы	Ветвятся, образуя ацинус; заканчиваются альвеолами (проводят воздух к альвеолам).
Легкие	Правое образовано тремя долями, левое — двумя долями. Состоят из альвеол (диаметр 0,2—0,3 мм, количество до 400 млн). Стенка альвеолы представляет собой слой плоского эпителия и эластичные волокна. Альвеолы покрыты сеткой кровеносных капилляров. Здесь происходит газообмен между альвеолярным воздухом и кровью.

**Жизненная емкость легких (ЖЕЛ)** — максимальное количество воздуха, выдыхаемое после самого глубокого вдоха (3,5—4,8 л). ЖЕЛ является одним из основных показателей состояния аппарата внешнего дыхания, широко используемым в медицине.

Для оценки индивидуальной величины ЖЕЛ на практике принято сравнивать ее с так называемой должной ЖЕЛ (ДЖЕЛ), которую вычисляют по различным эмпирическим формулам. Исходя из показателей роста в метрах и возраста в годах (В), ДЖЕЛ (л) можно рассчитать по следующим формулам:

- для мужчин  $\text{ДЖЕЛ} = 5,2 \times \text{рост} - 0,029 \times \text{В} - 3,2$ ;
- для женщин  $\text{ДЖЕЛ} = 4,9 \times \text{рост} - 0,019 \times \text{В} - 3,76$ ;
- для девочек от 4 до 17 лет при росте от 1 до 1,75 м  $\text{ДЖЕЛ} = 3,75 \times \text{рост} - 3,15$ ;
- для мальчиков того же возраста при росте до 1,65 м  $\text{ДЖЕЛ} = 4,53 \times \text{рост} - 3,9$ , а при росте свыше 1,65 м  $\text{ДЖЕЛ} = 10 \times \text{рост} - 12,85$ .

## Питание и пищеварение

**Питание** — поступление в организм и усвоение им веществ, необходимых для выполнения энергетических затрат, построения и восстановления тканей.

Питательные вещества попадают в организм человека с пищей.

**Пищеварение** — процесс расщепления сложных органических веществ на растворимые соединения, которые могут всасываться в кровь и лимфу и усваиваться организмом.

**Пищеварительная система** обеспечивает поэтапное расщепление питательных веществ (физическое и химическое изменение пищи). Химическое преобразование пищи происходит при помощи пищеварительных соков, содержащих **ферменты**.

**Ферменты** — биологически активные вещества белковой природы, способные ускорять биохимические реакции. Каждый фермент выполняет определенную функцию (катализ определенной химической реакции).

## СИСТЕМА ОРГАНОВ ПИЩЕВАРЕНИЯ

Орган	Функции	Действующие вещества
Ротовая полость	Механическая обработка — измельчение (32 зуба)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Амилаза;</li> <li>мальтаза (слюна)</li> </ul>
	Анализ вкуса и температуры, перемешивание, глотание (язык)	
	Увлажнение и формирование болюса — пищевого комка; частичное расщепление углеводов (химическая обработка); обезвреживание микроорганизмов, лизоцим (слюна)	
Глотка и пищевод	Глотание и перемещение пищи в желудок	—
Желудок (три оболочки: внешняя серозная оболочка; мышечный слой (средний слой; внутренний слой); внутренний (слизистая оболочка)	Накопление пищи, перемешивание, перетирание (сокращение желудка), расщепление белков (преимущественно пепсины), обезвреживание микроорганизмов (соляная кислота). Активизируют витамин К и витамин В <sub>12</sub>	Желудочный сок: <ul style="list-style-type: none"> <li>пепсины;</li> <li>соляная кислота;</li> <li>слизь;</li> <li>фактор Кастля</li> </ul>
Тонкая кишка (три отдела: двенадцатиперстная кишка; тощая кишка; подвздошная кишка)	Смешивание пищи с желчью, которая обеспечивает эмульгирование жиров, ферментами поджелудочной железы и тонкой кишки, расщепляющими углеводы (мальтоза, лактоза, сахароза), белки (трипсин и химотрипсин), всасывание питательных веществ через кишечную стенку (двенадцатиперстная кишка)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Амилаза;</li> <li>трипсин;</li> <li>липаза (сок поджелудочной железы);</li> <li>желчь (печень)</li> </ul>
	Всасывание продуктов расщепления в кровь и лимфу (тощая кишка, подвздошная кишка)	Кишечный сок

Орган	Функции	Действующие вещества
Толстая кишка (состоит из слепой, ободочной, сигмовидной и прямой кишок)	Всасывание воды и некоторых питательных веществ, таких как витамины, здесь же происходит и формирование каловых масс	Микроорганизмы, которые расщепляют клетчатку, синтезируют витамин К и витамины группы В

## ЖЕЛЕЗЫ, ПРИНИМАЮЩИЕ УЧАСТИЕ В ПИЩЕВАРЕНИИ

Слюнные железы (три пары больших слюнных желез: околоушные, подъязычные, подчелюстные; малые слюнные железы: губные, щечные, язычные, небные, железы дна ротовой полости)	Образуют слюну. Функции слюны: <ul style="list-style-type: none"> <li>• увлажняет пищу;</li> <li>• осуществляет частичное расщепление углеводов (амилаза, мальтаза);</li> <li>• обезвреживает микроорганизмы (лизоцим).</li> </ul> Протоки желез открываются в ротовую полость.
Печень (желчный пузырь)	Секретирует желчь. Функции желчи: <ul style="list-style-type: none"> <li>• осуществляет эмульгирование жиров;</li> <li>• активирует деятельность ферментов;</li> <li>• усиливает двигательную активность кишок;</li> <li>• задерживает гнилостные процессы.</li> </ul> Общий желчный проток вместе с протоком поджелудочной железы открывается в двенадцатиперстную кишку.
Поджелудочная железа	Образует сок, ферменты которого осуществляют окончательное расщепление: <ul style="list-style-type: none"> <li>• белков до аминокислот (трипсин);</li> <li>• жиров до глицерина и жирных кислот (липаза);</li> <li>• углеводов до глюкозы (амилаза).</li> </ul>
Собственно железы слизистой оболочки желудка, кишечника	Секретируют сок (желудочный, кишечный)

## ВИТАМИНЫ

**Витамины** — биологически активные вещества различной химической природы, обязательные участники обмена веществ.

### Витамины и их функции

Название	Суточная потребность	Пищевые продукты, содержащие витамин	Влияние на организм
А (ретинол)	1—2 мг	Животная пища: масло, молоко, яйца, печень и т. п. Растительная пища: морковь, помидоры, абрикосы и т. п.	Обеспечивает нормальный рост и развитие эпителиальных тканей. Входит в состав зрительного пигмента родопсина

Название	Суточная потребность	Пищевые продукты, содержащие витамин	Влияние на организм
С (аскорбиновая кислота)	75—100 мг	Растительная пища: рябина, смородина, земляника, цитрусовые, капуста, шиповник	Обеспечивает обменные процессы, укрепляет кровеносные сосуды, повышает иммунитет
D (кальциферол)		Животная пища: печень, яйца, рыбий жир. Образуется в коже под влиянием ультрафиолетового излучения	Обеспечивает регуляцию обмена солей фосфора и кальция
B <sub>1</sub> (тиамин)	2—3 мг	Растительная пища: черный хлеб, овсяная крупа. Животная пища: яичные желтки, печень	Обеспечивает: <ul style="list-style-type: none"> <li>• обмен жиров, белков, углеводов;</li> <li>• тканевое дыхание;</li> <li>• передачу возбуждения по нервной системе</li> </ul>
B <sub>2</sub> (рибофлавин)	2—4 мг	Животная пища: рыбные продукты, печень, молоко, Растительная пища: гречневая крупа	Синтез ферментов
B <sub>6</sub> (пиридоксин)	2—4 мг	Растительная пища: рисовые отруби, зародыши пшеницы. Животная пища: почки	Обеспечивает обмен белков, жиров, участвует в кроветворении
B <sub>15</sub> (пангамовая кислота)	200—300 мг	Растительная пища: свежие фрукты и овощи	Усиливает использование клетками кислорода
B <sub>12</sub> (цианокобаламин)		Животная пища: печень; синтезируется бактериями кишечника человека	Обеспечивает кроветворную функцию организма

## СОСТАВ ПРОДУКТОВ. ТАБЛИЦЫ КАЛОРИЙНОСТИ

Все продукты приведены в единой таблице в алфавитном порядке (содержание в 100 г продукта).

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Абрикосы	0.9	0.0	10.5	45
Айва	0.6	0.0	8.9	38
Алыча	0.2	0.0	7.4	30
Ананас	0.4	0.0	11.8	48
Апельсин	0.9	0.0	8.4	37
Арахис	26.3	45.2	9.7	550

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Арбузы	0.5	0.2	6.0	27
Баклажаны	0.6	0.1	5.5	25
Бананы	1.5	0.0	22.0	94
Баранина	16.3	15.3	0.0	202
Баранки	10.0	2.0	69.0	334
Бобы	6.0	0.1	8.3	58
Брусника	0.7	0.0	8.6	37
Брынза	17.9	20.1	0.0	252
Брюква	1.2	0.1	8.1	38
Бычки	12.8	8.1	5.2	144
Вафли с жиросодержащими начинками	3.0	30.0	64.0	538
Вафли с фруктовыми начинками	3.0	5.0	80.0	377
Ветчина	22.6	20.9	0.0	278
Виноград	1.0	1.0	18.0	85
Вишня	1.5	0.0	73.0	298
Вымя говяжье	12.3	13.7	0.0	172
Геркулес	13.1	6.2	65.7	371
Говядина	18.9	12.4	0.0	187
Говядина тушеная	16.8	18.3	0.0	231
Голубика	1.0	0.0	7.7	34
Горбуша	21.0	7.0	0.0	147
Горох лущеный	23.0	1.6	57.7	337
Горох цельный	23.0	1.2	53.3	316
Горошек зеленый	5.0	0.2	13.3	75
Гранат	0.9	0.0	11.8	50
Грейпфрут	0.9	0.0	7.3	32
Грецкий орех	13.8	61.3	10.2	647
Грибы белые свежие	3.2	0.7	1.6	25
Грибы белые сушеные	27.6	6.8	10.0	211
Грибы подберезовики свежие	2.3	0.9	3.7	32
Грибы подосиновники свежие	3.3	0.5	3.4	31
Грибы сыроежки свежие	1.7	0.3	1.4	15
Грудинка сырокопченая	7.6	66.8	0.0	631
Груша	2.3	0.0	62.1	257
Гусятина	16.1	33.3	0.0	364
Драже фруктовое	3.7	10.2	73.1	399
Ежевика	2.0	0.0	5.3	29
Жир животный топленый	0.0	99.7	0.0	897
Завтрак туриста (говядина)	20.5	10.4	0.0	175
Завтрак туриста (свинина)	16.9	15.4	0.0	206

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Зеленая фасоль (стручок)	4.0	0.0	4.3	33
Зефир	0.8	0.0	78.3	316
Изюм	2.3	0.0	71.2	294
Икра кеты зернистая	31.6	13.8	0.0	250
Икра лещевая пробойная	24.7	4.8	0.0	142
Икра минтаевая пробойная	28.4	1.9	0.0	130
Икра осетровая зернистая	28.9	9.7	0.0	202
Икра осетровая пробойная	36.0	10.2	0.0	235
Индейка	21.6	12.0	0.8	197
Инжир	0.7	0.0	13.9	58
Ирис	3.3	7.5	81.8	407
Йогурт натуральный 1,5% жирности	5.0	1.5	3.5	47
Кабачки	0.6	0.3	5.7	27
Кальмар	18.0	0.3	0.0	74
Камбала	16.1	2.6	0.0	87
Капуста белокочанная	1.8	0.0	5.4	28
Капуста цветная	2.5	0.0	4.9	29
Карамель	0.0	0.1	77.7	311
Карась	17.7	1.8	0.0	87
Карп	16.0	3.6	0.0	96
Картофель	2.0	0.1	19.7	87
Кета	22.0	5.6	0.0	138
Кефир жирный	2.8	3.2	4.1	56
Кефир нежирный	3.0	0.1	3.8	28
Кизил	1.0	0.0	9.7	42
Клубника, земляника	1.2	0.0	8.0	36
Клюква	0.5	0.0	4.8	21
Колбаса вареная «Докторская»	13.7	22.8	0.0	260
Колбаса вареная «Любительская»	12.2	28.0	0.0	300
Колбаса вареная «Молочная»	11.7	22.8	0.0	252
Колбаса вареная «Отдельная»	10.1	20.1	1.8	228
Колбаса вареная «Телячья»	12.5	29.6	0.0	316
Колбаса варено-копченая «Любительская»	17.3	39.0	0.0	420
Колбаса варено-копченая «Сервелат»	28.2	27.5	0.0	360
Колбаса полукопченая «Краковская»	16.2	44.6	0.0	466
Колбаса полукопченая «Минская»	23.0	17.4	2.7	259
Колбаса полукопченая «Полтавская»	16.4	39.0	0.0	416
Колбаса полукопченая «Украинская»	16.5	34.4	0.0	375
Колбаса сырокопченая «Любительская»	20.9	47.8	0.0	513

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Колбаса сырокопченая «Московская»	24.8	41.5	0.0	472
Колбасный фарш	15.2	15.7	2.8	213
Конина	20.2	7.0	0.0	143
Конфеты шоколадные	3.0	20.0	67.0	460
Корейка сырокопченая	10.5	47.2	0.0	466
Корюшка	15.5	3.2	0.0	90
Краб	16.0	0.5	0.0	68
Креветки	22.0	1.0	0.0	97
Кролик	20.7	12.9	0.0	198
Крупа гречневая	12.6	2.6	68.0	345
Крупа кукурузная	8.3	1.2	75.0	344
Крупа манная	11.3	0.7	73.3	344
Крупа овсяная	12.0	6.0	67.0	370
Крупа перловая	9.3	1.1	73.7	341
Крупа пшеничная	12.7	1.1	70.6	343
Крупа ячневая	10.4	1.3	71.7	340
Крыжовник	0.7	0.0	9.9	42
Курага	5.2	0.0	65.9	284
Куры	20.8	8.8	0.6	164
Ледяная	15.5	1.4	0.0	74
Лещ	17.1	4.1	0.0	105
Лимон	0.9	0.0	3.6	18
Лук зеленый (перо)	1.3	0.0	4.3	22
Лук порей	3.0	0.0	7.3	41
Лук репчатый	1.7	0.0	9.5	44
Майонез	3.1	67.0	2.6	625
Макаронные изделия	11.0	0.9	74.2	348
Макрурус	13.2	0.8	0.0	60
Малина	0.8	0.0	9.0	39
Мандарин	0.8	0.0	8.6	37
Маргарин бутербродный	0.5	82.0	1.2	744
Маргарин молочный	0.3	82.3	1.0	745
Мармелад	0.0	0.1	77.7	311
Масло растительное	0.0	99.9	0.0	899
Масло сливочное	0.6	82.5	0.9	748
Масло топленое	0.3	98.0	0.6	885
Масса творожная	7.1	23.0	27.5	345
Мед	0.8	0.0	80.3	324
Миндаль	18.6	57.7	13.6	648
Минога	14.7	11.9	0.0	165
Минтай	15.9	0.7	0.0	69

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Мозги говяжьи	9.5	9.5	0.0	123
Мойва	13.4	11.5	0.0	157
Молоко	2.8	3.2	4.7	58
Молоко ацидофильное	2.8	3.2	10.8	83
Молоко сгущенное	7.0	7.9	9.5	137
Молоко сгущенное с сахаром	7.2	8.5	56.0	329
Молоко сухое цельное	25.6	25.0	39.4	485
Морковь	1.3	0.1	7.0	34
Морошка	0.8	0.0	6.8	30
Морская капуста	0.9	0.2	3.0	17
Мука пшеничная 1 сорта	10.6	1.3	73.2	346
Мука пшеничная 2 сорта	11.7	1.8	70.8	346
Мука пшеничная высшего сорта	10.3	0.9	74.2	346
Мука ржаная	6.9	1.1	76.9	345
Навага	16.1	1.0	0.0	73
Налим	18.8	0.6	0.0	80
Нототения мраморная	14.8	10.7	0.0	155
Облепиха	0.9	0.0	5.5	25
Отурцы	0.8	0.0	3.0	15
Окунь морской	17.6	5.2	0.0	117
Окунь речной	18.5	0.9	0.0	82
Оливки	5.2	51.0	10.0	519
Осетр	16.4	10.9	0.0	163
Палтус	18.9	3.0	0.0	102
Пастила	0.5	0.0	80.4	323
Перец зеленый сладкий	1.3	0.0	4.7	24
Перец красный сладкий	1.3	0.0	5.7	28
Персики	3.0	0.0	68.5	286
Петрушка (зелень)	3.7	0.0	8.1	47
Петрушка (корень)	1.5	0.0	11.0	50
Печень баранья	18.7	2.9	0.0	100
Печень говяжья	17.4	3.1	0.0	97
Печень свиная	18.8	3.6	0.0	107
Печень трески	4.0	66.0	0.0	610
Пирожное бисквитное с фруктовой начинкой	5.0	10.0	60.0	350
Пирожное слоеное с кремом	5.0	40.0	46.0	564
Пирожное слоеное с фруктовой начинкой	5.0	25.0	55.0	465
Помидоры (томаты)	1.0	0.2	3.7	20
Почки бараньи	13.6	2.5	0.0	76

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Почки говяжьи	12.5	1.8	0.0	66
Почки свиные	13.0	3.1	0.0	79
Просо	9.1	3.8	70.0	350
Простокваша	2.8	3.2	4.1	56
Пряники	5.0	3.0	76.0	351
Путассу	16.1	0.9	0.0	72
Пшеница цельная	9.0	2.0	52.0	262
Пшено	12.0	2.9	69.3	351
Ревень	0.7	0.0	2.9	14
Редис	1.2	0.0	4.1	21
Редька	1.9	0.0	7.0	35
Репа	1.5	0.0	5.9	29
Рис	8.0	1.0	76.0	345
Рожь	11.0	2.0	67.0	330
Рыба-сабля	20.3	3.2	0.0	110
Рыбец каспийский	19.2	2.4	0.0	98
Рябина красная	1.4	0.0	12.5	55
Рябина черноплодная	1.5	0.0	12.0	54
Ряженка	3.0	6.0	4.1	82
Сазан	18.4	5.3	0.0	121
Сайра	18.6	12.0	0.0	182
Салака	17.3	5.6	0.0	119
Салат	1.5	0.0	2.2	14
Сардельки говяжьи	12.0	15.0	2.0	191
Сардельки свиные	10.1	31.6	1.9	332
Сахар	0.0	0.0	99.9	399
Свекла	1.7	0.0	10.8	50
Свинина жирная	11.4	49.3	0.0	489
Свинина нежирная	16.4	27.8	0.0	315
Свинина тощая	16.5	21.5	0.0	259
Свинина тушеная	15.0	32.0	0.0	348
Сдобная выпечка	8.0	15.0	50.0	367
Сельдь	17.7	19.5	0.0	246
Семга	20.8	15.1	0.0	219
Семя подсолнечника	20.7	52.9	5.0	578
Сердце баранье	13.5	2.5	0.0	76
Сердце говяжье	15.0	3.0	0.0	87
Сердце свиное	15.1	3.2	0.0	89
Сиг	19.0	7.5	0.0	143
Скумбрия	18.0	9.0	0.0	153
Слива садовая	0.8	0.0	9.9	42

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Сливки 10 % жирности	3.0	10.0	4.0	118
Сливки 20 % жирности	2.8	20.0	3.6	205
Сметана 10 % жирности	3.0	10.0	2.9	113
Сметана 20 % жирности	2.8	20.0	3.2	204
Смородина белая	0.3	0.0	8.7	36
Смородина красная	0.6	0.0	8.0	34
Смородина черная	1.0	0.0	8.0	36
Сом	16.8	8.5	0.0	143
Сосиски «Молочные»	12.3	25.3	0.0	276
Сосиски «Русские»	12.0	19.1	0.0	219
Сосиски «Свинные»	11.8	30.8	0.0	324
Соя	34.9	17.3	26.5	401
Ставрида	18.5	5.0	0.0	119
Стерлядь	17.0	6.1	0.0	122
Судак	19.0	0.8	0.0	83
Сухари пшеничные	11.0	2.0	72.0	350
Сухари сливочные	8.5	10.6	71.3	414
Сухой белок	73.3	1.8	7.0	337
Сухой желток	34.2	52.2	4.4	624
Сушки	11.0	1.3	73.0	347
Сыр «Голландский»	27.0	40.0	0.0	468
Сыр плавленый	24.0	45.0	0.0	501
Сыр «Пошехонский»	26.0	38.0	0.0	446
Сыр «Российский»	23.0	45.0	0.0	497
Сыр «Швейцарский»	25.0	37.0	0.0	433
Сырки творожные	7.1	23.0	27.5	345
Творог жирный	14.0	18.0	1.3	223
Творог нежирный	18.0	2.0	1.5	96
Творог обезжиренный	16.1	0.5	2.8	80
Творог полужирный	16.7	9.0	1.3	153
Телятина жирная	19.0	8.0	0.0	148
Телятина тощая	20.0	1.0	0.0	89
Толокно	12.2	5.8	68.3	374
Торт бисквитный с фруктовой начинкой	4.7	20.0	49.8	398
Торт миндальный	6.6	35.8	46.8	535
Трепанг	7.0	1.0	0.0	37
Треска	17.5	0.6	0.0	75
Тунец	23.0	1.0	0.0	101

Продукт	Белки, г	Жиры, г	Углеводы, г	Ккал
Угольная рыба	13.2	11.6	0.0	157
Угорь	14.5	30.5	0.0	332
Угорь морской	19.1	1.9	0.0	93
Урюк	5.0	0.0	67.5	290
Утка	16.5	31.0	0.0	345
Фасоль	22.3	1.7	54.5	322
Финики	2.5	0.0	72.1	298
Фундук	16.1	66.9	9.9	706
Халва подсолнечная	11.6	29.7	54.0	529
Халва тахинная	12.7	29.9	50.6	522
Хек	16.6	2.2	0.0	86
Хлеб пшеничный из муки 1 сорта	7.7	2.4	53.4	266
Хлеб ржаной	4.7	0.7	49.8	224
Хлеб ржаной грубый	4.2	0.8	43.0	196
Хрен	2.5	0.0	16.3	75
Хурма	0.5	0.0	15.9	65
Цыплята	18.7	7.8	0.4	146
Черемша	2.4	0.0	6.5	35
Черешня	1.1	0.0	12.3	53
Черника	1.1	0.0	8.6	38
Чернослив	2.3	0.0	65.6	271
Чеснок	6.5	0.0	21.2	110
Чечевица	24.8	1.1	53.7	323
Шелковица	0.7	0.0	12.7	53
Шиповник свежий	1.6	0.0	24.0	102
Шиповник сушеный	4.0	0.0	60.0	256
Шоколад молочный	6.9	35.7	52.4	558
Шоколад темный	5.4	35.3	52.6	549
Шпик свиной	1.4	92.8	0.0	840
Шпинат	2.9	0.0	2.3	20
Щавель	1.5	0.0	5.3	27
Шука	18.8	0.7	0.0	81
Яблоки	3.2	0.0	68.0	284
Язык говяжий	13.6	12.1	0.0	163
Язык свиной	14.2	16.8	0.0	208
Язь	18.2	1.0	0.0	81
Яичный порошок	45.0	37.3	7.1	544
Яйцо куриное	12.7	11.5	0.7	157
Яйцо перепелиное	11.9	13.1	0.6	167

## Мочеполовая система

**Мочеполовая система** — комплекс органов репродуктивной и мочевыделительной систем, анатомически, функционально и эмбриологически связанных между собой. Некоторые органы мочеполовой системы выполняют и репродуктивную, и мочевыделительную функцию (например, уретра у мужчин).

**Мочевыделительная система** — система органов, формирующих, накапливающих и выделяющих мочу. У человека состоит из пары почек, двух мочеточников, мочевого пузыря и мочеиспускательного канала.

### ФУНКЦИИ ОРГАНОВ МОЧЕВЫДЕЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Почки	Парные органы (правая и левая). Каждая почка покрыта прочной соединительнотканной капсулой, и состоит из паренхимы и системы накопления и выведения мочи. Капсула почки представляет собой плотный чехол из соединительной ткани, покрывающий почку снаружи. Паренхима почки представлена внешним слоем коркового вещества и внутренним слоем мозгового вещества, составляющим внутреннюю часть органа. Каждая почка имеет лоханку, куда поступает моча из системы чашек.
Функции почек в поддержании гомеостаза	Образование мочи; осморегуляция; поддержание кислотно-щелочного баланса; регуляция кровяного давления; синтез гормонов.
Нефрон (1 000 000 шт.)	Структурная и функциональная единица почки. Представляет собой микроскопическое образование, состоит из почечного тельца ( клубочка), где происходит фильтрация из плазмы крови и образование первичной мочи, и системы канальцев, в которых осуществляются реабсорбция (обратное всасывание) и секреция веществ и образование вторичной мочи. Поддерживают постоянный объем и ионный состав жидкостей, регулируют кислотно-щелочной баланс, выделяют продукты обмена и инородные вещества, синтезируют гормоны. Около клубочковые клетки (юкстогломерулярный комплекс) вырабатывают гормон пенин, который действует как активатор повышения артериального давления.
Мочеточники	Правый и левый трубчатые протоки, идущие от лоханок к мочевому пузырю. Отводят мочу из почек в мочевой пузырь.
Мочевой пузырь	Полый растяжимый мышечный орган. Накапливает мочу.
Мочеиспускательный канал	Имеет кольцевые мышцы, выпускает мочу во внешнюю среду.

**Репродуктивная система** — комплекс органов, участвующих в воспроизводстве человека.

**Мужская репродуктивная система** состоит из внутренних и наружных половых органов (пенис (половой член), яички, придатки яичка, привески и придатки яичек,

семенные пузырьки, куперовы железы, простата (предстательная железа), семявыносящие протоки, уретра).

## ФУНКЦИИ ОРГАНОВ МУЖСКОЙ РЕПРОДУКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Яички (тестикулы)	Парные железы располагаются в <b>мошонке</b> , подвешены на <b>семенном канатике</b> . Состоят из извитых семенных канальцев. Каждое яичко содержит порядка тысячи извитых <b>семенных канальцев</b> , в которых происходит созревание сперматозоидов. Кроме того, яички отвечают за секрецию мужских половых гормонов — андрогенов.
Семенная жидкость	В организме мужчины в процессе эякуляции сперма из придатков яичек благодаря мышечным сокращениям семявыносящих протоков доходит до уретры в области простаты, где смешивается с секретом трех желез. <b>Семенные пузырьки</b> изливают секрет вблизи от места впадения семявыносящих протоков в мочеиспускательный канал. Далее к семенной жидкости добавляется секрет <b>предстательной железы</b> (простаты), которая располагается вокруг мочеиспускательного канала у его выхода из мочевого пузыря. Секрет простаты выводится в мочеиспускательный канал через две группы коротких узких протоков, впадающих в мочеиспускательный канал. Затем в семенную жидкость добавляют свой секрет пара <b>куперовых</b> (бульбоуретральных) желез, располагающихся у основания пещеристых тел полового члена. Секреты, выделяемые семенными пузырьками и куперовыми железами, имеют щелочной характер, а секреты простаты представляют собой водянистую жидкость молочного цвета с характерным запахом.
Сперматозоид	Мужская гамета, специализированная клетка, строение которой позволяет ей преодолеть половые пути женщины и проникнуть в яйцеклетку, чтобы внести в нее генетический материал мужчины. Сперматозоид, сливаясь с яйцеклеткой, оплодотворяет ее.

**Женская половая система** включает внутренние и наружные половые органы.

## ФУНКЦИИ ОРГАНОВ ЖЕНСКОЙ РЕПРОДУКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Наружные половые органы	Малые и большие половые губы с расположенными на них железами, клитор и вход во влагалище.
Внутренние половые органы	Влагалище, матка, фаллопиевы трубы, яичники.

Влагалище	Открывается наружу через вход во влагалище (преддверие). Во влагалище попадает сперма во время полового акта. Эта область увлажняется выделениями из бартолиновых желез.
Матка	Непарный гладкомышечный полый орган, в котором развивается и вынашивается плод. Матка расположена в средней части полости малого таза, лежит между мочевым пузырем и прямой кишкой. Снизу тело матки переходит в округленную часть — шейку матки, зев которой открывается во влагалище.
Яичники	Парные женские половые железы, расположенные в полости малого таза. Выполняют генеративную функцию — в них развиваются и созревают женские половые клетки; они также являются железами внутренней секреции и вырабатывают половые гормоны (эндокринная функция).
Фаллопиевы трубы	Парный трубчатый орган, соединяющий полость матки с брюшной полостью. Осуществляет функцию транспортировки яйцеклетки и сперматозоидов, создавая благоприятную среду для оплодотворения, развития оплодотворенной яйцеклетки и продвижения ее в матку.
Яйцеклетки	Женские гаметы. Человеческая яйцеклетка имеет диаметр примерно 150 мкм. Яйцеклетки образуются в результате овогенеза. После оплодотворения из оплодотворенной яйцеклетки (зиготы) развивается эмбрион.

## ВНУТРИУТРОБНОЕ РАЗВИТИЕ ПЛОДА

Продолжительность периода внутриутробного развития — в среднем 280 дней.

Период внутриутробного развития делится на две фазы.

Первые две недели после зачатия: продвижение зиготы по трубе до полости матки и прикрепление плодного яйца к ее стенке (**период бластогенеза**).

### Фазы внутриутробного развития

**Фаза эмбрионального развития.** Формирование внутренних органов и внешних частей тела, к концу 8-й недели эмбрион приобретает человекообразный вид (четко различаются голова, туловище, конечности; на голове видны нос, рот, уши, глаза, на руках и ногах — пальцы).

**Фаза плацентарного развития.** У сформировавшегося плода устанавливается обособленное от матери кровообращение. Питание в его организм поступает в виде готовых, доступных для усвоения пищевых веществ из материнского организма через плаценту.

В этот период происходит быстрое увеличение длины и массы тела плода.

Длина тела плода к 3-му лунному месяцу достигает 9 см, к 5-му месяцу он равен (в см) квадрату числа месяцев внутриутробного развития, а с 6-го лунного месяца — числу месяцев беременности, умноженному на 5.

Масса плода к 5 месяцам достигает 300 г, к 6 месяцам — 600—700 г, к 7—1200 г, к концу 8-го лунного месяца — 1700 г. Быстрый прирост массы тела, в основном за счет увеличения подкожно-жировой клетчатки, идет на 9-м и 10-м лунных месяцах, ко времени рождения ребенка масса тела достигает 3200—3500 г.

В фазе плацентарного развития (фетальной) часто выделяют ранний (до 5 месяцев), поздний (от 5 месяцев до рождения ребенка) антенатальный и интранатальный периоды.

## Кожа

**Кожа** — внешний покров тела человека, который состоит из эпидермиса, дермы, подкожной клетчатки.

**Функции кожи:** защита организма; участие в обмене веществ, синтез витамина D; выделение продуктов обмена веществ (в составе пота); восприятие раздражений (прикосновение, давление, тепло, холод); регуляция теплообмена; резерв энергетического материала (жиры); депо крови в организме; молочные железы вырабатывают молоко в период грудного вскармливания.

**Производные кожи:** волосы, ногти.

## Нервная система

Нейрон (нервная клетка)	Структурная единица нервной системы. Нейрон состоит из одного аксона, тела (сомы) и нескольких дендритов. Нейрон обычно имеет только один аксон (иногда ни одного) и один или несколько дендритов. В зависимости от числа дендритов нервные клетки делятся на униполярные, биполярные, мультиполярные.
Аксон	Отросток нервной клетки, по которому нервные импульсы идут от сомы к иннервируемым органам и другим нервным клеткам.
Дендрит	Дихотомически ветвящийся отросток нейрона, воспринимающий сигналы от других нейронов, рецепторных клеток или непосредственно от внешних раздражителей. Дендриты могут образовывать синаптические контакты с аксонами (аксодендритические) и дендритами (дендро-дендритические).
Синапс	Место контакта между двумя нейронами или между нейроном и получающей сигнал эффекторной клеткой. Служит для передачи нервного импульса между двумя клетками. Одни синапсы вызывают деполяризацию нейрона (возбуждающие), другие — гиперполяризацию (тормозящие).

## ОТДЕЛЫ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ

**Нервная система** объединяет, согласовывает, регулирует деятельность органов и систем; обеспечивает связь организма с окружающей средой, а также деятельность человека как биологического и социального существа.

Нервную систему условно подразделяют на центральную и периферическую.

### Центральная нервная система (ЦНС)

**Головной мозг** — главный контролирующий орган нервной системы.

**Спинной мозг** — осуществляет рефлекторную и проводниковую функции. В спинном мозге находятся нервные центры (двигательные центры скелетной мускулатуры,

сосудодвигательные центры, центры потоотделения и др.), непосредственно связанные с рецепторами и исполнительными (рабочими) органами.

### Периферическая нервная система

Образования, лежащие за пределами ЦНС: отходящие от ЦНС нервы, узлы (ганглии), нервные сплетения и рецепторные аппараты.

В зависимости от структурных и функциональных особенностей иннервируемых органов выделяют соматическую и вегетативную системы.

<b>Соматическая система (произвольная)</b>	<b>Вегетативная система (автономная).</b> В значительной степени независима от ЦНС.	
Связана с корой больших полушарий головного мозга. С ее помощью осуществляется управление скелетной мускулатурой. Принцип работы соматической нервной системы — рефлекторный.	<b>Симпатическая:</b> (основная часть находится вблизи спинного мозга в области туловища, образуя пограничный симпатический ствол) — в целом обеспечивает подготовку организма к усиленной деятельности, является функциональным антагонистом парасимпатической.	<b>Парасимпатическая:</b> (нервные узлы находятся в стенках внутренних органов или рядом с ними) — в целом обеспечивает подготовку к спокойной, восстанавливающей деятельности, является функциональным антагонистом симпатической.

### Функции симпатического и парасимпатического отделов вегетативной нервной системы

<b>Симпатический отдел</b>	<b>Парасимпатический отдел</b>
Ускоряет ритм и увеличивает силу сокращений сердца	Замедляет ритм и уменьшает силу сокращений сердца
Сужает артерии, повышает кровяное давление	Снижает кровяное давление
Уменьшает перистальтику и секрецию органов пищеварения	Усиливает перистальтику и секрецию органов пищеварения
Тормозит секрецию желудочных желез	Возбуждает секрецию желудочных желез
Тормозит перистальтику кишечника	Ускоряет перистальтику кишечника
Расслабляет мочевой пузырь	Сокращает мочевой пузырь
Расширяет зрачок глаза	Суживает зрачок глаза
Усиливает частоту дыхания	Снижает частоту дыхательных движений, поддерживает медленное, но глубокое дыхание
Увеличивает потребление кислорода организмом	Уменьшает потребление кислорода организмом
Увеличивает количество сахара в крови	Уменьшает количество сахара в крови

## СПИННОЙ МОЗГ

Спинной мозг расположен в позвоночном канале. Наружный слой спинного мозга представлен белым и серым веществом.

Серое вещество спинного мозга	Состоит главным образом из тел нервных клеток с их отростками, не имеющими миелиновой оболочки. Белый цвет определяет наличие <b>миелина</b> (вещества, образующего электроизолирующую оболочку аксонов).	
Белое вещество спинного мозга	<p>Сложная система миелиновых и безмиелиновых нервных волокон и опорной нервной ткани, а также кровеносных сосудов, окруженных незначительным количеством соединительной ткани. Нервные волокна в белом веществе собраны в пучки.</p> <p>В состав белого вещества спинного мозга входят:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>афферентные проводящие пути</b> (передают нервный импульс от органов к ЦНС);</li> <li>• <b>эфферентные проводящие пути</b> (передают нервный импульс от ЦНС к мышцам и органам);</li> <li>• <b>ассоциативные волокна</b> (осуществляют связь между сегментами спинного мозга и образуют передние, боковые и задние собственные пучки, которые прилегают к серому веществу спинного мозга, окружая его со всех сторон).</li> </ul>	
Спинно-мозговые нервы	Образованы передним и задним корешками спинного мозга одного уровня, общее число составляет 31 пару. Каждая пара иннервирует определенную группу скелетных мышц и ограниченный участок кожи.	
	<p><b>Передний (двигательный) корешок</b> образуют передние корешковые нити, представляющие собой аксоны нервных клеток.</p> <p>Передние корешки содержат <b>эфферентные</b> (центробежные) волокна, проводящие двигательные импульсы на периферию тела: к поперечно-полосатым и гладким мышцам, железам и т. д.</p>	<p><b>Задний корешок</b> образуют задние корешковые нити.</p> <p>Задние корешки содержат <b>афферентные</b> (центростремительные) нервные волокна, проводящие чувствительные импульсы от периферии в ЦНС.</p>

## РЕФЛЕКСЫ

**Рефлекс** — реакция организма на раздражение, осуществляется при участии нервной системы.

**Рефлекторная дуга** — основа рефлекса, путь, по которому проходит нервный импульс при осуществлении рефлекса.

**Нервный импульс** — электрический сигнал, который распространяется по нервному волокну. Возникновение и распространение нервного импульса обеспечивается электрическими свойствами мембраны и цитоплазмы нервных клеток.

## ГОЛОВНОЙ МОЗГ

**Головной мозг** образует большое число нейронов, связанных между собой синаптическими связями. Взаимодействуя посредством этих связей, нейроны формируют сложные электрические импульсы, контролирующие деятельность всего организма.

Часть мозга, состоящая преимущественно из клеток, — **серое вещество**.

Часть мозга, состоящая из нервных волокон, — **белое вещество**.

### Отделы мозга

Отдел	Функции
Продолговатый мозг	Рефлекторная — центры регуляции дыхания (вдоха и выдоха), сердечно-сосудистой деятельности, пищеварительных (слюноотделение, выделение желудочного и поджелудочного соков, жевание, сосание, глотание и др.) и защитных (чихание, кашель, рвотный и др.) рефлексов. Проводниковая — передача импульсов от спинного мозга в головной и обратно.
Мост является вместе с мозжечком частью заднего мозга	Проводниковая — через мост проходят нервные пути, связывающие передний и средний мозг с продолговатым и спинным.
Задний мозг (мозжечок)	Рефлекторная — обеспечивает координацию движений, сохранение равновесия и позы, регуляцию мышечного тонуса. Деятельность мозжечка контролируется корой больших полушарий мозга.
Средний мозг	Рефлекторная — первичные центры зрения и слуха, регуляция тонуса скелетных мышц.
Промежуточный мозг (образованный таламусом и гипоталамусом)	Проводниковая — связь всех рецепторов с корой больших полушарий. Рефлекторная — центры обмена веществ, терморегуляции, инстинктивные реакции (пищевые, защитные). Гормонсинтезирующая.
Передний мозг (правое и левое полушария, мозолистое тело)	Основа психической деятельности: память, мышление, поведение.

### Кора больших полушарий головного мозга

Кора больших полушарий головного мозга	Слой серого вещества мозга, толщина которого 1,5—4,5 мм. Около 16 млрд клеток коры размещены в шесть слоев. Извилины и борозды значительно увеличивают поверхность коры (до 1700—2500 см <sup>2</sup> ).
Полушарие	Разделено на пять долей. Четыре из них примыкают к соответствующим костям свода черепа: лобная доля, теменная доля, затылочная доля, височная доля. Пятая — островковая доля расположена в глубине латеральной ямки большого мозга, отделяющей лобную долю от височной.

Клетки коры — в разных участках образуют зоны (поля) коры	<p>Передняя часть лобных долей коры имеет центры, участвующие в формировании личностных качеств, творческих процессов и влечений человека.</p> <p>Лобный участок — вкусовая, обонятельная, двигательная, кожно-мышечная зоны.</p> <p>Теменной участок — двигательная, кожно-мышечная зоны.</p> <p>Височный участок — слуховая зона.</p> <p>Затылочный участок — зрительная зона.</p>
---	--

## СЕНСОРНЫЕ СИСТЕМЫ

**Сенсорные системы, или анализаторы** — часть нервной системы; обеспечивают восприятие и переработку организмом информации из внешней и внутренней среды.

Сенсорная система состоит из рецепторов, нейронных проводящих путей и отделов головного мозга, ответственных за обработку полученных сигналов.

**Рецепторы** воспринимают информацию от раздражителей различной природы и превращают ее в нервный импульс.

**Проводящие пути** передают нервный импульс к нервным центрам коры больших полушарий мозга.

**Кора головного мозга** — здесь происходит анализ и синтез возбуждения и формирование соответствующей реакции: ощущение, впечатление.

### Виды анализаторов

Анализатор	Периферический отдел	Проводниковый отдел	Центральный отдел
Зрительный	Фоторецепторы (сетчатка глаза)	Зрительный нерв	Зрительная зона (затылочная часть коры больших полушарий головного мозга)
Слуховой	Слуховые рецепторы (кортиева орган внутреннего уха)	Слуховой нерв	Слуховая зона (височная часть коры больших полушарий)
Равновесия	Перепончатый лабиринт (отолитовый аппарат и полукружные каналы)	Предреберно-улитковый нерв	Вестибулярные ядра продолговатого мозга, откуда поступают сигналы к большим полушариям, спинному мозгу и мозжечку
Обонятельный	Обонятельные рецепторы в полости носа	Обонятельный нерв	Обонятельные центры коры больших полушарий
Вкусовой	Рецепторы вкуса (язык, слизистая оболочка поверхности щек и небо)	Лицевой, языкоглоточный блуждающий нерв	Вкусовая зона в теменной части коры больших полушарий

## Зрительная сенсорная система

**Зрительная сенсорная система** воспринимает электромагнитные колебания с длиной волны 320—760 нм.

Оптическая система глаза	Обеспечивает четкое изображение предметов на сетчатке.
Аккомодация	Способность глаза менять фокусное расстояние за счет изменения кривизны хрусталика глаза (линзы), когда сокращается и расслабляется цилиарная мышца.
Хрусталик	Прозрачное тело внутри глазного яблока напротив зрачка; биологическая линза: представляет собой прозрачное двояковыпуклое округлое эластичное образование, циркулярно фиксированное к цилиарному телу. Задняя поверхность хрусталика прилегает к стекловидному телу, спереди от него находятся радужка и передняя и задняя камеры.
Желтое пятно	Место наибольшей остроты зрения в сетчатке глаза, сосредоточение колбочек. Имеет овальную форму, расположено напротив зрачка, несколько выше места входа в глаз зрительного нерва.
Слепое пятно	На сетчатке место выхода зрительного нерва, не содержит фоторецепторов.

## Типы фоторецепторов

Тип	Характеристика	Функция	Расположение на сетчатке
Палочки	Возбуждаются при слабом освещении	Обеспечивают зрение при сумеречном освещении. Воспринимают форму предметов	130 млн; расположены по периферии от фокусного центра
Колбочки реагируют на цвета: красный, зеленый, синий	Возбуждаются при ярком свете; мало чувствительны к слабому освещению	Воспринимают цвет, форму, детали предметов	7 млн; расположены в центре сетчатки

## Слуховая сенсорная система

**Слуховая сенсорная система** воспринимает звуковые колебания от 16 до 20 000 Гц.

Наружное ухо	Латеральная часть периферического отдела слуховой системы — включает ушную раковину и наружный слуховой проход. Улавливает, направляет и проводит звуковые волны.
--------------	---

Среднее ухо	Небольшое пространство в височной кости объемом около 1 см <sup>3</sup> . Здесь три слуховые косточки: молоточек, наковальня и стремечко — они передают звуковые колебания из наружного уха во внутреннее, одновременно усиливая их.
Евстахиева труба	Соединяет полость среднего уха и носоглотку; уравнивает атмосферное давление воздуха на барабанную перепонку извне и изнутри.
Внутреннее ухо	Наиболее сложный отдел органов слуха, из-за сложной формы получил название лабиринт. Лабиринт включает преддверие, улитку, полукружные каналы. Слуховые рецепторы внутреннего уха воспринимают возбуждение и передают его к волокнам слухового нерва.

## ВЫСШАЯ НЕРВНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ЧЕЛОВЕКА

**Высшая нервная деятельность** — совокупность рефлексов, обеспечивающих разнообразные формы взаимосвязи человека с окружающей средой; осуществляются при участии высших отделов ЦНС.

Виды рефлексов	По видам рецепторов: <ul style="list-style-type: none"> <li>экстероцептивные (кожные, зрительные, слуховые, обонятельные);</li> <li>интероцептивные (отражают информацию с рецепторов внутренних органов);</li> <li>проприоцептивные (отражают информацию с рецепторов мышц, сухожилий, суставов).</li> </ul>
	По эффекторам: <ul style="list-style-type: none"> <li>соматические, или двигательные (рефлексы скелетных мышц, например флексорные, экстензорные, локомоторные, статокинетические и др.);</li> <li>вегетативные внутренних органов — пищеварительные, сердечно-сосудистые, выделительные, секреторные и т. д.</li> </ul>
	По анатомическому расположению центральной части рефлекторных дуг: <ul style="list-style-type: none"> <li>спинальные рефлексы (участвуют нейроны, расположенные в спинном мозге. Пример простейшего спинального рефлекса — отдергивание руки от горячего предмета).</li> <li>рефлексы головного мозга (осуществляются при участии нейронов головного мозга, среди них различают бульбарные — при участии нейронов продолговатого мозга; мезенцефальные — с участием нейронов среднего мозга; кортикальные — с участием нейронов коры больших полушарий головного мозга).</li> </ul>
	По типу образования: <ul style="list-style-type: none"> <li>условные,</li> <li>безусловные:</li> </ul>

Безусловные рефлексы	<p>Врожденные, относительно постоянные стереотипные реакции организма на действие внешней и внутренней сред, осуществляются при помощи ЦНС.</p> <p>По биологической значимости:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• обеспечивающие жизнедеятельность (дыхание, глотание, жевание, слюноотделение);</li> <li>• защитные (кашель, сужение зрачка, моргание);</li> <li>• ориентировочные (поворот головы на адекватное раздражение);</li> <li>• половые, копуляция (забота о потомстве).</li> </ul>
Условные рефлексы	Формируются в процессе жизни на основе безусловных, носят временный характер, обеспечивают приспособляемость организма к новым условиям внешней среды.
Динамический стереотип	Система последовательных стабильных условных рефлексов.
Инстинкты	Врожденные программы поведения, наследуются от родителей: пищевые, защитные, половые инстинкты.
Мышление	Работа мозга, вследствие которой человек может с помощью слов и образов вообразить и выразить разнообразнейшие состояния своего организма и свое отношение к реальным и вымышленным предметам и явлениям.
Память	Способность сохранять, накапливать и воссоздавать информацию об опыте прошлого.
Внимание	<p>Направленность сознания на определенную деятельность или на изучение какого-то конкретного объекта.</p> <p>Свойства внимания:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• объем — способность воспринимать определенное количество объектов за короткий промежуток времени, контролировать несколько действий;</li> <li>• устойчивость (концентрация) — способность сосредотачиваться на объекте, оказывать сопротивление отвлекающим факторам;</li> <li>• распределение — способность направлять внимание одновременно на разные объекты (это возможно, когда один из видов деятельности хорошо известен, а другой не требует полного сосредоточения);</li> <li>• переключение — способность быстро переключать внимание с одного предмета на другой.</li> </ul>

### Виды памяти

**Вид памяти:** двигательная (мышечная), зрительная (образная), слуховая, эмоциональная.

**Объект запоминания:** бытовые движения, труд, письмо, лица людей, объекты окружающего мира, услышанные звуки, слова, пережитые чувства.

# ГЕОЛОГИЯ. ГЕОГРАФИЯ

## Геология

### Земля.

### Некоторые параметры

#### Физические характеристики

Экваториальный радиус	6378,14 км
Полярный радиус	6356,78 км
Средний радиус	6371,3 км
Длина экватора	40075 км
Объем	$1,0832 \times 10^{12}$ км <sup>3</sup>
Масса	$5,9737 \times 10^{24}$ кг
Плотность	$5,515 \times 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Площадь поверхности	510065 700 км <sup>2</sup>
Площадь материков и островов	149 100 000 км <sup>2</sup> (29,2% зем- ной поверхности)
Площадь океанов	361 100 000 км <sup>2</sup> (70,8% зем- ной поверхности)
Средняя высота материков (над уровнем моря)	860 м
Средняя глубина океанов	3700 м
Ускорение свободного падения на экваторе	9,766 м/с <sup>2</sup>
Вторая космическая скорость	11 180 м/с
Сидерический период вращения	23,934 ч
Экваториальный наклон к орбите	23,45°
Температура поверхности минимальная	185 К
Температура поверхности средняя	287 К
Температура поверхности максимальная	331 К
Атмосферное давление у поверхности	101,325 кПа

### Орбитальные характеристики

Среднее расстояние от Солнца	149 597 890 км (1,0 а. е.)
Перигелий	147 100 000 км
Афелий	152 100 000 км
Сидерический орбитальный период	365,256366 дней
Средняя орбитальная скорость	29 785,9 м/с
Эксцентриситет орбиты	0,01671022
Наклон орбиты к плоскости эклиптики	0,00005°
Окружность орбиты	924 375 700 км
Спутники	1 (Луна)

### ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ЗЕМЛИ

**Геосферы** — географические концентрические оболочки (сплошные или прерывистые), которые составляют планету Земля.

Выделяют следующие геосферы: атмосфера; гидросфера; литосфера; ядро Земли.

Разделение на геосферы (равно как и их границы) — довольно условно.

#### Масса основных оболочек Земли ( $10^9$ кг)

Атмосфера —  $5,3 \times 10^9$

Гидросфера —  $1,4 \times 10^{12}$

Биосфера —  $1,0 \times 10^6$

Литосфера —  $6,0 \times 10^{15}$

### АТМОСФЕРА

**Атмосфера** — газовая оболочка Земли, которая удерживается вокруг планеты за счет гравитации. Не существует резкой границы между атмосферой и межпланетным пространством, поэтому атмосферой принято считать область вокруг небесного тела, в которой газовая среда вращается вместе с ним как единое целое.

#### Основные физические свойства атмосферы

Мощность слоя атмосферы	~2000—3000 км от поверхности Земли
Суммарная масса воздуха в атмосфере	$(5,1 \div 5,3) \times 10^{18}$ кг
Масса сухого воздуха	$5,1352 \pm 0,0003 \times 10^{18}$ кг
Общая масса водяных паров	$\sim 1,27 \times 10^{16}$ кг
Молярная масса чистого сухого воздуха	28,966 г/моль
Плотность воздуха у поверхности моря	$\sim 1,2$ кг/м <sup>3</sup>
Давление при 0°C на уровне моря	101,325 кПа
Критическая температура	-140,7°C
Критическое давление	3,7 МПа
Теплоемкость $C_p$ при 0°C	$1,0048 \times 10^3$ Дж/ (кг × К)
Изохорная теплоемкость $C_v$	$0,7159 \times 10^3$ Дж/ (кг × К) (при 0°C)
Растворимость воздуха в воде (по массе)	
при 0°C	0,0036 %
при 25°C	0,0023 %

«Нормальные условия» у поверхности Земли:

- плотность атмосферного воздуха  $1,2 \text{ кг/м}^3$ ;
- барометрическое давление  $101,35 \text{ кПа}$ ;
- температура  $20^\circ\text{C}$ ;
- относительная влажность  $50\%$ .

### Газовый состав атмосферы

Газ	Количество (сухой воздух, %о)
<i>Основные постоянные компоненты нижних слоев атмосферы</i>	
Молекулярный азот	780,74
Молекулярный кислород	209,46
Углекислый газ	430
Аргон	9,34
Неон	18,18
Гелий	5,24
Криптон	1,14
Ксенон	0,09
Молекулярный водород	0,50
Метан	2,00
Двуокись азота	0,50
<i>Основные компоненты, присутствующие в нижних слоях атмосферы в переменном составе</i>	
Озон (результат ультрафиолетового излучения)	0—0,50
Диоксид серы (результат деятельности промышленности и вулканов)	0—1,00
Оксид азота (результат деятельности промышленности)	0—0,02
Молекулярный водород (результат деятельности промышленности)	$10^{-4} \text{ г/м}^3$
Хлористый натрий (влияние морей)	$10^{-4} \text{ г/м}^3$
Аммиак (результат деятельности промышленности)	Остатки
Оксид углерода (результат деятельности промышленности)	Остатки

### Строение атмосферы

Название	Высота	Параметры
Тропосфера	До 7 км над полюсами и до 18 км над экватором	Здесь происходят почти все атмосферные явления; тропосфера содержит более 80 % всей массы атмосферного воздуха и около 90 % всего имеющегося в атмосфере водяного пара. Температура убывает с ростом высоты со средним вертикальным градиентом $0,65^\circ/100 \text{ м}$ .

Название	Высота	Параметры
Тропопауза	От 8—12 км (над уровнем моря) в полярных районах до 16—18 км — над экватором	Переходный слой от тропосферы к стратосфере. Здесь прекращается снижение температуры с высотой.
Стратосфера	От 7—18 до 30—60 км над уровнем моря	Характерно незначительное изменение температуры в слое 11—25 км (нижний слой стратосферы) и повышение ее в слое 25—40 км от $-56,5$ до $0,8^{\circ}\text{C}$ (верхний слой стратосферы, или область инверсии).
Стратопауза	50—55 км над уровнем моря	Здесь температура, которая растет в стратосфере, достигает максимума — около $0^{\circ}\text{C}$ .
Мезосфера	от 30—60 до 80—100 км над уровнем моря	Температура с высотой понижается со средним вертикальным градиентом $(0,25-0,3)^{\circ}/100$ м. Основным энергетическим процессом является лучистый теплообмен. Сложные фотохимические процессы с участием свободных радикалов, колебательно возбужденных молекул и т. д. обуславливают свечение атмосферы.
Мезопауза	80—90 км над уровнем моря	Здесь находится температурный минимум — около $-225^{\circ}\text{C}$ (температура постоянная или медленно повышается), выше нее (до высоты около 400 км) температура снова начинает расти. Мезопауза совпадает с нижней границей области активного поглощения рентгеновского и наиболее коротковолнового ультрафиолетового излучения Солнца. На этой высоте наблюдаются серебристые облака.
Термосфера	От 80—100 км и выше	Верхний предел — около 800 км. Температура растет до высот 200—300 км, где достигает значений порядка 1500 К, после чего остается почти постоянной до больших высот. Под действием ультрафиолетовой и рентгеновской солнечной радиации и космического излучения происходит ионизация воздуха («полярные сияния») — основные области ионосферы лежат внутри термосферы. На высотах свыше 300 км преобладает атомарный кислород. Верхний предел термосферы в значительной степени определяется текущей активностью Солнца.

### Структура атмосферы в зависимости от вида и свойств частиц

Название	Границы	Параметры
Ионосфера	Включает в себя часть мезосферы и термосферы. Верхней границей	Частицы ионосферы образуют очень разреженную и высоко-

Название	Границы	Параметры
	ионосферы считается магнитосфера	электропроводную среду. Это смесь газа нейтральных атомов и молекул и квазинейтральной плазмы (число отрицательно заряженных частиц лишь примерно равно числу положительно заряженных).
Магнитосфера	Со стороны, обращенной к Солнцу, расстояние до границы магнитосферы варьируется в зависимости от интенсивности солнечного ветра и составляет около 70 000 км. С ночной стороны магнитосфера Земли вытягивается в длинный цилиндрический магнитный хвост.	Здесь заряженные частицы космического происхождения (протоны, электроны, $\alpha$ -частицы) взаимодействуют с магнитным полем Земли (пояса ван Аллена).
Экзосфера	Внешняя часть термосферы, расположенная выше 700 км.	Сфера рассеяния, внешний, наиболее разреженный слой атмосферы. Здесь длины свободного пробега частиц делают возможным рассеивание в межпланетное пространство. Состав преимущественно из ионизированного газа (плазмы).

### Структура атмосферы в зависимости от газового состава

Название	Свойства
Гомосфера	Достигает высоты 100 км, ее состав близок к составу у поверхности
Гетеросфера	Начинается с высоты 100 км. Здесь состав воздуха различен в разных слоях

## ЛИТОСФЕРА

**Литосфера** — твердая оболочка Земли. Включает земную кору и отделенную от нее границей Мохоровичича жесткую верхнюю часть мантии, до астеносферы, где скорости сейсмических волн понижаются, свидетельствуя об изменении пластичности пород. Нижняя граница литосферы нечеткая.

В строении литосферы выделяют подвижные области (складчатые пояса) и относительно стабильные платформы.

Мощность литосферы неопределенна и колеблется, вероятно, от 50 до 200 км, в том числе мощность верхней ее части — земной коры — достигает 30—60 км под континентами и 5—10 км под океанами.

**Блоки литосферы** — литосферные плиты — двигаются по пластичной астеносфере.

## Соотношение массы основных частей литосферы и ядра (в $10^9$ кг)

Континентальная кора —  $1,6 \times 10^8$

Мантия —  $4,1 \times 10^{15}$

Океаническая кора —  $7,0 \times 10^{13}$

Ядро —  $1,9 \times 10^{15}$

## Земная кора. Химический состав

Масса земной коры оценивается в  $2,8 \times 10^{16}$  кг (из них 21 % — океаническая кора и 79 % — континентальная). Кора составляет 0,473 % общей массы Земли.

Химический элемент	Количество, масс. %
O	47,90
Si	29,50
Al	8,14
Fe	4,37
Mg	1,79
Ca	2,71
Na	2,01

Химический элемент	Количество, масс. %
K	2,40
H	0,16
Ti	0,52
C	0,27
S	0,10
Mn	0,12
O	47,90

## ГОРНЫЕ ПОРОДЫ И МИНЕРАЛЫ

**Минерал** — твердое (чаще всего) природное тело, в целом обладающее однородным химическим составом, часто имеет кристаллическое строение.

Минералы классифицируют, например, по преобладающему в составе химическому элементу (сульфиды, фториды, бромиды, силикаты, карбонаты, нитраты и т. д.).

**Горная порода** — самостоятельное геологическое тело, представляющее собой природный агрегат минералов, химический состав которого и физические свойства более или менее однородны.

Породы различают по их происхождению.

## Виды горных пород

Магматические породы	<p>Продукты эндогенной активности Земли. Формируются в результате затвердения магмы в некоторых участках земной коры или верхней мантии.</p> <p>Магматические породы состоят в основном из силикатов и часто содержат множество пузырьков газа, образовавшегося при остывании. Различают несколько видов магматических пород:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>плутонические (интрузивные)</b>, например гранит: магма застывает медленно в условиях высокой температуры и давления в толще земной коры, таким образом стимулируя формирование крупных кристаллов;</li> <li>• <b>вулканические (эффузивные)</b>, например базальт: магма затвердевает быстро на поверхности либо близко к поверхности при обычных температуре и давлении. Формируются мелкозернистые кристаллы и стекловидные породы.</li> </ul>
----------------------	---

Метаморфические породы	<p>Образуются в толще земной коры в результате изменения (метаморфизма) осадочных или магматических горных пород.</p> <p>Факторы, вызывающие образование:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• близость застывающего магматического тела и связанное с этим прогревание метаморфизуемой породы;</li> <li>• воздействие отходящих от этого тела активных химических соединений, в первую очередь различных водных растворов (контактовый метаморфизм);</li> <li>• погружение породы в толщу земной коры, где на нее действуют факторы регионального метаморфизма — высокие температуры и давления.</li> </ul> <p>Примеры метаморфических горных пород: глинистые сланцы, гнейсы, кварциты и т. д.</p>
Осадочные породы	<p>Образуются на земной поверхности и вблизи нее в условиях относительно низких температур и давлений в результате преобразования морских и континентальных осадков.</p> <p>По способу образования различают три основные генетические группы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>обломочные породы</b> — грубые продукты преимущественно механического разрушения материнских пород, например пески;</li> <li>• <b>глинистые породы</b> — дисперсные продукты глубокого химического преобразования силикатных и алюмосиликатных минералов материнских пород, перешедшие в новые минеральные виды;</li> <li>• <b>хемогенные, биохемогенные и органогенные породы</b> — продукты непосредственного осаждения из растворов (например, соли), при участии организмов (например, кремнистые породы), накопления органических веществ (например, угли) или продукты жизнедеятельности организмов (например, органогенные известняки).</li> </ul>

## Минералы

Минерал или группа минералов	Состав
Авгит (группа пироксенов)	$\text{Ca (Mg, Fe, Al) [ (Si, Al) }_2\text{O}_6]$
Альбит (группа полевых шпатов)	$\text{Na[AlSi}_3\text{O}_8]$
Группа амфиболов	Роговая обманка и др.
Апатит	$\text{Ca}_5(\text{F, Cl})[\text{PO}_4]_3$
Асбест (хризотил-асбест)	$\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{11}] (\text{OH})_6\text{H}_2\text{O}$
Биотит (группа слюд)	$\text{K (Mg, Fe)}_3[\text{Si}_3\text{AlO}_{10}][\text{OH, F}]_2$
Галенит	$\text{PbS}$
Галит	$\text{NaCl}$
Гематит	$\text{Fe}_2\text{O}_3$
Гиперстен (группа пироксенов)	$(\text{Fe, Mg})_2[\text{Si}_2\text{O}_6]$
Гипс	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Глаукоцит	$\text{K(Fe, Al, Mg)}_{2-3}(\text{Si, Al})_9[\text{OH}]_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$
Группа гранатов	$\text{MgO, FeO, Fe}_2\text{O}_3, \text{MnO, Al}_2\text{O}_3, \text{SiO}_2$

Минерал или группа минералов	Состав
Доломит	$\text{CaMg}[\text{CO}_3]_2$
Ильменит	$\text{FeTiO}_3$
Кальцит	$\text{CaCO}_3$
Каолинит	$\text{Al}_4[\text{Si}_4\text{O}_{10}][\text{OH}]_8$
Кварц	$\text{SiO}_2$
Корунд	$\text{Al}_2\text{O}_3$
Лимонит	$\text{FeO}(\text{OH})(\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O})$
Магнетит	$\text{Fe}_3\text{O}_4$
Малахит	$\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$
Мусковит (группа слюд)	$\text{KAl}_2[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}][\text{OH}]_2$
Нефелин	$(\text{K}, \text{Na})_2\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8$
Группа оливинов	Фаялит, форстерит $(\text{Mg}, \text{Fe})_2[\text{SiO}_4]$
Олигоклаз (группа полевых шпатов)	$\text{Na}(\text{Ca})[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$
Опал	$\text{SiO} \cdot n\text{H}_2\text{O}$
Ототлаз (группа полевых шпатов)	$\text{K}[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$
Пирит	$\text{FeS}_2$
Сильвин	$\text{KCl}$
Сфалерит	$\text{ZnS}$
Тальк	$\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{10}][\text{OH}]_2$
Топаз	$\text{Al}_2[\text{Fe}(\text{OH})_2\text{SiO}_4]$
Турмалин	$\text{NaMg}_6\text{B}_3\text{Al}_3\text{Si}_6\text{O}_{25}(\text{OH})_3$
Флюорит	$\text{CaF}_2$
Халцедон	$\text{SiO}_2$
Хлорит	$(\text{Mg}, \text{Al}, \text{Fe})_{12}[(\text{Si}, \text{Al})_8\text{O}_{20}](\text{OH})_{16}$
Циркон	$\text{ZrSiO}_4$

## ГИДРОСФЕРА

**Гидросфера** — это прерывистая водная оболочка Земли, часть планеты, покрытая водой в жидком и твердом состояниях. К ней относят океаны и моря, реки и озера, подземные залежи и полярные льды, а также ледники и паковые льды — совокупность океанов, морей, континентальных водоемов и ледяных покровов.

Эта геосфера охватывает диапазон от 8 км в высоту (вершины высочайших гор) до 11 км в глубину (океанические впадины).

Гидросфера покрывает около 70,8 % земной поверхности.

Объем геосферы — 1370,3 млн км<sup>3</sup>, что составляет примерно 1/800 объема планеты.

98,3 % массы геосферы сосредоточено в Мировом океане, 1,6 % — в материковых льдах.

Гидросфера сложно взаимодействует с атмосферой и литосферой.

На границе гидро- и литосферы образуется большинство осадочных горных пород.

Гидросфера является частью биосферы и целиком населена живыми организмами, которые оказывают воздействие на ее состав. Происхождение гидросферы связывают с длительной эволюцией планеты и дифференциацией ее вещества.

Площадь океанов и морей относительно:

- площади Земли — 71 %;
- площади Северного полушария — 61 %;
- площади Южного полушария — 84 %.

Масса  $1,4 \times 10^{21}$  кг.

Объем:

- общий —  $1,4 \times 10^9$  м<sup>3</sup>;
- морей и океанов —  $1,4 \times 10^8$  м<sup>3</sup>;
- полярных льдов и ледников —  $2,9 \times 10^6$  м<sup>3</sup>;
- водных пластов —  $8,4 \times 10^5$  м<sup>3</sup>;
- рек и озер —  $2,0 \times 10^5$  м<sup>3</sup>.

### Структура гидросферы

Океаны и моря	97,3 %	Реки и озера	8,3 %
Подземные воды	22,1 %	Атмосфера	91,7 %
Полярные льды и ледники	77,5 %	Пресноводные озера	89,2 %

### ГЕОХРОНОЛОГИЯ

**Геохронология** — измерение геологического времени (абсолютная геохронология), установление последовательности геологических событий в истории Земли (относительная геохронология).

**Стратиграфия** — раздел геологии, изучающий последовательность формирования геологических тел и их первоначальные пространственные взаимоотношения.

### Стратиграфическая шкала

Общие стратиграфические подразделения	Геохронологические подразделения
Эонотема	Эон
Эратема (группа)	Эра
Система	Период
Отдел	Эпоха
Ярус	Век
Зона (хронозона)	Время

**Эон** — в геологии: отрезок времени геологической истории, в течение которого формировалась эонотема; объединяет несколько эр.

Различают четыре эона:

Фанерозой — 542—0 млн лет тому назад.

Протерозой — 2500—542 млн лет тому назад.

Архей — 3800—2500 млн лет тому назад.

Катархей (Гадей) — 4570—3800 млн лет тому назад.

**Геологическая эра** — участок геохронологической шкалы, подинтервал эона.

Эон	Характеристика
Катархей	Геологический эон, первая половина архея. Земля лишена гидросферы и кислородной атмосферы, интенсивная вулканическая деятельность, формирование земной коры.
Архей	Геологический эон, охватывающий период от 3,9—3,8 до 2,5 млрд лет назад. Земля лишена кислородной атмосферы, появились первые анаэробные бактерии, которые сформировали многие ныне существующие залежи полезных ископаемых: серы, графита, железа и никеля. Архей разделен на четыре эры (от наиболее поздней до наиболее ранней): <ul style="list-style-type: none"> <li>• неоархей;</li> <li>• мезоархей;</li> <li>• палеоархей;</li> <li>• эоархей.</li> </ul>
Протерозой	Геологический эон, охватывающий период от 2500 до 542,0 ± 1,0 млн лет назад. Пришел на смену архею. На Земле образовалась кислородная атмосфера, появился озоновый слой. Формируется современный объем мирового океана. Происходит наиболее длительное в истории Земли гуронское оледенение (2,4—2,1 млрд лет назад); несколько эпох глобального оледенения в позднем неопротерозое. Появились многоклеточные организмы: губки, грибы. Результатом жизнедеятельности прокариотов стало образование почвы. Протерозойский эон — самый длительный в истории Земли. Разделен на три эры: <ul style="list-style-type: none"> <li>• палеопротерозой;</li> <li>• мезопротерозой;</li> <li>• неопротерозой.</li> </ul>
Фанерозой	Геологический эон, начавшийся ~ 570 млн лет назад и продолжающийся в наше время, время «явной» жизни. Началом фанерозойского эона считается кембрийский период, когда произошло резкое увеличение числа биологических видов. Фанерозой разделен на три геологические эры: <ul style="list-style-type: none"> <li>• палеозой;</li> <li>• мезозой;</li> <li>• кайнозой.</li> </ul>

### Геохронологическая шкала

Эон (эпохема)	Эра (эратема)	Период (система)	Эпоха (отдел)	Начало, лет назад	Основные события
Фанерозой	Кайнозой	Четвертичный (антропогенный)	Голоцен	11,7 тыс.	Конец Ледникового периода. Возникновение цивилизаций
			Плейстоцен	2,588 млн	Вымирание многих крупных млекопитающих. Появление современного человека

Эон (эонотема)	Эра (эра-тема)	Период (система)	Эпоха (отдел)	Начало, лет назад	Основные события
Фанерозой	Мезозой	Неогеновый	Плиоцен	5,33 млн	
			Миоцен	23,0 млн	
		Палеогеновый	Олигоцен	33,9 ± 0,1 млн	Появление первых человекообразных обезьян
			Эоцен	55,8 ± 0,2 млн	Появление первых современных млекопитающих
			Палеоцен	65,5 ± 0,3 млн	
		Меловой		145,5 ± 0,4 млн	Первые плацентарные млекопитающие. Вымирание динозавров
			Юрский	199,6 ± 0,6 млн	Появление сумчатых млекопитающих и первых птиц. Расцвет динозавров
			Триасовый	251,0 ± 0,4 млн	Первые динозавры и яйцекладущие млекопитающие
	Палеозой	Пермский		299,0 ± 0,8 млн	Вымерло около 95 % всех существовавших видов (Массовое пермское вымирание)
		Каменноугольный		359,2 ± 2,8 млн	Появление деревьев и пресмыкающихся
		Девонский		416,0 ± 2,5 млн	Появление земноводных и споровых растений
		Силурийский		443,7 ± 1,5 млн	Выход жизни на сушу: скорпионы; появление челюстноротых
		Ордовикский		488,3 ± 1,7 млн	Ракоскорпионы, первые сосудистые растения
		Кембрийский		542,0 ± 1,0 млн	Появление большого количества новых групп организмов («Кембрийский взрыв»)
Докембрий	Протерозой	Неопротерозой	Эдиакарий	~ 635 млн	Первые многоклеточные животные
			Криогений	850 млн	Одно из самых масштабных оледенений Земли
			Тоний	1,0 млрд	Начало распада суперконтинента Родиния
		Мезопротерозой	Стений	1,2 млрд	Суперконтинент Родиния, суперокеан Мировия
			Эктазий	1,4 млрд	Первые многоклеточные растения (красные водоросли)
			Калимий	1,6 млрд	
	Палеопротерозой	Статерий		1,8 млрд	
		Орозирий		2,05 млрд	
		Риасий		2,3 млрд	
		Сидерий		2,5 млрд	Кислородная катастрофа

	Эон (эонотема)	Эра (эратема)	Период (система)	Эпоха (отдел)	Начало, лет назад	Основные события
Докембрий	Архей	Неоархей			2,8 млрд	
		Мезоархей			3,2 млрд	
		Палеоархей			3,6 млрд	
		Эоархей			4 млрд	Появление примитивных одноклеточных организмов
	Катархей (Гадей)				~4,6 млрд	~4,6 млрд лет назад — формирование Земли

## ОСНОВНЫЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

**Геологические процессы** — процессы, видоизменяющие земную кору и ее поверхность, приводя к разрушению и одновременно созданию горных пород. **Экзогенные процессы** обусловлены действием силы тяжести и солнечной энергии. **Эндогенные процессы** — влиянием внутреннего тепла Земли и гравитации.

Экзогенные процессы	<p>Обусловлены внешними по отношению к Земле источниками энергии (в сочетании с гравитацией), протекают на поверхности и в приповерхностной зоне земной коры. Включают механическое и физико-химическое взаимодействие земной коры с гидросферой и атмосферой. К ним относятся: выветривание (физическое, химическое, биохимическое), геологическая деятельность ветра (эоловые процессы: дефляция, коррозия, перенос, аккумуляция), действие проточных поверхностных и подземных вод, озер и болот, вод морей и океанов (абразия), ледников.</p> <p>Главные формы проявления экзогенных процессов на поверхности Земли: разрушение горных пород и химическое преобразование слагающих их минералов; удаление и перенос разрыхленных и растворимых продуктов разрушения горных пород водой, ветром и ледниками; отложение этих продуктов в виде осадков на суше или на дне водных бассейнов и постепенное их преобразование в осадочные горные породы.</p>
Эндогенные процессы	<p>Связаны с энергией, возникающей в недрах Земли. К эндогенным относятся тектонические процессы, магматизм, метаморфизм, сейсмическую активность.</p>
Магматизм	<p>Совокупность всех геологических процессов, движущей силой которых являются магма и ее производные. Объединяет эффузивные (вулканизм) и интрузивные (внедрение расплавленной магмы в толщу земной коры) процессы в развитии складчатых и платформенных областей. Магматизм является проявлением глубинной активности Земли. В современную геологическую эпоху магматизм особенно проявляется в пределах Тихоокеанского геосинклинального пояса, срединно-океанических хребтов, рифтовых зон Африки и Средиземноморья и др. С магматизмом связано образование большого количества разнообразных месторождений полезных ископаемых.</p>

Метаморфизм	Процесс твердофазного минерального и структурного изменения горных пород под воздействием температуры и давления в присутствии флюида. Выделяют изохимический метаморфизм, при котором химический состав породы меняется несущественно, и неизохимический метаморфизм (метасоматоз) для которого характерно заметное изменение химического состава породы в результате переноса компонентов флюидом.
Тектонические процессы	Образование разломов и складок. <b>Тектоника</b> — раздел геологии, предметом изучения которого является структура (строение) твердой оболочки Земли.

## Палеогеография

### Древние материки и океаны

Протерозойский эон вплоть до кембрийского периода	Гипотетический суперконтинент <b>Родиния</b> . Образовался около 1,1 млрд лет назад, распался около 750 млн лет назад.
Палеозойская эра	Образовался южный материк <b>Гондвана</b> (включал в себя нынешние материки: Южную Америку, Африку, Австралию, Антарктиду) и п-в Индостан.
Девонский период	Северные материки соединились в северный суперматерик <b>Лавразию</b> .
Конец палеозойской эры в течение всего пермского периода и нижнего триаса	Гондвана и Лавразия сблизились и образовали суперконтинент — <b>Пангею</b> .
Пермский период — триасовый период	Начало распада суперконтинента. Гондвана раскалывается. На месте раскола образовались три ветви срединно-океанических хребтов, расходящихся из центральной части океана: на севере Аравийско-Индийский хребет, на юго-западе Западно-Индийский и Африканско-Антарктический хребты, на юго-востоке Центральноиндийский хребет и Австрало-Антарктическое поднятие.
Конец триаса	Северный и южный суперконтиненты начали расходиться, в расширяющемся разломе образовался <b>океан Тетис</b> , омывающий юг Северной Америки, юг Европы, юг Азии и север Гондваны. Гондвана под влиянием тектонических движений раскололась на части. Отделилась индомадагаскарская часть. Затем от Мадагаскара отделился Индостан, начавший дрейф на север.

Около 50 млн лет назад	<p>Индостанская плита столкнулась с южной частью материковой плиты Азии.</p> <p>В результате столкновения восточная часть Тетиса была сдавлена Индостаном, на месте столкновения начали формироваться Гималаи.</p> <p>На месте раздвигавшихся плит — осколков Гондваны — образовался Индийский океан.</p> <p>Австралия оказалась обособленной от Африки, но с Южной Америкой долго существовала связь через Антарктиду.</p>
Конец юрского периода	Южная Америка начала отделяться от Африки: началось формирование южной части Атлантического океана.
Конец мелового периода	Южная Америка полностью обособилась от Африки, сформировались южная и центральная части Атлантического океана.
Начало кайнозойской эры	Лавразия распалась на Северную Америку и Евразию.
Эоцен	Полное разделение Северной Америки, Гренландии и Европы: сформировалась северная Атлантика.

## Физическая география

### Части света

#### Крайние точки

Часть света	Крайние точки			
	Северная	Южная	Западная	Восточная
Европа	м. Нордкин 71°08' с. ш.	м. Марроки 36°00' с. ш.	м. Кабу-да-Рока 9°31' з. д.	Полярный Урал 67°20' в. д.
Азия	м. Челюскин 77°43' с. ш.	м. Пиай 1°16' с. ш.	м. Баба 26°10' в. д.	м. Дежнева 169°40' з. д.
Африка	м. Эль-Абьяд 37°21' с. ш.	м. Игольный 34°52' ю. ш.	м. Альмади 17°32' з. д.	м. Рас-Хафун 51°22' в. д.
Северная Америка	м. Мерчисон 71°50' с. ш.	м. Марьято 7°13' с. ш.	м. Принца Уэльского 168°00' з. д.	м. Сент-Чарльз 55°40' з. д.
Южная Америка	м. Гальинас 12°25' с. ш.	м. Фроуорд 53°54' ю. ш.	м. Париньяс 81°20' з. д.	м. Каабу-Бранку 34°46' з. д.
Австралия	м. Йорк 10°41' ю. ш.	м. Юго-Восточный 39°11' ю. ш.	м. Стип-Пойнт 113°05' в. д.	м. Байрон 153°34' в. д.
Антарктида	м. Сифре 63°13' ю. ш.			

## Водные объекты

### Океаны

Название	Площадь, млн км <sup>2</sup>	Средняя глу- бина, м	Наибольшая глу- бина, м	Объем, млн км <sup>3</sup>
Атлантический	91,66	3597	8742	329,7
Индийский	76,17	3710	7729	282,7
Тихий	178,68	3976	11 022	710,4
Северный Ледови- тый	14,75	1225	5527	18,1

### Крупнейшие моря

Название	Пло- щадь, тыс. км <sup>2</sup>	Наиболь- шая глуби- на, м
<i>Атлантический океан</i>		
Адриатическое	144	1230
Азовское	39	15
Балтийское	419	470
Ионическое	169	5121
Ирландское	47	197
Карибское	2777	7090
Лабрадор	841	4316
Лазарева	929	более 4500
Лигурийское	15	2546
Мраморное	12	1273
РисерЛарсена	1138	5035
Саргассово	6000— 7000	7110
Северное	565	725
Средиземное	2505	5121
Тирренское	214	3830
Уэдделла	2910	6820
Черное	422	2210
Эгейское	191	2561
<i>Индийский океан</i>		
Андаманское	605	4507
Аравийское	4832	5803
Арафурское	1017	3680
Дейвиса	21	1369

Название	Пло- щадь, тыс. км <sup>2</sup>	Наиболь- шая глуби- на, м
Космонавтов	699	5124
Красное	460	3039
Лаккадивское	786	4131
Моусона	333,3	1000
Содружества	260	4535
Тиморское	432	3310
<i>Северный Ледовитый океан</i>		
Баренцево	1424	600
Баффина	530	2414
Белое	90	350
Бофорта	481	3749
Восточно- Сибирское	913	915
Гренландское	1195	5527
Карское	883	600
Лаптевых	662	3385
Линкольна	38	582
Норвежское	1340	3970
Чукотское	595	1256
<i>Тихий океан</i>		
Амундсена	98	585
Бали	40	1589
Банда	714	7440
Беллингаузе- на	487	4115

Название	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Наибольшая глубина, м
Берингово	2315	5500
Внутреннее Японское	18	74
Восточно-Китайское	836	2719
Желтое	416	106
Коралловое	4068	9174
Новогвинейское	338	2665
Охотское	1603	3521
Росса	440	2972
Серам	161	5319
Соломоново	755	9140

Название	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Наибольшая глубина, м
Сулавеси	453	5914
Сулу	335	5576
Тасманово	3336	6015
Фиджи	3177	7633
Филиппинское	5726	10830
Флорес	115	5121
Южнокитайское	3537	5559
Яванское	552	1272
Японское	1062	3720
Каспийское	376	1025
Аральское	36,5	54,5
Мертвое	1050	356

### Важнейшие проливы

Название	Соединяет/Разделяет	Длина, км	Наименьшая ширина, км	Наименьшая глубина на фарватере, м
<i>Атлантический океан</i>				
Большой Бельт	Балтийское море и пролив Каттегат	115	11	11
Босфор	Черное и Мраморное моря	30	0,75	33
Гибралтарский	Атлантический океан и Средиземное море	59	14	53
Дарданеллы	Мраморное и Эгейское моря	120	1,3	29
Датский	Гренландское море и Атлантический океан	530	287	120
Дейвиса	Море Баффина Северного Ледовитого океана с Атлантическим океаном	1170	360	104
Дрейка	Атлантический и Тихий океаны	460	820	276
Каттегат	Балтийское и Северное моря	270	60	17
Керченский	Азовское и Черное моря	41	4	5
Ла-Манш	Северное море и Атлантический океан (вместе с проливом Па-де-Кале)	578	32	23
Малый Бельт	Балтийское море и пролив Каттегат	125	0,5	12
Мессинский	Ионическое и Тирренское моря	33	3	72

Название	Соединяет/Разделяет	Длина, км	Наи- мень- шая шири- на, км	Наи- меньшая глубина на фар- ватере, м
Отранто	Адриатическое и Ионическое моря	120	75	115
Па-де-Кале (Дуврский)	Северное море и Атлантический океан (вместе с проливом Ла-Манш)	37	32	21
Скагеррак	Балтийское и Северное моря	225	60	53
Флоридский	Мексиканский залив и Атлантический океан	650	80	150
Эрссунн (Зунд)	Балтийское море и пролив Каттегат	102	3,4	8
Юкатанский	Карибское море и Мексиканский залив	55	200	1269
<i>Индийский океан</i>				
Баб-эль-Мандебский	Красное море и Аденский залив Аравийского моря	109	26	31
Бассов	Тасманово море Тихого океана и Большой Австралийский залив Индийского океана	490	213	51
Мозамбикский	Африка и о. Мадагаскар	1760	422	117
Ормузский	Персидский и Оманский заливы	195	54	27
<i>Северный Ледовитый океан</i>				
Вильюшского	Моря Карское и Лаптевых	104	55	32
Гудзонов	Гудзонов залив и Атлантический океан	806	115	141
Дмитрия Лаптева	Море Лаптевых и Восточно-Сибирское море	115	50	11
Карские Ворота	Баренцево и Карское моря	33	45	52
Лонга	Восточно-Сибирское и Чукотское моря	143	146	36
Маточкин Шар	Баренцево и Карское моря	100	0,6	12
Санникова	Лаптевых и Восточно-Сибирское море	45	55	14
Шокальского	Карское и Лаптевых моря	106	19	55
Югорский Шар	Баренцево и Карское моря	40	2,8	13
<i>Тихий океан</i>				
Берингов	Северный Ледовитый океан (Чукотское море) и Тихий океан (Берингово море)	96	86	36
Зондский	Яванское море (Тихий океан) и Индийский океан	130	26	56

Название	Соединяет/Разделяет	Длина, км	Наименьшая ширина, км	Наименьшая глубина на фарватере, м
Корейский	Японское и Восточно-Китайское моря	324	180	73
Кука	Тасманово море и Тихий океан	107	22	97
Лаперуза	Охотское и Японское моря	94	43	27
Магелланов	Атлантический и Тихий океаны	575	2,2	20
Макасарский	Сулавеси и Яванское моря	710	120	930
Малаккский	Андаманское (Индийский океан) и Южно-Китайское (Тихий океан) моря	937	15	12
Сингапурский	Андаманское и Южно-Китайское моря (через Малаккский пролив)	114	12	22
Тайваньский	Восточно-Китайское и Южно-Китайское	398	139	8,6
Татарский	Охотское и Японское моря	663	40 (7,3)	8 (7,2)
Торресов	Арафурское (Индийский океан) и Коралловое (Тихий океан) моря	74	150	7,4
Цугару (Сангарский)	Японское море и Тихий океан	102	18	110

### Крупнейшие глубоководные желоба

Название	Наибольшая глубина, м	Протяженность, км	Средняя ширина, км
<i>Атлантический океан</i>			
Пуэрто-Рико	8742	1070	87
Южносандвичев	8264	1380	70
Романш	7856	230	9
<i>Индийский океан</i>			
Зондский (Яванский)	7729	2900	49
Восточно-Индийский	6335	1244	45
<i>Тихий океан</i>			
Марианский	11 022	1340	59
Тонга	10 882	860	78
Филиппинский	10 265	1330	65
Кермалек	10 047	1270	88
Идзу-Бонинский	9810	1030	82
Курило-Камчатский	9717	2170	59
Японский	8412	680	59

Название	Наибольшая глубина, м	Протяженность, км	Средняя ширина, км
Чилийский	8180	2690	64
Алеутский	7855	3570	64
Рюкю (Нансей)	7790	603	38
Перуанский	6601	1340	61
Центральноамериканский	6639	2530	34
Витязя	6150	870	11

### Крупнейшие океанические течения

Название	Температура	Средняя скорость, см/с
<i>Тихий океан</i>		
Алеутское	Нейтральное	15
Аляскинское	Теплое	15
Антарктическое циркумполярное	Нейтральное	25—75
Восточно-Австралийское	Теплое	20
Калифорнийское	Холодное	12
Курило-Камчатское (Ойясио)		25
Курисио	Теплое	35
Межпассатное (экваториальное) противотечение	Нейтральное	50—130
Минданао	Нейтральное	30
Перуанское	Холодное	10
Северное пассатное	Нейтральное	80
Северо-Тихоокеанское	Нейтральное	35
Эль-Ниньо	Теплое	—
Южное пассатное	Нейтральное	95
Южно-Тихоокеанское	Нейтральное	5
<i>Атлантический океан</i>		
Антарктическое циркумполярное	Нейтральное	25—75
Межпассатное противотечение	Нейтральное	75
Северное пассатное	Нейтральное	25
Южное пассатное	Нейтральное	95
Бенгельское	Холодное	25
Бразильское	Теплое	25
Гвианское	Теплое	—
Гольфстрим	Теплое	75
Ирмингера	Теплое	—
Канарское	Холодное	50

Название	Температура	Средняя скорость, см/с
Лабрадорское	Холодное	75
Северо-Атлантическое	Теплое	50
Фолклендское	Холодное	—
Южно-Атлантическое	Нейтральное	65
<i>Индийский океан</i>		
Антарктическое циркумполярное	Нейтральное	25—75
Межпассатное противотечение	Нейтральное	—
Южное пассатное	Нейтральное	—
Агульясское (Игольного мыса)	Теплое	70
Западно-Австралийское	Холодное	—
Муссонное	Нейтральное	—
Сомалийское	Нейтральное	—
<i>Северный Ледовитый Океан</i>		
Восточно-Гренландское	Холодное	50
Западно-Гренландское	Теплое	—
Западно-Шпицбергенское	Теплое	—
Норвежское	Теплое	—

### Крупнейшие озера

Название	Площадь водной поверхности, тыс. км <sup>2</sup>	Высота уровня, м	Наибольшая глубина, м	Местоположение
Каспийское море	376	– 28	1025	Европа, Азия
Верхнее	82,4	183	393	Северная Америка
Виктория	68	1134	80	Восточная Африка
Гурон	59,6	177	208	Северная Америка
Мичиган	58	177	281	Северная Америка
Аральское море	36,5	34,5	54,5	Средняя Азия
Танганьика	34	773	1470	Восточная Африка
Байкал	31,5	456	1620	Сибирь
Ньяса	30,8	472	706	Восточная Африка
Большое Медвежье	30,2	157	137	Северная Америка
Большое Невольничье	28,6	156	150	Северная Америка
Чад	26—10	281	11	Центральная Африка
Эри	25,7	174	64	Северная Америка
Виннипег	24,3	217	28	Северная Америка

Название	Площадь водной по- верхности, тыс. км <sup>2</sup>	Высота уровня, м	Наиболь- шая глубина, м	Местоположение
Балхаш	22—17	342	26	Средняя Азия
Онтарио	19,5	75	236	Северная Америка
Ладожское	17,7	5	230	Северная Европа
Маракайбо	16,3	0	250	Южная Америка
Бангвеулу	15—4	1067	5	Центральная Африка
Эйр	до 15	— 12	20	Южная Австралия
Дунтинху	12-4	11	8	Восточная Азия
Тонлесап	10—2,5	12	14	Юго-Восточная Азия
Онежское	9,7	33	127	Северная Европа
Рудольф	8,5	375	73	Восточная Африка
Никарагуа	8,4	32	70	Центральная Америка
Титикака	8,3	3812	304	Южная Америка
Атабаска	7,9	213	60	Северная Америка
Оленье	6,3	350	60	Северная Америка
Иссык-Куль	6,2	1608	668	Средняя Азия
Большое Соленое	6—2,5	1282	15	Северная Америка
Урмия	до 5,8	1275	15	Передняя Азия
Торренс	5,7	34	8	Южная Австралия
Мобуту-Сесе-Секо	5,6	619	58	Восточная Африка
Венерн	5,5	44	100	Северная Европа
Виннипегосис	5,4	252	12	Северная Америка
Мверу	5,2	917	15	Центральная Африка
Манитоба	4,7	248	28	Северная Америка
Таймыр	4,6	6	26	Северная Сибирь
Ханка	4,2	68	10	Восточная Азия
Кукунор	4,2	3205	38	Центральная Азия
Этоша	ок. 4	1065	Пересы- хает	Южная Африка
Ван	ок. 3,7	1720	145	Передняя Азия
Чудско-Псковское	3,5	30	15	Европа
Тана	3,6—3,1	1830	70	Восточная Африка
Убсу-Нур	3,3	753	Нет дан- ных	Центральная Азия
Поопо	3—2,5	3690	3	Южная Америка
Поянху	2,7—5	18	20	Восточная Азия
Чаны	2,3—1,7	106	10	Западная Сибирь

## Крупнейшие реки

Название	Длина, км	Площадь бассейна, тыс. км <sup>2</sup>	Средний расход воды, м <sup>3</sup> /с
<i>Евразия</i>			
Янцзы	5800	1808	34 000
Обь (с Иртышем)	5410	2990	12 700
Иртыш	4248	1643	2830
Ишим	2450	177	56,3
Тобол	1591	426	805
Хуанхэ	4845	771	2000
Меконг	4500	810	13 200 (у г. Пномпень)
Амур (с Аргунью)	4440	1855	10 900
Аргунь	1620	164	340
Шилка (с Ононом)	1592	206	550
Лена	4400	2490	17 000
Вилуй	2650	454	1480
Алдан	2273	729	5110
Витим	1837	225	2200
Енисей	4102	2580	19 800
Нижняя Тунгуска	2989	473	3680
Подкаменная Тунгуска	1865	240	1750
Ангара	1779	1040	5100
Волга	3530	1360	7710
Кама	1805	507	3500
Ока	1500	245	1300
Салуйн	3200	325	6700
Инд	3180	980	3850 (у г. Хайдарабад)
Евфрат (с Муратом)	3065	673	840 (у г. Хит)
Брахмапутра	2900	506	12 000
Дунай	2850	817	6430
Ганг	2700	1120	13 000
Иравади	2150	430	13 000
Сицзян	2130	437	8000
Колыма	2129	643	3900
Урал	2428	237	400
Амударья (с Пянджем)	2540	309	2000 (у г. Керки)
Оленек	2292	200	1210
Днепр	2201	504	1700

Название	Длина, км	Площадь бассейна, тыс. км <sup>2</sup>	Средний расход воды, м <sup>3</sup> /с
Тарим	2030	ок. 1000	167
Дон	1870	422	935
Печора	1809	322	4100
Индирикка	1726	360	1850
Хатанга (с Котуем)	1636	364	3320
<i>Африка</i>			
Нил (с Кагерой)	6671	2870	2600 (у г. Асуан)
Конго (с Луалабой)	4 320	3691	46 000
Нигер	4 160	2092	9300
Замбези	2 660	1330	16 000
<i>Северная Америка</i>			
Миссисипи (с Миссури)	6420	3268	19 000
Миссисипи	3950		
Миссури	4740	1370	2600
Макензи (с Пис-Ривер)	4250	1804	11 000
Юкон	3700	855	6 500
Св. Лаврентия (включая путь по Великим озерам)	3350	1290	14 000
Св. Лаврентия	1200		14 000
Рио-Гранде	2870	570	15—20
Колорадо	2740	635	508 (в среднем течении)
Нельсон (со Саскачеван)	2568	1072	2700
Колумбия	2250	670	8470
<i>Южная Америка</i>			
Амазонка (от истока р. Мараньон)	6400	7180	220 000
Журуа	3280	224	9000
Пурус	3200	365	12 600
Токантинс	2850	770	16 300
Риу-Негро	2300	691	29 300
Тапажос	2200	487	15 500
Парана	4380	2663	17 500
Парагвай	2500	1150	4000
Ориноко	2730	1086	29 000
Сан-Франсиску	2800	600	3300
<i>Австралия</i>			
Муррей	2570	1057	330
Дарлинг	2740	650	42
Маррамбиджи	2172	165	77 (у г. Балраналд)

### Высочайшие водопады

Название	Высота, м	Местоположение
Анхель	1054	Венесуэла
Тутела	933	Южно-Африканская Республика
Бельбее	866	Норвегия
Йосемите	727	США
Утигард	610	Норвегия
Кукснан	610	Венесуэла
Сатерленд	580	Новая Зеландия
Киле	561	Норвегия
Гаварню	422	Франция
Герсоппа	252	Индия
Аутрабис	146	ЮАР
Виктория	120	На границе Замбии и Зимбабве
Игуасу	72	На границе Аргентины и Бразилии
Ниагарский	51	США
Бойома	40	Заир

## Острова

### Крупнейшие острова

Название	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Океан
Гренландия	2176	Северный Ледовитый
Новая Гвинея	829	Тихий
Калимантан	734	Индийский
Мадагаскар	590	Индийский
Баффинова Земля	476	Северный Ледовитый
Суматра	435	Индийский
Хонсю	230,4	Тихий
Великобритания	230,0	Атлантический
Виктория	213,8	Северный Ледовитый
Элсмир	203	Северный Ледовитый
Сулавеси	170	Индийский
Южный (Новая Зеландия)	150,5	Тихий
Ява	126,5	Индийский
Северный (Новая Зеландия)	114,7	Тихий
Ньюфаундленд	111	Атлантический
Лусон	105,6	Тихий
Куба	105,0	Атлантический
Исландия	103	Атлантический

Название	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Океан
Минданао	94,6	Тихий
Ирландия	84	Атлантический
Хоккайдо	77,7	Тихий
Гаити	77,0	Атлантический
Сахалин	76,4	Тихий
Тасмания	68,4	Тихий и Индийский
Шри-Ланка	65,6	Индийский
Банкс	60,2	Северный Ледовитый
Девон	54	Северный Ледовитый
Северный (Новая Земля)	48,9	Северный Ледовитый
Огненная Земля	48,0	Атлантический и Тихий
Саутгемптон	44,1	Атлантический и Северный Ледовитый
Кюсю	42,0	Тихий
Мелвилл	41,8	Северный Ледовитый

## Горы

### Высочайшие вершины мира (восьмитысячники)

Название	Высота, м	Расположение
Джомолунгма (Эверест, Джумулангфенг, Сагарматха)	8848	В хребте Махалангур-Гимал (Кхумбу-Гимал) на границе Восточного Непала.
К-2 (Чогори, Кьяогели-фенг)	8611	В районе Балторо-Мустаг, пакистанском Каракоруме.
Канченджанга (Канченджунга, Канченфанга)	8598	В восточной части Гималаев.
Лхоцзе	8511	В 3 км южнее Джомолунгмы.
Макалу (Макалуфенг)	8481	В 16 км юго-восточнее Джомолунгмы.
Дхаулагири I	8167	В центральной части Непала, в Дхаула-Гимале, западнее каньона Кали-Гандака.
Манаслу (Кутанг)	8156	В Гуркха-Гимале, в Центральном Непале.
Чо Ойю	8153	В 29 км северо-западнее Джомолунгмы.
Нангапарбат (Диамир)	8125	В западной оконечности дуги Гималайского хребта.
Аннапурна (Моршиади)	8091	В восточной части Центрального Непала.
Хидден-Пик (Гашербрум I, К-5)	8068	В восточной части ледника Балторо.
Броуд-Пик (Фальхан Кангри)	8047	Юго-восточнее К-2 в Каракоруме.

Название	Высота, м	Расположение
Шиша Пангма (Госаинтан, Гаосендангтен, Геосенжанфенг)	8046	На северной окраине центральной части Гималаев, в Тибете.
Гашербрум II (К-4)	8035	По соседству с Хидден-Пиком.

#### Высочайшие вершины частей света

Часть света	Название	Высота, м	Горный массив
Азия	Джомолунгма	8848	Гималаи
Южная Америка	Аконкагуа	6962	Анды
Северная Америка	Мак-Кинли	6194	Аляскинский хребет
Африка	Килиманджаро (вершина Ухуру)	5895	Килиманджаро
Европа	Эльбрус	5642	Кавказ
Антарктида	Массив Винсон	4892	Элсуорт
Австралия и Океания	Пунчак-Джая	4884	Маоке (Новая Гвинея)
Австралия	Гора Косцюшко	2228	Снежные горы

#### Самые высокие действующие вулканы

Часть света	Название	Местонахождение	Высота, м
Европа	Этна	о. Сицилия, Италия	3340
	Хваницальсхнукур	о. Исландия	2119
	Гекла	о. Исландия	1491
	Везувий	Италия	1277
Азия	Демавенд	Иран	5604
	Ключевская Сопка	п-в Камчатка, Россия	4750
	Керинчи	о. Суматра, Индонезия	3805
	Фудзияма	о. Хонсю, Япония	3776
Африка	Меру	Танзания	4567
	Карисимби	Руанда	4507
	Факон	Камерун	4070
	Тейде	Канарские острова	3718
Северная Америка	Орисаба	Мексика	5700
	Попocatepetль	Мексика	5452
	Санфорд	Аляска	4939
Южная Америка	Льюльяльяко	Чили—Аргентина	6723
	Сан-Педро	Чили	6154
	Антофалья	Аргентина	6100

## Пустыни

### Крупнейшие пустыни

Название	Местонахождение	Приблизительная площадь, км <sup>2</sup>
Сахара	Северная Африка	Более 7 млн
Гоби	Центральная Азия, Монголия и Китай	2 млн
Ливийская	Северная Африка, к западу от нижнего течения Нила	2 млн
Алашань	Центральная Азия, северная часть Китая	1 млн
Сирийская	Юго-Западная Азия	1 млн
Калахари	Южная Африка	1 млн
Рубэль-Хали	Юго-восточная часть Аравийского полуострова	600 тыс.
Нубийская	Северо-Восточная Африка, к востоку от Нила	550 тыс.
Большая Песчаная	Северо-Западная Австралия	360 тыс.
Каракумы	Средняя Азия, Туркменистан	350 тыс.
Кызылкум	Средняя Азия, Узбекистан и Казахстан	300 тыс.
Такла-Макан	Центральная Азия, Таримская впадина	300 тыс.
Тар	Западная часть Индо-Гангской низменности	300 тыс.
Большая пустыня Виктория	Южная Австралия	300 тыс.
Большой Нефуд	Северная часть Аравийского полуострова	70 тыс.
Регистан	Восточная часть Иранского нагорья	40 тыс.
Намиб	Юго-Западное побережье Африки	Длина 2100 км, ширина от 50 до 130 км
Атакама	Западное побережье Южной Америки	Длина ок. 1000 км

## Страны мира

### АВСТРАЛИЯ И ОКЕАНИЯ

#### Австралия (Австралийский Союз)

Расположение: материк Австралия и ряд близлежащих островов (крупнейший о. Тасмания), антарктическая территория (6,1 млн км<sup>2</sup>). Территория: 7686,8 км<sup>2</sup>. Столица: Канберра. Население: 21,01 млн (2007)

#### Вануату (Республика Вануату)

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, архипелаг Новые Гебриды (всего около 80 островов). Территория: 12,2 км<sup>2</sup>. Столица: Порт-Вила. Население: 221 тыс. (2006)

**Кирибати (Республика Кирибати)**

Расположение: западная часть Тихого океана, острова Гилберта (16 островов и атоллов), острова Лайн, или Центральные Полинезийские Спорады (8), острова Феникс (8) и остров Банаба (бывший Ошен). Территория: 726 км<sup>2</sup>. Столица: Баирики. Население: 92,5 тыс. (2005)

**Марианские Острова**

**(Содружество Северных Марианских Островов,  
с 1986 г. статус «свободно присоединившейся к США территории»)**

Расположение: западная часть Тихого океана, Микронезия, Марианские острова (за исключением расположенного в южной части архипелага острова Гуам). Территория: 476 км<sup>2</sup>. Столица: Сайпан. Население: 84,5 тыс. (2007)

**Маршалловы Острова (Республика Маршалловы Острова)**

Расположение: северная часть Тихого океана, на одноименном архипелаге (34 острова, образующих две группы: юго-восточную — острова Ратак — и северо-восточную — острова Ралик). Территория: 181 км<sup>2</sup>. Столица: Маджуро. Население: 61,9 тыс. (2005)

**Микронезия (Федеративные Штаты Микронезии)**

Расположение: западная часть Тихого океана, центральная и восточная часть Каролинских островов и атолл Капингамаргаги. Территория: 702 км<sup>2</sup>. Столица: Паликир. Население: 108 тыс. (2007)

**Науру (Республика Науру)**

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, о. Науру. Территория: 21 км<sup>2</sup>. Столица: нет (резиденция правительства — округ Мененг, правительственные учреждения и парламент — округ Ярен). Население: 13,05 тыс. (2007)

**Новая Зеландия**

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, острова Северный и Южный, разделенные проливом Кука, а также на мелких островах Чатем, Антиподов, Кука, Ниуэ, Токелау и др. Территория: 268,7 км<sup>2</sup>. Столица: Веллингтон. Население: 4,17 млн (2006)

**Палау, Республика Палау**

Расположение: архипелаг Палау в группе Каролинских островов (западная часть Тихого океана). Территория: 497 км<sup>2</sup>. Столица: Мелекеок. Население: 20,8 тыс.

**Папуа-Новая Гвинея**

Расположение: восточная часть острова Новая Гвинея и близлежащие острова, архипелаг Бисмарка, северная часть Соломоновых островов (острова Бугенвиль, Бука), острова Д'Антркасто и более 200 мелких островов. Территория: 462,8 км<sup>2</sup>. Столица: Порт-Морсби. Население: 5,89 млн (2005)

**Самоа (Западное Самоа),  
Независимое Государство Самоа**

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, западная часть архипелага Самоа — острова Савайи, Уполу, Аполима и др. Территория: 2,9 км<sup>2</sup>. Столица: Апия. Население: 214 тыс. (2007)

**Соломоновы острова**

Расположение: южная часть Тихого океана, Соломоновы острова (Гвадалканал, Нью-Джорджия, Малайта, Санта-Изабель, Санта-Крус и др.), всего около 990 островов. Территория: 28,4 км<sup>2</sup>. Столица: Хониара. Население: 478 тыс. (2005)

**Тонга (Королевство Тонга)**

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, архипелаг Тонга: три островные группы — Вавау, Хаапай, Тонгатапу — и отдельные острова к северу от архипелага (около 200 островов). Территория: 289 км<sup>2</sup>. Столица: Нукуалофа. Население: 102 тыс. (2005)

**Тувалу**

Расположение: юго-западная часть Тихого океана, Полинезия, девять островов. Территория: 26 км<sup>2</sup>. Столица: Фунафути. Население: 11,6 тыс. (2005)

**Фиджи, Республика Фиджи**

Расположение: архипелаг Фиджи (всего 844 острова, включая мелкие острова и атолы; самые крупные — Вити-Леву и Вануа-Леву) в южной части Тихого океана. Территория: 18,3 км<sup>2</sup>. Столица: Сува. Население: 906 тыс. (2006)

## АЗИЯ

**Азербайджан, Азербайджанская Республика**

Расположение: юго-восточная часть Закавказья. На севере граничит с Россией, на северо-западе с Грузией, на западе с Арменией, на крайнем юго-западе с Турцией, на юге с Ираном. Территория: 86,6 км<sup>2</sup>. Столица: Баку. Население: 8,6 млн (2008)

**Армения, Республика Армения**

Расположение: южная часть Закавказья. На севере граничит с Грузией, на востоке с Азербайджаном, на западе с Турцией. Территория: 29,8 км<sup>2</sup>. Столица: Ереван. Население: 3 млн (2004)

**Афганистан, Исламская Республика Афганистан**

Расположение: юго-запад Азии. На юге граничит с Пакистаном, на западе с Ираном, на севере с Таджикистаном, Туркменистаном и Узбекистаном, на востоке с Китаем. Территория: 647,5 км<sup>2</sup>. Столица: Кабул. Население: 29,93 млн (2005)

**Бангладеш, Народная Республика Бангладеш**

Расположение: Южная Азия. На востоке, севере и западе граничит с Индией, на юго-востоке с Мьянмой (Бирмой), на юге омывается водами Бенгальского залива. Территория: 144 км<sup>2</sup>. Столица: Дакка. Население: 144,32 млн (2005)

**Бахрейн, Королевство Бахрейн**

Расположение: Юго-Западная Азия, острова Персидского залива между Саудовской Аравией и полуостровом Катар. Территория: 676 км<sup>2</sup>. Столица: Манама. Население: 698 тыс. (2005)

**Бруней, Султанат Бруней, Бруней Даруссалам**

Расположение: Юго-Восточная Азия, северо-восточная часть о. Калимантан. Сухопутная граница с Малайзией, на севере омывается Южно-Китайским морем. Территория: 5,7 км<sup>2</sup>. Столица: Бандар-Сери-Бегаван. Население: 383,99 тыс. (2007)

**Бутан, Королевство Бутан**

Расположение: север Южной Азии, Восточные Гималаи. На востоке, юге и юго-западе граничит с Индией, на севере и северо-западе с Китаем. Территория: 47 км<sup>2</sup>. Столица: Тхимпху. Население: 672 тыс. (2005)

**Восточный Тимор, Демократическая Республика Восточный Тимор**

Расположение: Юго-Восточная Азия, восточная часть острова Тимор, а также эксклав (провинция Окуси-Амбено) в западной части острова Тимор и острова Камбинг (Атауро). Территория: 15 км<sup>2</sup>. Столица: Дили. Население: 1,04 млн (2006)

**Вьетнам, Социалистическая Республика Вьетнам**

Расположение: Юго-Восточная Азия, полуостров Индокитай. На западе граничит с Лаосом и Камбоджой, на севере с Китаем, на востоке и юге омывается Южно-Китайским морем. Территория: 329,5 км<sup>2</sup>. Столица: Ханой. Население: 87,37 млн (2007)

**Грузия, Республика Грузия**

Расположение: центральная и западная части Закавказья. На западе омывается Черным морем. На севере граничит с Россией, на востоке и юго-востоке с Азербайджаном, на юге с Арменией и Турцией. Территория: 69,7 км<sup>2</sup>. Столица: Тбилиси. Население: 4,7 млн (2007)

**Израиль, Государство Израиль**

Расположение: Юго-Западная Азия. На востоке граничит с Иорданией, на востоке и на юго-западе (сектор Газа) с Палестиной, на севере с Ливаном, на северо-востоке с Сирией, на юго-западе с Египтом, на западе омывается Средиземным морем.

Территория (включая Голанские высоты и Восточный Иерусалим, оккупированные Израилем в ходе арабо-израильской войны 1967 г.): 20,8 км<sup>2</sup>. Столица: Тель-Авив. Население: 7,21 млн (2007)

**Индия, Республика Индия**

Расположение: Южная Азия, полуостров Индостан, а также Лаккадивские, Андаманские и Никобарские острова. Граничит с Пакистаном на западе, с Китаем, Непалом и Бутаном на северо-востоке, с Бангладеш и Мьянмой на востоке. Имеет морские границы с Мальдивами на юго-западе, со Шри-Ланкой на юге и с Индонезией на юго-востоке. Спорная территория: штаты Джамму и Кашмир граничат с Афганистаном, на юге, востоке и западе омывается Аравийским, Ликкадивским и Бенгальским морями. Территория: 3287 км<sup>2</sup>. Столица: Дели. Население: 1 млрд 132 млн (2007)

**Индонезия, Республика Индонезия**

Расположение: Юго-Восточная Азия, острова Малайского архипелага; всего 13 500 островов, 6000 обитаемых, крупнейшие — Суматра, Ява и Калимантан. На острове Калимантан граничит с Малайзией, на острове Новая Гвинея с Папуа-Новой Гвинеей. Территория: 1919 км<sup>2</sup>. Столица: Джакарта. Население: 242 млн (2007)

### **Иордания, Иорданское Хашимитское Королевство**

Расположение: Западная Азия. Граничит на севере с Сирией, на западе с Израилем, на юге и юго-востоке с Саудовской Аравией и Ираком, на юго-западе омывается водами Акабского залива Красного моря. Территория: 92,3 км<sup>2</sup>. Столица: Амман. Население: 5,76 млн (2005)

### **Ирак, Иракская Республика**

Расположение: Юго-Западная Азия. На востоке граничит с Ираном, на юге с Саудовской Аравией и Кувейтом, на западе с Сирией и Иорданией, на севере с Турцией, на юге омывается водами Персидского залива. Территория: 437,1 км<sup>2</sup>. Столица: Багдад. Население: 31,23 млн (2009)

### **Иран, Исламская Республика Иран**

Расположение: Юго-Западная Азия. На западе граничит с Ираком и Турцией, на севере с Туркменистаном, Азербайджаном и Арменией, на востоке — с Афганистаном и Пакистаном, на юге омывается водами Персидского залива, Оманского залива и Ормузского пролива, на севере Каспийским морем. Территория: 1648 км<sup>2</sup>. Столица: Тегеран. Население: 80,2 млн (2009)

### **Йемен, Йеменская Республика**

Расположение: Юго-Западная Азия, Аравийский полуостров. На севере и северо-востоке граничит с Саудовской Аравией, на востоке с Оманом, на западе омывается Красным морем, на юге водами Аденского залива. Территория: 527,9 км<sup>2</sup>. Столица: Сана. Население: 20,73 млн (2005)

### **Казахстан, Республика Казахстан**

Расположение: Средняя Азия. На севере граничит с Россией, на юге с Кыргызстаном, Узбекистаном, Туркменистаном, на востоке с Китаем. Территория: 2717,3 км<sup>2</sup>. Столица: Астана. Население: 15,21 млн (2006)

### **Камбоджа, Королевство Камбоджа**

Расположение: Юго-Восточная Азия. На востоке и юго-востоке граничит с Вьетнамом, на западе и северо-западе с Таиландом, на северо-востоке с Лаосом, на юго-западе омывается Таиландским (Сиамским) заливом. Территория: 181,0 км<sup>2</sup>. Столица: Пномпень. Население: 14,8 млн (2009)

### **Катар, Государство Катар**

Расположение: юго-запад Азии, полуостров Катар (восточное побережье Аравийского полуострова). На юге граничит с Саудовской Аравией и Объединенными Арабскими Эмиратами, омывается со всех сторон водами Персидского залива. Территория: 11,44 км<sup>2</sup>. Столица: Доха. Население: 1,6 млн (2009)

### **Кипр, Республика Кипр**

Расположение: Передняя Азия, остров Кипр (в 1974 г. фактически разделена на два государства. Около 40 % территории на севере острова занимает Турецкая республика Северный Кипр (с 1983 г.), признанная только Турцией). Территория: 9,3 км<sup>2</sup>. Столица: Никосия. Население: 771 тыс. (2003)

**Киргизия (Кыргызстан), Киргизская Республика**

Расположение: северо-восток Средней Азии. Граничит с Казахстаном, Таджикистаном, Узбекистаном и Китаем. Территория: 198,5 км<sup>2</sup>. Столица: Бишкек. Население: 5,15 млн (2005)

**Китай, Китайская Народная Республика**

Расположение: восток Азии (в том числе специальные административные районы Гонконг, Макао (Аомынь)). На северо-востоке и северо-западе граничит с Россией, на севере с Монголией, на северо-востоке с Северной Кореей, на северо-западе с Казахстаном и Кыргызстаном, на западе с Пакистаном, Таджикистаном и Афганистаном, на юго-западе и юге с Индией, на юге с Мьянмой, Вьетнамом, Непалом, Бутаном, Лаосом, на юге омывается Южно-Китайским морем, на востоке Желтым и Восточно-Китайским. Территория: 9560 км<sup>2</sup>. Столица: Пекин. Население: 1,34 млрд (2010)

**Кувейт, Государство Кувейт**

Расположение: Юго-Западная Азия, побережье Персидского залива. На юге граничит с Саудовской Аравией, на севере и северо-западе с Ираком. Территория: 17,82 км<sup>2</sup>. Столица: Кувейт. Население: 11 млн (2006)

**Лаос, Лаосская Народно-Демократическая Республика**

Расположение: Юго-Восточная Азия. На юге граничит с Камбоджой, на западе с Таиландом, на востоке и севере с Вьетнамом, на севере с Китаем, на северо-западе с Мьянмой. Территория: 236,8 км<sup>2</sup>. Столица: Вьентьян. Население: 5,9 млн (2005)

**Ливан, Ливанская Республика**

Расположение: Юго-Западная Азия. На востоке и севере граничит с Сирией, на юге и юго-востоке с Израилем, на западе омывается Средиземным морем. Территория: 10,4 км<sup>2</sup>. Столица: Бейрут. Население: 3,9 млн (2006)

**Малайзия, Государство Малайзия**

Расположение: Юго-Восточная Азия. Западная Малайзия (Малайя) на юге полуострова Малакка и Восточная Малайзия (Саравак и Сабах) на севере и северо-западе острова Калимантан (Борнео) в Малайском архипелаге разделены Южно-Китайским морем. Западная Малайзия на севере граничит с Таиландом, на западе и юго-западе Малаккским проливом отделена от Индонезии, на юге Джохорским проливом от Сингапура. Восточная Малайзия граничит на юге и юго-востоке с Индонезией и на северо-востоке с Брунеем, а пролив Балабак отделяет северо-восток Калимантана от Филиппинских островов. Территория: 333,4 км<sup>2</sup>. Столица: Куала-Лумпур. Население: 28,3 млн (2009)

**Мальдивы (Мальдивские Острова), Мальдивская Республика**

Расположение: юг Азии, группа атоллов в северной части Индийского океана (более 2000 коралловых островов, из которых 122 обитаемые). Территория: 298 км<sup>2</sup>. Столица: Мале. Население: 300 тыс. (2006)

**Монголия, Республика Монголия**

Расположение: Центральная Азия. На западе, юге и востоке граничит с Китаем, на севере с Россией. Территория: 1564 км<sup>2</sup>. Столица: Улан-Батор. Население: 2,83 млн (2006)

**Мьянма, Союз Мьянма (до 1989 г. — Бирма)**

Расположение: юго-восток Азии. Граничит на севере и востоке с Китаем, на востоке с Таиландом и Лаосом, на западе — с Индией и Бангладеш, на западе и юге омывается водами Бенгальского залива, на юге Андаманским морем. Территория: 678,5 км<sup>2</sup>. Столица: Найпидо. Население: 50,52 млн (2005)

**Непал, Федеративная Демократическая Республика Непал**

Расположение: юг Азии. На западе, юге и востоке граничит с Индией, на севере с Китаем. Территория: 140,8 км<sup>2</sup>. Столица: Лалитпур. Население: 27,68 млн (2005)

**Объединенные Арабские Эмираты**

Расположение: Аравийский полуостров (федерация семи эмиратов: Абу-Даби, Аджман, Дубай, Рас-эль-Хайма, Умм-эль-Кувейн, Фуджейра и Шарджа). На юге и западе граничит с Саудовской Аравией, на севере с Оманом, на северо-западе с Катаром, на севере омывается водами Персидского залива, на востоке — Оманского залива. Территория: 83,6 км<sup>2</sup>. Столица: Абу-Даби. Население: 4,8 млн (2009)

**Оман, Султанат Оман**

Расположение: Юго-Западная Азия, Аравийский полуостров. На западе граничит с Саудовской Аравией, на северо-западе с Объединенными Арабскими Эмиратами, на юго-западе с Йеменом, на востоке и юге омывается Аравийским морем, на севере Оманским заливом. Территория: 309,5 км<sup>2</sup>. Столица: Маскат. Население: 3,2 млн (2007)

**Пакистан, Исламская Республика Пакистан**

Расположение: Южная Азия. На востоке, северо-востоке и юго-востоке граничит с Индией, на севере с Афганистаном, на западе с Ираном, на юге омывается водами Аравийского моря. Территория: 803,9 км<sup>2</sup>. Столица: Исламабад. Население: 162,42 млн (2005)

**Палестина (Палестинская автономия)**

Расположение: автономная административно-территориальная единица с центром в Восточном Иерусалиме, состоящая из двух отдельных частей: Западного берега Иордана и сектора Газа. Западный берег граничит на севере, западе и юге с Израилем, на востоке с Иорданией. Газа омывается с запада Средиземным морем, на юге граничит с Египтом, на востоке с Израилем. Территория: 6,22 км<sup>2</sup>. Столица: Восточный Иерусалим (де-факто Рамалла). Население: 3,7 млн (2005)

**Саудовская Аравия, Королевство Саудовская Аравия**

Расположение: Юго-Западная Азия, занимает 2/3 Аравийского полуострова и ряд прибрежных островов в Красном море и Персидском заливе. Граничит с Иорданией, Ираком и Кувейтом на севере, Катаром и Объединенными Арабскими Эмиратами на востоке, Оманом на юго-востоке и Йеменом на юге. Омывается Персидским заливом на северо-востоке и Красным морем на западе. Территория: 2215 км<sup>2</sup>. Столица: Эр-Рияд. Население: 27,02 млн (2006)

**Северная Корея, Кореяская Народно-Демократическая Республика**

Расположение: Восточная Азия, северная часть Корейского полуострова. На севере граничит с Китаем, на юге с Южной Кореей, на северо-востоке с Россией, на западе омывается Желтым морем, на востоке — Японским морем. Территория: 120,5 км<sup>2</sup>. Столица: Пхеньян. Население: 23,79 млн (2007)

**Сингапур, Республика Сингапур**

Расположение: Юго-Восточная Азия, остров Сингапур и более 50 мелких островов. Отделен от Малайского полуострова Джохорским проливом, от острова Суматра Сингапурским проливом. Территория: 692 км<sup>2</sup>. Столица: Сингапур. Население: 4,48 млн (2006)

**Сирия, Сирийская Арабская Республика**

Расположение: Западная Азия. Граничит с Ливаном и Израилем на юго-западе, с Иорданией на юге, с Ираком на востоке и с Турцией на севере, на западе омывается Средиземным морем. Территория: 185,2 км<sup>2</sup>. Столица: Дамаск. Население: 19,92 млн (2007)

**Таджикистан, Республика Таджикистан**

Расположение: юго-восток Средней Азии. Граничит с Узбекистаном и Киргизией на севере и западе, с Китаем на востоке, с Афганистаном на юге. Территория: 143,1 км<sup>2</sup>. Столица: Душанбе. Население: 6,73 млн (2007)

**Таиланд, Королевство Таиланд**

Расположение: Юго-Восточная Азия, а также острова в Сиамском заливе и Андаманском море (наиболее крупные из них — Самуй и Пхукет). На западе и севере граничит с Мьянмой, на северо-востоке с Лаосом, на юго-востоке с Камбоджей, на юге с Малайзией, на юго-западе омывается водами Андаманского моря, на юго-востоке — Сиамского залива. Территория: 514 км<sup>2</sup>. Столица: Бангкок. Население: 67,08 млн (2010)

**Тайвань, Китайская Республика**

Расположение: Восточная Азия, острова Тайвань, Пэнху, Цзиньмэнь, Мацзу, а также ряд малых островов (не признанное большинством членов ООН государство, формально считающееся провинцией Китая). Собственно остров Тайвань на востоке омывается Тихим океаном, на юге Южно-Китайским морем, на севере Восточно-Китайским морем, от материка отделен Тайваньским проливом. Территория: 36 км<sup>2</sup>. Столица: Тайбэй. Население: 22,94 млн (2007)

**Туркменистан, Республика Туркменистан**

Расположение: Средняя Азия. Граничит на севере и востоке с Узбекистаном, с Казахстаном на севере, на востоке и юге с Афганистаном, на юге с Ираном. На западе омывается Каспийским морем. Территория: 491,2 км<sup>2</sup>. Столица: Ашхабад. Население: 4,95 млн (2005)

**Узбекистан, Республика Узбекистан**

Расположение: центральная часть Средней Азии. На севере граничит с Казахстаном, на юго-западе с Туркменистаном, на востоке с Киргизией и Таджикистаном, на юге с Афганистаном. Территория: 447,4 км<sup>2</sup>. Столица: Ташкент. Население: 26,85 млн (2005)

**Филиппины, Республика Филиппины**

Расположение: западная часть Тихого океана, Филиппинские острова Малайского архипелага. Самые крупные из более чем 7100 островов, принадлежащих Филиппинам, — Лусон, Минданао, Самар, Панай, Палаван, Негрос, Миндоро, Лейте. На западе острова омываются Южно-Китайским морем, на востоке Филиппинским морем, на юге морем Сулавеси, на севере отделены от острова Тайвань проливом Баши. Территория: 299,7 км<sup>2</sup>. Столица: Манила. Население: 87,86 млн (2005)

**Шри-Ланка, Демократическая Социалистическая Республика Шри-Ланка**

Расположение: Индийский океан, остров Шри-Ланка. От Азиатского континента отделен Полкским проливом. Территория: 65,6 км<sup>2</sup>. Столица: Шри-Джаявардена-Пура-Котте (де-факто Коломбо). Население: 20,06 млн (2005)

**Южная Корея, Республика Корея**

Расположение: Северо-Восточная Азия, юг Корейского полуострова. На севере граничит с Корейской Народно-Демократической Республикой. На западе омывается Желтым морем, на востоке Японским морем, на юго-востоке отделена от Японии Корейским проливом. Территория: 99,3 км<sup>2</sup>. Столица: Сеул. Население: 49,02 млн (2007)

**Япония**

Расположение: Восточная Азия, западная часть Тихого океана на островах Хонсю, Кюсю, Хоккайдо, Сикоку и множестве других мелких островов (всего свыше 3900). Территория: 377,8 км<sup>2</sup>. Столица: Токио. Население: 127,43 млн (2006)

## АФРИКА

**Алжир, Алжирская Народная Демократическая Республика**

Расположение: Северная Африка. На западе граничит с Марокко и Западной Сахарой, на юге с Нигером, Мали, Мавританией, на востоке с Ливией и Тунисом, на севере омывается Средиземным морем. Территория: 2381,7 км<sup>2</sup>. Столица: Алжир. Население: 32,5 млн (2005)

**Ангола, Республика Ангола**

Расположение: юго-запад Африки. На юге граничит с Намибией, на востоке с Заиром и Замбией, на севере с Республикой Конго, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 1246,7 км<sup>2</sup>. Столица: Луанда. Население: 15,94 млн (2005)

**Бенин, Республика Бенин**

Расположение: Западная Африка. На востоке граничит с Нигерией, на севере с Буркина-Фасо и Нигером, на западе с Того, на юге омывается водами Гвинейского залива. Территория: 112,6 км<sup>2</sup>. Столица: Порто-Ново. Население: 7,46 млн (2005)

**Ботсвана, Республика Ботсвана**

Расположение: юг Африки. На юге и юго-востоке граничит с ЮАР, на севере и западе с Намибией, на северо-востоке с Зимбабве. Территория: 600,4 км<sup>2</sup>. Столица: Габороне. Население: 1,9 млн (2009)

**Буркина Фасо, Республика Буркина Фасо**

Расположение: Западная Африка. На юге граничит с Бенином, Ганой, Кот-д'Ивуаром и Того, на востоке с Нигером, на севере и западе с Мали. Территория: 274,2 км<sup>2</sup>. Столица: Уагадугу. Население: 13,92 млн (2005)

**Бурунди, Республика Бурунди**

Расположение: Восточная Африка. На востоке и юге граничит с Танзанией, на западе с Заиром (часть западной границы проходит по озеру Танганьика), на севере с Руандой. Территория: 27,8 км<sup>2</sup>. Столица: Бужумбура. Население: 8,9 млн (2009)

**Габон, Габонская Республика**

Расположение: запад Центральной Африки. На востоке и юге граничит с Конго, на севере с Камеруном, на северо-западе с Экваториальной Гвинеей, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 267,7 км<sup>2</sup>. Столица: Либревиль. Население: 1,39 млн (2005)

**Гамбия, Республика Гамбия**

Расположение: запад Африки. На юге, востоке и севере граничит с Сенегалом, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 10,4 км<sup>2</sup>. Столица: Банжул. Население: 1,7 млн (2007)

**Гана, Республика Гана**

Расположение: Западная Африка. На востоке граничит с Того, на севере и северо-западе с Буркина Фасо, на западе с Кот-д'Ивуаром, на юге омывается Атлантическим океаном. Территория: 238,5 км<sup>2</sup>. Столица: Аккра. Население: 21,03 млн (2005)

**Гвинея, Гвинейская Республика**

Расположение: Западная Африка. На юге граничит с Либерией и Сьерра-Леоне, на востоке и юго-востоке с Кот-д'Ивуаром, на севере с Гвинеей-Бисау, Мали и Сенегалом, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 245,8 км<sup>2</sup>. Столица: Конакри. Население: 9,47 млн (2005)

**Гвинея-Бисау, Республика Гвинея-Бисау**

Расположение: Северо-Западная Африка, а также около 60 мелких прибрежных островов. На востоке и юге граничит с Гвинеей, на севере с Сенегалом, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 36,1 км<sup>2</sup>. Столица: Бисау. Население: 1,42 млн (2005)

**Демократическая Республика Конго**

(до 17 мая 1997 года — Заир)

Расположение: Центральная Африка. Граничит с Республикой Конго, Центральноафриканской Республикой, Суданом, Угандой, Руандой, Бурунди, Танзанией, Замбией, Анголой. Территория: 2345,4 км<sup>2</sup>. Столица: Киншаса. Население: 63,66 млн (2007)

**Джибути, Республика Джибути**

Расположение: Северо-Восточная Африка. На юге и западе граничит с Эфиопией, на севере с Эритреей, на юго-востоке с Сомали. Омывается Аденским заливом и Баб-эль-Мандебским проливом. Территория: 22 км<sup>2</sup>. Столица: Джибути. Население: 818 тыс. (2005)

**Египет, Арабская Республика Египет**

Расположение: северо-восток Африки, Синайский полуостров в Азии. Граничит с Ливией, Суданом и Израилем, омывается на севере Средиземным морем, на востоке Красным. Территория: 1001,4 км<sup>2</sup>. Столица: Каир. Население: 77,5 млн (2007)

**Замбия, Республика Замбия**

Расположение: Центральная Африка. Граничит с Демократической Республикой Конго, Танзанией, Малави, Мозамбиком, Зимбабве, Ботсваной, Намибией и Анголой. Территория: 752,6 км<sup>2</sup>. Столица: Лусака. Население: 11,26 млн (2005)

**Западная Сахара**

Расположение: Западная Африка. На юге и юго-востоке граничит с Мавританией, на востоке с Алжиром, на севере с Марокко (спорная территория с неопределенным статусом в Западной Африке). Территория: 266 км<sup>2</sup>. Столица: Эль-Аюн. Население: 382 тыс. (2006)

**Зимбабве, Республика Зимбабве**

Расположение: Южная Африка. Граничит с ЮАР на юге, Замбией на севере, Мозамбиком на востоке, Ботсваной на западе и юго-западе. Территория: 390,6 км<sup>2</sup>. Столица: Хараре. Население: 12,75 млн (2005)

**Кабо-Верде (Острова Зеленого Мыса),  
Республика Кабо-Верде**

Расположение: 10 крупных и 5 мелких островов примерно в 500 км от побережья Западной Африки. Территория: 4 км<sup>2</sup>. Столица: Прая. Население: 421 тыс. (2007)

**Камерун, Республика Камерун**

Расположение: юг Западной Африки. На западе граничит с Нигерией, на востоке — с Центральноафриканской Республикой и Чадом, на юге с Конго, Экваториальной Гвинеей и Габоном, на западе омывается заливом Биафра, на севере имеет узкий выход к озеру Чад. Территория: 475,4 км<sup>2</sup>. Столица: Яунде. Население: 17,7 млн (2005)

**Кения, Республика Кения**

Расположение: Восточная Африка. Граничит с Сомали на востоке, Эфиопией на севере, Суданом на северо-западе, Угандой на западе и Танзанией на юге, на юго-востоке омывается Индийским океаном. Территория: 582,6 км<sup>2</sup>. Столица: Найроби. Население: 36,91 млн (2007)

**Коморские Острова, Союз Коморских Островов**

Расположение: Индийский океан, архипелаг из 4 островов (Гранд-Комор, Анжуан, Мохели и имеющий статус французской территории Майотта) у северного входа в Мозамбикский пролив. Территория: 2,17 км<sup>2</sup>. Столица: Морони. Население: 798 тыс. (2005)

**Конго, Республика Конго**

Расположение: запад Центральной Африки. Граничит на севере с Камеруном и Центральноафриканской Республикой, на западе с Габоном, на востоке с Демократической Республикой Конго, на юге с Анголой. На юго-западе имеет выход к Атлантическому океану. Территория: 342 км<sup>2</sup>. Столица: Браззавиль. Население: 4 млн (2005).

**Кот-д'Ивуар, Республика Кот-д'Ивуар**

Расположение: запад Африки. Граничит на севере с Мали и Буркина Фасо, на востоке с Ганой, на западе с Либерией и Гвинеей, на юге омывается Атлантическим океаном. Территория: 322,5 км<sup>2</sup>. Столица: Ямусукро. Население: 17,65 млн (2006)

**Лесото, Королевство Лесото**

Расположение: юг Африки, анклав на территории ЮАР. Территория: 30,4 км<sup>2</sup>. Столица: Масеру. Население: 1,86 млн (2004)

**Либерия, Республика Либерия**

Расположение: Западная Африка. На востоке граничит с Кот-д'Ивуаром, на севере с Гвинеей и Сьерра-Леоне. На юге и западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 111,4 км<sup>2</sup>. Столица: Монровия. Население: 3,28 млн (2005)

**Ливия, Великая Социалистическая Народная****Ливийская Арабская Джамахирия**

Расположение: северо-запад Африки. Граничит с Египтом, Суданом, Чадом, Нигером, Алжиром и Тунисом, на севере омывается Средиземным морем. Территория: 1759,5 км<sup>2</sup>. Столица: Триполи. Население: 5,77 млн (2005)

**Маврикий, Республика Маврикий**

Расположение: западная часть Индийского океана, острова Маврикий, Родригес, Ага-лега и архипелаг Каргадос-Карахос. Территория: 2,04 км<sup>2</sup>. Столица: Порт-Луи. Население: 1,24 млн (2005)

**Мавритания, Исламская Республика Мавритания**

Расположение: северо-запад Африки. Граничит с Западной Сахарой на севере, с Алжиром на северо-востоке, с Мали на юго-востоке, с Сенегалом на юго-западе. Омывается Атлантическим океаном на западе. Территория: 1030,7 км<sup>2</sup>. Столица: Нуакшот. Население: 3,09 млн (2005)

**Мадагаскар, Республика Мадагаскар**

Расположение: Индийский океан, остров Мадагаскар и несколько прилегающих мелких островов. От Африканского континента отделяется Мозамбикским проливом. Территория: 587 км<sup>2</sup>. Столица: Антананариву. Население: 18,4 млн (2005)

**Малави, Республика Малави**

Расположение: Юго-Восточная Африка. На юге и юго-востоке граничит с Мозамбиком, на западе с Замбией, на севере с Танзанией. Территория: 118,5 км<sup>2</sup>. Столица: Лилонгве. Население: 12,88 млн (2005)

**Мали, Республика Мали**

Расположение: центр Западной Африки. Граничит на севере с Алжиром, на северо-востоке с Нигером, на юге с Буркина Фасо, Кот-д'Ивуаром, Гвинеей, на западе с Сенегалом и Мавританией. Территория: 1240 км<sup>2</sup>. Столица: Бамако. Население: 13,52 млн (2005)

**Марокко, Королевство Марокко**

Расположение: Северо-Западная Африка. На юго-востоке и востоке граничит с Алжиром, на юге с Западной Сахарой, на западе омывается Атлантическим океаном, на севере Средиземным морем. Территория: 446,6 км<sup>2</sup>. Столица: Рабат. Население: 33,24 млн (2005)

**Мозамбик, Республика Мозамбик**

Расположение: юго-восток Африки. Граничит с Танзанией на севере, Малави и Замбией на северо-востоке, Зимбабве на западе, Свазилендом и ЮАР на юге, на востоке омывается Индийским океаном. Территория: 801,6 км<sup>2</sup>. Столица: Мапуту. Население: 19,79 млн (2005)

**Намибия, Республика Намибия**

Расположение: юго-запад Африки. На севере граничит с Анголой и Замбией, на востоке с Ботсваной, на юго-востоке и юге с ЮАР, на западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 825,4 км<sup>2</sup>. Столица: Виндхук. Население: 2,03 млн (2005)

**Нигер, Республика Нигер**

Расположение: Западная Африка. Граничит на севере с Алжиром и Ливией, на востоке с Республикой Чад, на юге и юго-западе с Нигерией, на юго-западе с Бенином и Буркина Фасо, на западе с Мали. Территория: 1267 км<sup>2</sup>. Столица: Ниамей. Население: 11,66 млн (2005)

**Нигерия, Федеративная Республика Нигерия**

Расположение: Западная Африка. На западе граничит с Бенином, на севере с Нигером, на северо-востоке с Чадом, на востоке и юго-востоке с Камеруном. На юге омывается Атлантическим океаном. Территория: 923,8 км<sup>2</sup>. Столица: Абуджа. Население: 140 млн (2006)

**Руанда, Республика Руанда**

Расположение: Центральная Африка. На юге граничит с Бурунди, на востоке с Танзанией, на западе с Демократической Республикой Конго, на севере с Угандой. Территория: 26,34 км<sup>2</sup>. Столица: Кигали. Население: 7,6 млн (2005)

**Сан-Томе и Принсипи, Демократическая Республика Сан-Томе и Принсипи**

Расположение: Гвинейский залив у берегов Африки, острова Сан-Томе и Принсипи и несколько более мелких островов. Территория: 1 км<sup>2</sup>. Столица: Сан-Томе. Население: 152 тыс. (2005)

**Свазиленд, Королевство Свазиленд**

Расположение: юг Африки. Граничит с ЮАР на западе и Мозамбиком на востоке. Территория: 17,4 км<sup>2</sup>. Столица: Мбабане (резиденция правительства) и Лобамба (резиденция короля и местопребывание законодательных органов). Население: 1,04 млн (2005)

**Сейшельские острова (Сейшелы), Республика Сейшельские острова**

Расположение: западная часть Индийского океана, Сейшельские и Амирантские острова (Маэ, Платт, Коэтиви, Силуэт и более ста мелких островов) к северо-востоку от острова Мадагаскар. Территория: 0,45 км<sup>2</sup>. Столица: Виктория. Население: 80 тыс. (2005)

**Сенегал, Республика Сенегал**

Расположение: запад Африки. На севере граничит с Мавританией, на востоке с Мали, на юге с Гвинеей и Гвинеей-Бисау. На западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 196,7 км<sup>2</sup>. Столица: Дакар. Население: 10,9 млн (2005)

**Сомали, Сомалийская Республика**

Расположение: восток Африки, полуостров Сомали. На западе граничит с Эфиопией, на юго-западе с Кенией, на северо-западе с Джибути. На востоке и юге омывается Индийским океаном, на севере водами Аденского залива. Территория: 637,7 км<sup>2</sup>. Столица: Могадишо. Население: 17,7 млн (2007)

### **Судан, Республика Судан**

Расположение: Северо-Восточная Африка. Граничит с Египтом на севере, Ливией на северо-западе, Чадом на западе, Центральноафриканской Республикой и Демократической Республикой Конго на юго-западе, Угандой и Кенией на юге и юго-востоке, Эритреей и Эфиопией на востоке. На северо-востоке омывается Красным морем. Территория: 2505,8 км<sup>2</sup>. Столица: Хартум. Население: 38,114 тыс. (2009)

### **Сьерра-Леоне, Республика Сьерра-Леоне**

Расположение: Западная Африка. На севере и востоке граничит с Гвинеей, на юго-востоке с Либерией. На западе и юго-западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 71,7 км<sup>2</sup>. Столица: Фритаун. Население: 5,87 млн (2007)

### **Танзания, Объединенная Республика Танзания**

Расположение: Восточная Африка. Материковая часть — Танганьика, а также острова Занзибар и Пемба. Граничит на севере с Угандой, на северо-востоке с Кенией, на северо-западе с Бурунди и Руандой, на юге с Мозамбиком, на юго-западе с Малави и Замбией, на западе с Демократической Республикой Конго. Территория: 945,1 км<sup>2</sup>. Столица: Додома. Население: 37,85 млн (2006)

### **Того, Тоголезская Республика**

Расположение: Западная Африка. Граничит с Ганой на западе, Бенином на востоке и Буркина Фасо на севере. На юге омывается водами Гвинейского залива. Территория: 56,8 км<sup>2</sup>. Столица: Ломе. Население: 6,1 млн (2005)

### **Тунис, Тунисская Республика**

Расположение: Средиземноморское побережье Северной Африки. На западе и юго-западе граничит с Алжиром, на юго-востоке с Ливией, на севере и востоке омывается Средиземным морем. Территория: 163,6 км<sup>2</sup>. Столица: Тунис. Население: 10,1 млн (2005)

### **Уганда, Республика Уганда**

Расположение: Экваториальная Восточная Африка. На севере граничит с Суданом, на западе с Заиром, на востоке с Кенией, на юге с Руандой и Танзанией. Территория: 236 км<sup>2</sup>. Столица: Кампала. Население: 27,62 млн (2005)

### **Центральноафриканская республика (ЦАР)**

Расположение: Центральная Африка. Граничит на востоке с Суданом, на юге с Демократической Республикой Конго, на юго-западе с Республикой Конго, на западе с Камеруном, на севере с Чадом. Территория: 623 км<sup>2</sup>. Столица: Банги. Население: 3,8 млн (2005)

### **Чад, Республика Чад**

Расположение: Центральная Африка. На севере граничит с Ливией, на востоке с Суданом, на юге с ЦАР, на западе с Камеруном, Нигерией и Нигером. Территория: 1284 км<sup>2</sup>. Столица: Нджамена. Население: 9,75 млн (2005)

### **Экваториальная Гвинея**

Расположение: Западная Африка. На востоке и юге граничит с Габоном, на севере с Камеруном, на западе омывается водами Гвинейского залива. Территория: 28,05 км<sup>2</sup>. Столица: Малабо. Население: 51 тыс. (2006)

### **Эритрея**

Расположение: северо-восток Африки, побережье Красного моря. Граничит с Суданом на западе, Эфиопией на юге и Джибути на востоке. Территория: 121,3 км<sup>2</sup>. Столица: Асмэра. Население: 4,4 млн (2005)

### **Эфиопия, Федеративная Демократическая Республика Эфиопия**

Расположение: Восточная Африка. Граничит с Эритреей и Джибути на северо-востоке, с Сомали на востоке и юго-востоке, с Кенией на юго-западе, с Суданом на западе. Территория: 1104,3 км<sup>2</sup>. Столица: Аддис-Абеба. Население: 75,06 млн (2006)

### **Южно-Африканская республика (ЮАР)**

Расположение: юг Африки, между Южной Атлантикой и Индийским океаном. На севере граничит с Намибией, Ботсваной и Зимбабве, на северо-востоке с Мозамбиком и Свазилендом, внутри территории страны расположено государство Лесото. Территория: 1219,9 км<sup>2</sup>. Столица: Претория. Население: 47,43 млн (2006)

## **ЕВРОПА**

### **Австрия, Австрийская Республика**

Расположение: южная часть Центральной Европы, бассейн Дуная. На севере граничит с Чехией, на северо-западе с Германией, на западе с Лихтенштейном, на юго-западе со Швейцарией, на юге с Италией и Словенией, на востоке со Словакией и Венгрией. Территория: 83,8 км<sup>2</sup>. Столица: Вена. Население: 8,21 млн (2005)

### **Албания, Республика Албания**

Расположение: западная часть Балканского полуострова, побережье Адриатического и Ионического морей. Пролив Отранто, шириной 75 км, отделяет Албанию от Италии. На суше на севере и северо-западе граничит с Сербией и Черногорией, на востоке с Македонией, на юге с Грецией. Территория: 28,7 км<sup>2</sup>. Столица: Тирана. Население: 3,6 млн (2007)

### **Андорра, Княжество Андорра**

Расположение: юго-запад Европы, Восточные Пиренеи. На востоке и севере граничит с Францией, на юге и западе с Испанией. Территория: 468 км<sup>2</sup>. Столица: Андорра-ла-Велья. Население: 70 тыс. (2005)

### **Беларусь, Республика Беларусь**

Расположение: Восточная Европа. На северо-западе граничит с Литвой и Латвией, на востоке с Россией, на юге с Украиной, на западе с Польшей. Территория: 207,6 км<sup>2</sup>. Столица: Минск. Население: 9,72 млн (2007)

### **Бельгия, Королевство Бельгия**

Расположение: Западная Европа. На севере граничит с Нидерландами, на востоке с Германией, на юго-востоке с Люксембургом, на юге и юго-западе с Францией. Территория: 30,5 км<sup>2</sup>. Столица: Брюссель. Население: 10,51 млн (2005)

### **Болгария, Республика Болгария**

Расположение: юг Европы, Балканский полуостров. На севере граничит с Румынией, на западе с Сербией, Македонией, на юге с Грецией и Турцией, на севере омывается Черным морем. Территория: 110,9 км<sup>2</sup>. Столица: София. Население: 7,68 млн (2007)

### **Босния и Герцеговина, Республика Босния и Герцеговина**

Расположение: юго-восток Европы, центральная часть Балканского полуострова. На западе и севере граничит с Хорватией, на востоке с Сербией, на юго-востоке с Черногорией. Территория: 51 км<sup>2</sup>. Столица: Сараево. Население: 4,02 млн (2005)

### **Ватикан**

Расположение: анклав на территории Италии, западная часть Рима, холм Монте-Ватикано (резиденция главы католической церкви Папы Римского, международный центр Римско-католической церкви. Был образован как самостоятельное государство в 1929 году в соответствии с Латеранскими соглашениями между итальянским правительством и Папой Римским). Территория: 0,44 км<sup>2</sup>. Столица: Ватикан. Население: около 1 тыс. (2007)

### **Великобритания, Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии**

Расположение: северо-запад Европы, остров Великобритания, часть острова Ирландия; Мэн, Уайт, Нормандские и другие мелкие острова. От континента отделена проливами Ла-Манш, Па-де-Кале. Территория: 244,11 км<sup>2</sup>. Столица: Лондон. Население: 60,44 млн (2005)

### **Венгрия, Венгерская Республика**

Расположение: Центральная Европа. На западе граничит с Австрией, на севере со Словакией, на северо-востоке с Украиной, на востоке с Румынией, на юге с Сербией, Хорватией и Словенией. Территория: 93 км<sup>2</sup>. Столица: Будапешт. Население: 10 млн (2006)

### **Германия, Федеративная Республика Германия**

Расположение: Центральная Европа. На севере граничит с Данией, на западе с Бельгией, Нидерландами, Люксембургом, Францией, на юге с Швейцарией, Австрией, на севере с Чехией и Польшей. Омывается Балтийским и Северным морями. Территория: 356,9 км<sup>2</sup>. Столица: Берлин. Население: 82,31 млн (2006)

### **Греция, Греческая Республика**

Расположение: Южная Европа, южная оконечность Балканского полуострова и около 2000 островов Средиземного, Эгейского, Ионического морей (крупнейшие — Крит, Эвбея, Родос, Лесбос). Граничит с Албанией, Болгарией, Турцией, Македонией. Территория: 131,99 км<sup>2</sup> (островная часть — 25 км<sup>2</sup>). Столица: Афины. Население: 11,3 млн (2007)

### **Дания, Королевство Дания**

Расположение: север Европы; полуостров Ютландия, острова Датского архипелага (крупнейшие из них — Зеландия, Фюн, Лолланн, Фальстер, Мён), остров Борнхольм и часть Фризских островов, а также две самоуправляющиеся территории — Фарерские острова, расположенные в северной части Атлантики, между Шотландией и Исландией, и крупнейший остров Гренландия у берегов Северной Америки. Западное побережье омывается Северным морем, восточное — Балтийским морем. Пролив Скагеррак отделяет Данию от Норвегии, проливы Каттегат и Эресунн — от Швеции. На юге Дания граничит с Германией. Территория: (без Гренландии и Фарерских островов) — 43,1 км<sup>2</sup>. Столица: Копенгаген. Население: 5,45 млн (2007)

**Ирландия, Республика Ирландия**

Расположение: Западная Европа, 5/6 часть острова Ирландия. Территория: 70,2 км<sup>2</sup>. Столица: Дублин. Население: 4,1 млн (2007)

**Исландия**

Расположение: северная часть Атлантического океана, остров Исландия и несколько небольших островов около него. Территория: 103 км<sup>2</sup>. Столица: Рейкьявик. Население: 312 тыс. (2007)

**Испания, Испанское Королевство**

Расположение: юго-запад Европы, большая часть Пиренейского полуострова, а также Балеарские и Питиузские острова в Средиземном море и Канарские острова в Атлантическом океане. На западе граничит с Португалией, на севере — с Францией и Андоррой, на западе и севере омывается Атлантическим океаном, на востоке и юге — Средиземным морем. Территория: 504,7 км<sup>2</sup>. Столица: Мадрид. Население: 40,84 млн (2006)

**Италия, Итальянская Республика**

Расположение: юг Европы, Апеннинский полуостров, острова Сицилия, Сардиния и ряд мелких островов. На северо-западе граничит с Францией, на севере со Швейцарией и Австрией, на северо-востоке со Словенией. Территория: 301,2 км<sup>2</sup>. Столица: Рим. Население: 60 млн (2007)

**Латвия, Латвийская Республика**

Расположение: северо-восток Европы. На севере граничит с Эстонией, на востоке с Россией, на юге с Беларусью и Литвой, на западе омывается Балтийским морем. Территория: 64,5 км<sup>2</sup>. Столица: Рига. Население: 2,26 млн (2007)

**Литва, Литовская Республика**

Расположение: северо-восток Европы, восточное побережье Балтийского моря. На севере граничит с Латвией, на юго-востоке с Беларусью, на юго-западе с Польшей и Калининградской областью (анклав на территории России). Территория: 65,2 км<sup>2</sup>. Столица: Вильнюс. Население: 3,48 млн (2006)

**Лихтенштейн, Княжество Лихтенштейн**

Расположение: Центральная Европа, на правом берегу р. Рейн, на востоке граничит с Австрией, на юге, западе и севере с Швейцарией. Территория: 160 км<sup>2</sup>. Столица: Вадуц. Население: 34 тыс. (2006)

**Люксембург,****Великое герцогство Люксембург**

Расположение: Западная Европа, в междуречье р. Мозель и р. Маас. На севере и западе граничит с Бельгией, на востоке с Германией, на юге с Францией. Территория: 2,5 км<sup>2</sup>. Столица: Люксембург. Население: 480 тыс. (2007)

**Македония, Республика Македония**

Расположение: центр Балканского полуострова. На севере граничит с Сербией и Черногорией, на востоке с Болгарией, на юге с Грецией, на западе с Албанией. Территория: 25,3 км<sup>2</sup>. Столица: Скопье. Население: 2,04 млн (2005)

**Мальта, Республика Мальта**

Расположение: Средиземное море; Мальтийский архипелаг включает три крупных острова: Мальта, Гоцо и Комино, разделенных проливами, и ряд мелких. Территория: 316 км<sup>2</sup>. Столица: Валлетта. Население: 402 тыс. (2006)

**Молдова, Республика Молдова**

Расположение: юго-восток Европы. На севере, востоке и юге граничит с Украиной, на западе с Румынией. Территория: 33,8 км<sup>2</sup>. Столица: Кишинев. Население: 4,3 млн (2007)

**Монако, Княжество Монако**

Расположение: юг Европы. Полуанклав на территории Франции, на юге омывается Средиземным морем. Территория: 1,95 км<sup>2</sup>. Столица: Монако. Население: 35 тыс. (2006)

**Нидерланды (Голландия), Королевство Нидерландов**

Расположение: северо-запад Европы, а также Нидерландские Антильские острова и остров Аруба в Карибском море. На востоке граничит с Германией, на юге с Бельгией, на севере и западе омывается Северным морем. Территория: 41,5 км<sup>2</sup>. Столица: Амстердам. Население: 16,35 млн (2007)

**Норвегия, Королевство Норвегия**

Расположение: Северная Европа, запад и крайний север Скандинавского полуострова, а также архипелаг Шпицберген, остров Медвежий в Северном Ледовитом океане, остров Ян-Майен в Северной Атлантике, остров Буве у берегов Антарктиды. На северо-востоке граничит с Финляндией и Россией, на востоке со Швецией, омывается Норвежским и Северным морями. Территория: 385 км<sup>2</sup>. Столица: Осло. Население: 4,68 млн (2007)

**Польша, Республика Польша**

Расположение: Восточная Европа. На севере граничит с Россией, на востоке с Литвой, Беларусью и Украиной, на юге со Словакией, Чехией, на западе с Германией, на севере омывается Балтийским морем. Территория: 312,7 км<sup>2</sup>. Столица: Варшава. Население: 38,64 млн (2006)

**Португалия, Португальская Республика**

Расположение: крайний юго-запад Европы, запад Пиренейского полуострова, Азорские острова и архипелаг Мадейра. На севере и востоке граничит с Испанией, на юге и западе омывается Атлантическим океаном. Территория: 92,4 км<sup>2</sup>. Столица: Лиссабон. Население: 10,64 млн (2007)

**Россия, Российская Федерация**

Расположение: Восточная Европа и Северная Азия, а также Калининградская область — полуэксклав на побережье Балтийского моря, острова Новая Земля, Вайгач, архипелаг Земля Франца-Иосифа, Новосибирские острова, остров Врангеля, Курильские острова, остров Сахалин. Граничит с Северной Кореей, на юге и юго-востоке с Китаем, на юге с Казахстаном, Монголией, Азербайджаном, Грузией, на юго-западе с Украиной, на западе с Беларусью и Финляндией, Польшей, Литвой, Латвией, Эстонией, Норвегией. На востоке омывается Японским, Охотским, Беринговым морями, на севере — Баренцевым, Карским, Чукотским и Восточно-Сибирским морями и морем Лаптевых, на запа-

де — Балтийским морем и Финским заливом, на юге — Черным и Азовским морями. Территория: 17075,4 км<sup>2</sup>. Столица: Москва. Население: 142 млн (2007)

### **Румыния, Республика Румыния**

Расположение: юго-восток Европы, бассейн Нижнего Дуная. На севере граничит с Украиной, на востоке с Молдовой, на западе с Венгрией, на юго-западе с Сербией, на юге с Болгарией, на юго-востоке омывается Черным морем. Территория: 237,5 км<sup>2</sup>. Столица: Бухарест. Население: 22,28 млн (2007)

### **Сан-Марино, Республика Сан-Марино**

Расположение: юг Европы, анклав на территории Италии. Территория: 61 км<sup>2</sup>. Столица: Сан-Марино. Население: 29,6 тыс. (2007)

### **Сербия, Республика Сербия**

Расположение: Юго-Восточная Европа, центральная часть Балканского полуострова. На юге граничит с Македонией, на востоке с Болгарией и Румынией, на севере с Венгрией, на западе с Хорватией и Боснией и Герцеговиной, на юго-западе с Черногорией и Албанией. Территория: 88,3 км<sup>2</sup>. Столица: Белград. Население: 10,14 млн (2007)

### **Словакия, Словацкая Республика**

Расположение: Центральная Европа. На северо-западе граничит с Чехией, на севере с Польшей, на востоке с Украиной, на юге с Венгрией, на юго-западе с Австрией. Территория: 48,84 км<sup>2</sup>. Столица: Братислава. Население: 5,43 млн (2005)

### **Словения, Республика Словения**

Расположение: юг Центральной Европы. На западе граничит с Италией, на севере — с Австрией, на северо-востоке с Венгрией, на востоке и юге с Хорватией. Территория: 20,25 км<sup>2</sup>. Столица: Любляна. Население: 2,05 млн (2007)

### **Турция, Турецкая Республика**

Расположение: юг Европы, частично юго-западная часть Азии, Анатолийский полуостров между Черным и Средиземным морями. На востоке граничит с Грузией, Арменией, Азербайджаном и Ираном, на юге с Ираком и Сирией, на западе с Грецией, Болгарией. Территория: 780,5 км<sup>2</sup>. Столица: Анкара. Население: 71,6 млн (2007)

### **Украина, Республика Украина**

Расположение: Восточная Европа. На севере граничит с Беларусью и Россией, на юго-западе с Молдовой, на востоке с Россией, на западе с Польшей, Словакией, Венгрией и Румынией; на юге омывается Черным морем, на юго-востоке Азовским морем. Территория: 603,7 км<sup>2</sup>. Столица: Киев. Население: 46,3 млн (2007)

### **Финляндия, Финская Республика**

Расположение: север Европы. На востоке граничит с Россией, на севере с Норвегией, на северо-западе с Швецией, от Польши и Германии отделена Балтийским морем, от Эстонии, Латвии и Литвы Финским заливом. Территория: 338,1 км<sup>2</sup>. Столица: Хельсинки. Население: 5,3 млн (2007)

### **Франция, Французская Республика**

Расположение: Западная Европа, а также остров Корсика и заморские территории: ряд островов в Тихом океане, Уоллис Футуна, Южные земли и Французская Антар-

тика. На востоке граничит с Швейцарией, Германией, Люксембургом и Бельгией, на юго-востоке с Италией, Монако, на юго-западе с Испанией и Андоррой. На западе и севере омывается Атлантическим океаном (Бискайским заливом и проливом Ла-Манш), на юге Средиземным морем (Лионским заливом и Лигурийским морем). Территория: 674,8 км<sup>2</sup>. Столица: Париж. Население: 64,47 млн (2008)

### **Хорватия, Республика Хорватия**

Расположение: Юго-Восточная Европа, запад Балканского полуострова, северо-восточное побережье Адриатического моря. На северо-западе граничит со Словенией, на северо-востоке — с Венгрией и Сербией, на юге с Боснией и Герцеговиной и Черногорией. Территория: 56,5 км<sup>2</sup>. Столица: Загреб. Население: 4,55 млн (2007)

### **Черногория, Республика Черногория**

Расположение: Юго-Восточная Европа, Адриатическое побережье Балканского полуострова. На юго-западе граничит с Хорватией, на северо-западе с Боснией и Герцеговиной, на востоке с Сербией, на юго-востоке с Албанией. Территория: 13,81 км<sup>2</sup>. Столица: Подгорица. Население: 680 тыс. (2007)

### **Чехия, Чешская Республика**

Расположение: Центральная Европа. На севере граничит с Польшей, на северо-западе и западе с Германией, на юге с Австрией, на востоке со Словакией. Территория: 78,7 км<sup>2</sup>. Столица: Прага. Население: 10,34 млн (2007)

### **Швейцария, Швейцарская Конфедерация**

Расположение: Центральная Европа. На севере граничит с Германией, на западе с Францией, на юге с Италией, на востоке с Австрией и Лихтенштейном. Территория: 41,3 км<sup>2</sup>. Столица: Берн. Население: 7,49 млн (2005)

### **Швеция, Королевство Швеция**

Расположение: Северная Европа, восточная и южная части Скандинавского полуострова, а также острова Эланд и Готланд в Балтийском море. На западе граничит с Норвегией, на северо-востоке с Финляндией, на востоке и юге омывается Балтийским морем и водами Ботнического залива, на юге проливы Эресунн, Каттегат и Скагеррак отделяют Швецию от Дании. Территория: 449,9 км<sup>2</sup>. Столица: Стокгольм. Население: 9,12 млн (2005)

### **Эстония, Республика Эстония**

Расположение: северо-восток Европы, северо-восточное побережье Балтийского моря. На востоке граничит с Россией, на юге с Латвией, на севере отделена от Финляндии Финским заливом, на западе от Швеции — Балтийским морем. Территория: 45,2 км<sup>2</sup>. Столица: Таллинн. Население: 34 млн (2006)

## **СЕВЕРНАЯ АМЕРИКА**

### **Антигуа и Барбуда**

Расположение: Вест-Индия, восточная часть Карибского моря, острова Антигуа, Барбуда и Редонда (необитаемая скала) из группы Подветренных островов. Территория: 442 км<sup>2</sup>. Столица: Сент-Джонс. Население: 82,8 тыс. (2005)

**Багамские острова (Багамы), Содружество Багамских островов**

Расположение: Вест-Индия, Багамские острова (700 мелких островов, около 2,5 тыс. коралловых рифов). Территория: 13,9 км<sup>2</sup>. Столица: Нассау. Население: 301 тыс. (2006)

**Барбадос**

Расположение: восточная часть Вест-Индии, остров Барбадос к востоку от острова Сент-Винсент и Наветренных островов. Территория: 430 км<sup>2</sup>. Столица: Бриджтаун. Население: 279 тыс. (2006)

**Белиз**

Расположение: Центральная Америка, юго-восток полуострова Юкатан, граничит на севере с Мексикой, на востоке и юге с Гватемалой, на востоке омывается Карибским морем. Территория: 22,9 км<sup>2</sup>. Столица: Бельмопан. Население: 291,5 тыс. (2006)

**Гаити, Республика Гаити**

Расположение: Вест-Индия, западная треть острова Гаити (Испаньола) и прибрежные острова. На востоке граничит с Доминиканской Республикой, на севере омывается Атлантическим океаном, на юге Карибским морем, на западе Наветренным проливом, отделяющим Гаити от Кубы. Территория: 27,75 км<sup>2</sup>. Столица: Порто-Пренс. Население: 8,12 млн (2005)

**Гватемала, Республика Гватемала**

Расположение: Центральная Америка. На севере и западе граничит с Мексикой, на востоке с Белизом, на юго-востоке с Сальвадором и Гондурасом, на юге омывается Тихим океаном, на востоке водами Гондурасского залива. Территория: 108,9 км<sup>2</sup>. Столица: Гватемала. Население: 11,2 млн (2005)

**Гондурас, Республика Гондурас**

Расположение: Центральная Америка. На юге граничит с Никарагуа, на западе с Гватемалой, на юго-западе с Сальвадором, на востоке и севере омывается Карибским морем, на юго-западе Тихим океаном. Территория: 112,1 км<sup>2</sup>. Столица: 6,98 млн (2005). Население: Тегусигальпа

**Гренада**

Расположение: остров Гренада и небольшие острова Южные Гренадины (остров Карриаку и др.) в группе Малых Антильских островов в Карибском море. Территория: 344 км<sup>2</sup>. Столица: Сент-Джорджес. Население: 89,5 тыс. (2005)

**Доминика, Содружество Доминика**

Расположение: остров Доминика (группа Малых Антильских островов в Вест-Индии) в Карибском море. Территория: 754 км<sup>2</sup>. Столица: Розо. Население: 69 тыс. (2005)

**Доминиканская республика**

Расположение: восточная часть острова Гаити (Карибское море) и прибрежные острова. На западе граничит с Гаити. Территория: 48,73 км<sup>2</sup>. Столица: Санто-Доминго. Население: 9,18 млн (2007)

**Канада**

Расположение: Северная Америка, северная часть континента и примыкающие острова (Канадский Арктический архипелаг, Ньюфаундленд, Ванкувер и др.). Гра-

ничит с США на юге и северо-западе (штат Аляска), на востоке омывается Атлантическим океаном, на западе — Тихим океаном, на севере и северо-востоке Северным Ледовитым океаном. Территория: 9984,6 км<sup>2</sup>. Столица: Оттава. Население: 32,93 млн (2007)

### **Коста-Рика, Республика Коста-Рика**

Расположение: Центральная Америка. На юго-востоке граничит с Панамой, на севере с Никарагуа, на западе и юго-западе омывается Тихим океаном, на востоке Карибским морем. Территория: 51,1 км<sup>2</sup>. Столица: Сан-Хосе. Население: 4,33 млн (2005)

### **Куба, Республика Куба**

Расположение: Карибское море, остров Куба и ряд близлежащих островов. На юге омывается Карибским морем, на юго-западе водами Юкатанского пролива, на востоке Наветренным проливом, отделяющим Кубу от острова Гаити, на севере Флоридским проливом, который отделяет Кубу от побережья штата Флорида. Территория: 100,9 км<sup>2</sup>. Столица: Гавана. Население: 11,38 млн (2006)

### **Мексика,**

### **Мексиканские Соединенные Штаты**

Расположение: Северная Америка. На севере граничит с США, на юго-востоке с Белизом и Гватемалой, на северо-западе омывается водами Калифорнийского залива. Территория: 1972,5 км<sup>2</sup>. Столица: Мехико. Население: 107,45 млн (2006)

### **Никарагуа, Республика Никарагуа**

Расположение: Центральная Америка. На севере граничит с Гондурасом, на юге с Коста-Рикой, на западе омывается Тихим океаном, на востоке Карибским морем. Территория: 129,5 км<sup>2</sup>. Столица: Манагуа. Население: 5,12 млн (2005)

### **Панама, Республика Панама**

Расположение: Центральная Америка, Панамский перешеек между Карибским морем и Тихим океаном, на западе граничит с Коста-Рикой, на востоке с Колумбией, на юге омывается Тихим океаном, на севере Карибским морем. Территория: 75,5 км<sup>2</sup>. Столица: Панама. Население: 3,23 млн (2005)

### **Сальвадор, Республика Эль-Сальвадор**

Расположение: Центральная Америка, на востоке и севере граничит с Гондурасом, на западе и северо-западе с Гватемалой, на юге омывается Тихим океаном, на юго-востоке водами залива Фонеска. Территория: 21 км<sup>2</sup>. Столица: Сан-Сальвадор. Население: 5,8 млн (2007)

### **Сент-Винсент и Гренадины**

Расположение: Вест-Индия, юго-восточная часть Карибского моря, остров Сент-Винсент и мелкие острова Северные Гренадины (Бекия, Мюстик, Кануан, Юнион и др.). Территория: 389,3 км<sup>2</sup>. Столица: Кингстаун. Население: 119 тыс. (2005)

### **Сент-Китс и Невис,**

### **Федерация Сент-Китс и Невис**

Расположение: Вест-Индия, острова Сент-Китс (Сент-Кристофер) и Невис. Территория: 261 км<sup>2</sup>. Столица: Бастер. Население: 42,7 тыс. (2005)

**Сент-Люсия**

Расположение: остров Сент-Люсия между островами Сент-Винсент и Мартиника. На севере омывается проливом Сент-Люсия, на юге проливом Сент-Винсент. Территория: 620 км<sup>2</sup>. Столица: Кастри. Население: 160,8 тыс. (2005)

**Соединенные Штаты Америки (США)**

Расположение: Северная Америка (50 штатов и столичный федеральный округ Колумбия. 48 штатов располагаются компактно, 2 отдельно: Аляска и Гавайские острова), на востоке от Аппалачей до Кордильер и Скалистых гор на западе, остров Пуэрто-Рико и Виргинские острова в Карибском море, Восточное Самоа, остров Гуам и острова Микронезии (подопечная территория ООН) в Тихом океане и тихоокеанские атоллы Уэйк и Мидуэй. На севере граничит с Канадой (Аляска — полуостров на территории Канады на северо-западе, граничит с Канадой на юго-востоке), на юге с Мексикой, на западе омывается Тихим океаном, на востоке Атлантическим океаном, на юге водами Мексиканского залива. Территория: 9518 км<sup>2</sup>. Столица: Вашингтон. Население: 302,09 млн (2007)

**Тринидад и Тобаго, Республика Тринидад и Тобаго**

Расположение: южная часть Карибского моря, острова Тринидад, Тобаго и ряд мелких островов. Территория: 5,1 км<sup>2</sup>. Столица: Порт-оф-Спейн. Население: 1,32 млн (2005)

**Ямайка**

Расположение: северная часть Карибского моря, остров Ямайка (Большие Антильские острова) и несколько мелких островов. Территория: 11 км<sup>2</sup>. Столица: Кингстон. Население: 2,65 млн (2005)

## ЮЖНАЯ АМЕРИКА

**Аргентина, Аргентинская Республика**

Расположение: южная часть Южной Америки. На востоке граничит с Чили, на западе с Бразилией и Уругваем, на севере с Боливией и Парагваем, на востоке и юге омывается Атлантическим океаном. Аргентине принадлежит часть острова Огненная Земля и несколько небольших островов. Фолклендские (Мальвинские) острова, остров Южная Георгия и Южные Сандвичевы острова являются спорной территорией с Великобританией. Территория: 2766,8 км<sup>2</sup>. Столица: Буэнос-Айрес. Население: 40,3 млн (2007)

**Боливия, Республика Боливия**

Расположение: центральная часть Южной Америки. На севере и востоке граничит с Бразилией, на юго-востоке с Парагваем, на юге с Аргентиной, на западе с Чили и Перу. Территория: 1098,6 км<sup>2</sup>. Столица: официальная Сукре (де-факто — Ла-Пас). Население: 9,63 млн (2006)

**Бразилия, Федеративная Республика Бразилия**

Расположение: восточная и центральная части Южной Америки. На севере граничит с Французской Гвианой, Суринамом, Гайаной, Венесуэлой, на северо-западе с Колумбией, на западе с Перу, Боливией, на юго-западе с Парагваем, Аргентиной, на юге с Уругваем, на востоке и севере омывается Атлантическим океаном. Территория: 8511,9 км<sup>2</sup>. Столица: Бразилиа. Население: 188,08 млн (2006)

**Венесуэла, Боливарианская Республика Венесуэла**

Расположение: север Южной Америки. На востоке граничит с Гайаной, на юге с Бразилией, на западе с Колумбией, на севере омывается Карибским морем и Атлантическим океаном. Территория: 916,4 км<sup>2</sup>. Столица: Каракас. Население: 27,73 млн (2007).

**Гайана, Кооперативная Республика Гайана**

Расположение: северо-восточное побережье Южной Америки. На западе граничит с Венесуэлой, на юге с Бразилией, на востоке с Суринамом, на севере омывается Атлантическим океаном. Территория: 215 км<sup>2</sup>. Столица: Джорджтаун. Население: 765,3 тыс. (2005)

**Колумбия, Республика Колумбия**

Расположение: северо-запад Южной Америки. На востоке граничит с Бразилией и Венесуэлой, на юге с Эквадором и Перу, на западе с Панамой, на севере омывается Карибским морем, на западе Тихим океаном. Территория: 1138,9 км<sup>2</sup>. Столица: Богота. Население: 42,95 млн (2005)

**Парагвай, Республика Парагвай**

Расположение: центральная часть Южной Америки. На юге и юго-западе граничит с Аргентиной, на северо-западе с Боливией, на востоке и северо-востоке с Бразилией. Территория: 406,7 км<sup>2</sup>. Столица: Асунсьон. Население: 6,35 млн (2005)

**Перу, Республика Перу**

Расположение: западная часть Южной Америки. На северо-западе граничит с Эквадором, на севере с Колумбией, на востоке с Бразилией, на юго-востоке с Боливией и Чили, на западе омывается Тихим океаном. Территория: 1285,2 км<sup>2</sup>. Столица: Лима. Население: 27,93 млн (2005)

**Суринам, Республика Суринам**

Расположение: северо-восток Южной Америки. На юге граничит с Бразилией, на западе с Гайаной, на востоке с Французской Гвианой, на севере омывается Атлантическим океаном. Территория: 163,3 км<sup>2</sup>. Столица: Парамарибо. Население: 438 тыс.

**Уругвай, Восточная Республика Уругвай**

Расположение: юго-восточная часть Южной Америки. На севере граничит с Бразилией, на западе с Аргентиной, на востоке и юге омывается Атлантическим океаном. Территория: 176,2 км<sup>2</sup>. Столица: Монтевидео. Население: 3,32 млн (2006)

**Чили, Республика Чили**

Расположение: юго-запад Южной Америки. На востоке граничит с Аргентиной, на севере — с Перу, на северо-востоке с Боливией, на западе омывается Тихим океаном. Территория: 757 км<sup>2</sup>. Столица: Сантьяго. Население: 15,98 млн (2005)

**Эквадор, Республика Эквадор**

Расположение: северо-запад Южной Америки. На севере граничит с Колумбией, на востоке и юге с Перу, на западе омывается Тихим океаном. В состав Эквадора входят Галапагосские острова. Территория: 283,6 км<sup>2</sup>. Столица: Кито. Население: 13,85 млн (2005)

# ИСТОРИЯ. РЕЛИГИЯ. КУЛЬТУРА

## История

### Первобытное (доисторическое) общество

Первобытное общество — период, охватывающий время от возникновения человека современного вида до появления первых государственных объединений.

Периодизация первобытного общества:

1. Палеолит (древнекаменный век):
  - ранний палеолит: 2,4 млн — 600 000 лет до н. э.;
  - средний палеолит: 600 000—35 000 лет до н. э.;
  - поздний (верхний) палеолит: 35 000—10 000 лет до н. э.
2. Мезолит (среднекаменный век): 10 000—5000 лет до н. э.
3. Неолит (новокаменный век): 9500—2000 лет до н. э.
4. Энеолит (медно-каменный век): 4000—3000 лет до н. э.

В период палеолита происходит формирование человека современного вида — *Homo sapiens*, появляются и совершенствуются каменные орудия труда, основными занятиями являются собирательство и охота. В мезолите человек совершенствует орудия труда, изобретает лук и стрелы, начинает приручать диких животных, например собаку. В новый каменный век происходят масштабные изменения в человеческом обществе — появляется земледелие и скотоводство (неолитическая революция), изделия из обожженной глины — керамика; усложняется социальная жизнь человека: происходит переход от небольших родовых групп к сложным родоплеменным структурам, которые в бронзовом веке образовали первые государства; развиваются торговые отношения, усложняются религиозные взгляды на мир, появляются устойчивые группы людей, занимающихся определенными видами деятельности.

Следующий за неолитом медно-каменный век (энеолит) был переходным между поздним неолитом и бронзовым веком и отличался от позднего неолита использованием меди при изготовлении некоторых орудий труда.

Энеолит сменился бронзовым веком, который характеризовался распространением металлургии бронзы, кочевого скотоводства, поливного земледелия, усложнением социальных отношений в обществе, появлением первых государств. Следом за бронзой человек осваивает новый металл — железо, что ознаменовало переход общества к новому периоду — железному веку. Появление новых, более совершенных орудий труда дало резкий толчок к развитию производства и общественных отношений.

Начало и завершение этих периодов, их продолжительность были индивидуальными для каждого региона Земли и имели свои отличительные особенности. Очень часто разные периоды развития общества шли параллельно: так, в XIV веке аборигены

Австралии жили в каменном веке, жители Европы — в железном, население Центральной Америки и Восточной Африки — в бронзовом.

## Древний мир

### КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЯ ДРЕВНЕГО МИРА

Дата	События
5000—4000 гг. до н. э.	Культуры энеолита в Месопотамии: Эреду, Эль-Убейд, Урук. Появляется искусственное орошение, гончарный круг. Эль-Убейд уже был крупным поселением площадью до 10 га
3900 г. до н. э.	Зарождение государственности в Месопотамии. Исторически Шумер состоял из городов (Аккад, Эшнунна, Ур, Урук, Лагаш), часть из которых временами были городами-государствами
Ок. 3000 г. до н. э.	Царь Менес объединил под своей властью Верхний и Нижний Египет и основал столицу — город Абидос. В память об объединении фараоны носили две короны, вставленные одна в другую, — красную (Нижний Египет) и белую (Верхний Египет)
3000 г. до н. э.	Появился первый лунный календарь в Месопотамии
3000—2000 гг. до н. э.	Существование города-государства Ашшур на Тигре, в будущем ядро Ассирийской державы. Существование земледельческой трипольской культуры на территории Украины, Молдавии и Румынии
3000—2800 гг. до н. э.	Период правления в Египте двух первых династий — Раннее царство (столица — Мемфис)
2800—2250 гг. до н. э.	Период Древнего царства в Египте, появление первых пирамид
2750—2315 гг. до н. э.	Основание в Месопотамии городов-государств Ур, Урук, Лагаш, Киш, Ниппур и борьба за лидерство между ними
2675 г. до н. э.	Усиление города-государства Урук в Месопотамии во главе с царем Гильгамешем
2609 г. до н. э.	Начало правления в Египте фараона Джосера. Создание каменной ступенчатой пирамиды
Ок. 2551 г. до н. э.	Приход к власти фараона Хеопса, строительство пирамиды
Ок. 2600 г. до н. э.	Возникновение культур Мохенджо-Даро и Хараппа в Индии
2316—2176 г. до н. э.	Объединение Месопотамии под властью Саргона Древнего, правителя Аккада. Возникает и развивается Шумеро-Аккадское царство
2250—2050 гг. до н. э.	Период первого распада Египта
Ок. 2050 г. до н. э.	Объединение Египта фараоном XI династии Ментухотепом I
2050—1785 гг. до н. э.	Период Среднего царства в Египте
2003—1595 гг. до н. э.	Старовавилонское царство

Дата	События
Ок. 2000 г. до н. э.	Начало культуры майя в Мезоамерике (Центральная Америка)
1913—1903 гг. до н. э.	Война между Египтом и Нубией
1900 г. до н. э.	Вторжение ахейцев в Грецию
1792—1750 гг. до н. э.	Правление вавилонского царя Хаммурапи, возникновение первого письменного свода законов (законы Хаммурапи)
1785—1580 гг. до н. э.	Период второго распада Египта
Ок. 1700 гг. до н. э.	Вторжение в Египет племен гиксосов из Северной Аравии и Южной Сирии
1600—1027 гг. до н. э.	Период существования государства Шан-Инь
1650—1200 гг. до н. э.	Возникновение и развитие Древнехеттского царства.
1595 г. до н. э.	Разрушение Вавилона хеттским царем Мурсили I. Падение Старовавилонского царства и переход Месопотамии под власть кочевых племен касситов
1580—1085 гг. до н. э.	Период Нового царства в Египте (завершение разгрома гиксосов фараоном Яхмосом, возрождение Египта)
Ок. 1500 г. до н. э.	Возникновение ольмекской культуры на побережье Мексиканского залива
1365—1348 гг. до н. э.	Правление фараона Аменхотепа IV (Эхнатона). Религиозная реформа в Египте — попытка введения монотеистической религии (поклонение единому богу Атону)
Ок. 1320 г. до н. э.	Исход евреев из Египта
1290—1224 гг. до н. э.	Правление фараона XIX династии — Рамсеса II. Войны с хеттами. Экономический и политический расцвет Египта, раздел Сирии между Египтом и хеттами
1280—1261 гг. до н. э.	Первые письменные свидетельства существования государства Урарту
Ок. 1260 г. до н. э.	Троянская война. Захват ахейским союзом стратегически важного города Илион (Троя) в Малой Азии
1223 г. до н. э.	Захват Ассирией Вавилонии
1200—800 гг. до н. э.	Расцвет Финикийского (Сидонского) государства
1200—1100 гг. до н. э.	Нашествие дорийских племен и уничтожение ахейской цивилизации
1122—770 гг. до н. э.	Воцарение династии Чжоу в Китае. Существование государства Западное Чжоу
1197 г. до н. э.	Восстановление территориально единого Египта при фараоне Сетнахе I
1125—1103 гг. до н. э.	Правление вавилонского царя Навуходоносора I и усиление роли Вавилона в Малой Азии
1115—1077 гг. до н. э.	Правление ассирийского царя Тиглатпаласара I

Дата	События
1075—945 гг. до н. э.	Упадок Египта и разделение его на две части
1029—928 гг. до н. э.	Возникновение и развитие Древнего Израиля — единого царства еврейского народа, основанного царем Саулом
1004 г. до н. э.	Армия Израильского царства побеждена филистимлянами в битве при горе Гильбоа
960—931 гг. до н. э.	Правление израильского царя Соломона
945 г. до н. э.	Ливиец Шешонк захватывает власть в Нижнем Египте и основывает XXII династию правителей Египта
945—712 гг. до н. э.	Ливийский период правления в Египте
Ок. 930 г. до н. э.	Разделение Израильского царства на Иудейское и Израильское
900—605 гг. до н. э.	Новоассирийский период. Расцвет Ассирии со столицей в городе Ниневия
888 г. до н. э.	Проведение реформ в Спарте (законы Ликурга)
853 г. до н. э.	Битва при Каркаре, выигранная Ассирией. Начало гражданской войны в Египте
814 г. до н. э.	Основание в Северной Африке города Карфагена финикийской царевной Элиссой из Тира
Конец IX — середина VIII вв. до н. э.	Расцвет государства Урарту
776 г. до н. э.	Первые Олимпийские игры в Греции
753 г. до н. э.	Основание Рима
722—453 гг. до н. э.	Конец эпохи Западного Чжоу и начало эпохи Восточного Чжоу в Китае. На территории Китая оформилось 14 самостоятельных государств, ведущих постоянную междоусобную борьбу
715 г. до н. э.	Второе завоевание Египта кушитами
714 г. до н. э.	Войны ассирийского царя Саргона II с Урарту, поражение и ослабление Ванского царства
Ок. 700 г. до н. э.	Появление письменности у цивилизаций Мезоамерики
689 г. до н. э.	Разрушение Вавилона Ассирией
673 г. до н. э.	Восстание мидийцев против Ассирии. Возникновение независимого Мидийского царства
671—655 гг. до н. э.	Египет под властью Ассирии
655 г. до н. э.	Завоевание Египтом независимости от Ассирии, объединение Египта под властью XXVI династии
636—628 гг. до н. э.	Период правления Вэнь-гуна — годы наивысшего могущества царства Цзинь (Китай)
626—539 гг. до н. э.	Выход Вавилона из состава Ассирии, возникновение Нововавилонского царства
605—562 гг. до н. э.	Правление в Вавилонии Навуходоносора II, ассирийско-египетские войны
605 г. до н. э.	Падение Ассирии: в битве у Каркемиша войска вавилонского царя Навуходоносора II окончательно разгромили ассирийского царя Ашшурбаллиту

Дата	События
594—593 до н. э.	Реформы Солона в Афинах
586 г. до н. э.	Падение Иерусалима, разрушение Первого Храма
Ок. 585—575 гг. до н. э.	Разгром Урарту Мидией и киммерийскими племенами
566—486 гг. до н. э.	Предположительные годы жизни Сиддхартхи Гаутамы — Будды
551—479 гг. до н. э.	Годы жизни Конфуция
Ок. 550 г. до н. э.	Завоевание Мидии персидским царем Киrom II. Создание Персидской державы
522—485 гг. до н. э.	Правление персидского царя Дария
539 г. до н. э.	Покорение Персией Вавилонии
510 г. до н. э.	Установление республики в Риме — изгнание Луция Тарквиния Гордого
500—449 гг. до н. э.	Греко-персидские войны
490 г. до н. э.	Марафонское сражение между армиями Греции и Персии, поражение персидской армии
Ок. 484—425 гг. до н. э.	Годы жизни «отца истории» — греческого ученого Геродота Галикарнасского
480 г. до н. э.	Разгром объединенных греческих войск во главе со спартанским царем Леонидом в Фермопильском проходе персидскими войсками Ксеркса
Ок. 480 г. до н. э.	Возникновение Боспорского царства (столица — Пантикапей) на территории Северного Причерноморья
479 г. до н. э.	Поражение при Платеях армии персов (командующий — Мардоний) от объединенных сил греков (Павсаний)
478 г. до н. э.	Создание Делосского военного союза
471 г. до н. э.	Изгнание из Афин Фемистокла и начало правления Кимона
464 г. до н. э.	Крупнейшее восстание рабов (илотов) в Спарте
449 г. до н. э.	Последнее сражение греко-персидских войн при Саламине. Заключение Каллиевого мира — признание персами независимости греческих городов Малой Азии
438 г. — II в. до н. э.	Правление династии Спартокидов и период усиления Боспорского царства
431—404 гг. до н. э.	Пелопоннесская война между союзами во главе со Спартой и Афинами
Ок. 429—347 гг. до н. э.	Годы жизни греческого ученого, ученика Сократа — Платона
411 г. до н. э.	Политический «переворот четырехсот» и установление олигархического правления в Афинах
395 г. до н. э.	Коринфская война между Спартой и союзом греческих городов (Беотийский союз, Коринф, Аргос, Афины, Локхиды, Окуния и др.)
384—322 гг. до н. э.	Годы жизни греческого ученого, воспитателя Александра Македонского — Аристотеля

Дата	События
378 г. до н. э.	Создание второго Афинского морского союза
359—336 гг. до н. э.	Период правления македонского царя Филиппа II. Расцвет Македонского царства
356—350 гг. до н. э.	Проведение реформ Шан Яна в китайской империи Цинь
340—338 гг. до н. э.	Вторая Латинская война между Латинским союзом и Римской республикой, приведшая к ликвидации союза и усилению позиций Рима в Италии
338—337 гг. до н. э.	Поражение союза греческих городов в битве при Херонее от армии македонского царя Филиппа II. Заключение Коринфского мирного договора, закрепившего доминирующее положение Македонии. Создание Панэллинского союза
334 г. до н. э.	Сражение на реке Граник между войсками Александра Македонского и персидского царя Дария
333 г. до н. э.	Поражение персов от Александра Македонского в битве при Иссе
331 г. до н. э.	Сражение при Гавгамелах (Месопотамия) между персами и македонянами, окончательное поражение Дария III
327—317 гг. до н. э.	Борьба Индии против македонского завоевания. Создание единой североиндийской державы (долины Инда и Ганга) во главе с династией Маурьев
326—304 гг. до н. э.	Вторая самнитская война
323—301 гг. до н. э.	Смерть Александра Македонского и раздел созданного им государства между его приемниками-диадохами. Начало периода эллинизма
323—30 гг. до н. э.	Правление в Египте династии Птолемеев
Ок. 280 г. до н. э.	Строительство одного из чудес древнего мира — маяка на острове Фарос неподалеку от Александрии
264—241 гг. до н. э.	Первая Пуническая война между Карфагеном и Римом
250 г. до н. э.	Возникновение Парфянского царства — начало правления основателя династии и первого парфянского царя Аршака I
221—207 гг. до н. э.	Годы правления Цинь Шихуан-ди (Ин Чжэна) — основателя империи Цинь, объединившей Китай
218—202 гг. до н. э.	Вторая Пуническая война между Карфагеном и Римской республикой
216 г. до н. э.	Поражение римской армии при Каннах от карфагенской армии под руководством Ганнибала Барка
212 г. до н. э.	Взятие города Сиракузы (Сицилия) римским консулом Клавдием Марцеллом
207 г. до н. э. — 220 г. н. э.	Империя Хань в Китае
197 г. до н. э.	Поражение македонского царя Филиппа в сражении у Киноскефал от римского консула Тита Квинкция Фламинина. Завершение господства Македонии в Греции

Дата	События
168—167 гг. до н. э.	Покорение Римом Греции, раздел Македонии на четыре округа
149—146 гг. до н. э.	Третья Пуническая война. Окончательное поражение Карфагена
141 г. до н. э.	Парфяне под предводительством Митридата I взяли Селевкию — столицу Селевкидов на реке Тигр
104 г. до н. э.	Военные реформы Гая Мария в Римской республике
82—79 гг. до н. э.	Диктатура Суллы в Риме
73—71 гг. до н. э.	Восстание рабов под предводительством Спартака
64 г. до н. э.	Падение государства Селевкидов
63 г. до н. э.	Заговор против сената римского патриция Катилины
60 г. до н. э.	Создание первого триумvirата: Гней Помпей Великий, Марк Лициний Красс, Гай Юлий Цезарь
58—51 гг. до н. э.	Римский консул Гай Юлий Цезарь завоевывает Галлию (галльские войны)
55—54 гг. до н. э.	Завоевание Римом Британии (британские походы Цезаря)
49—47 гг. до н. э.	Гражданская война в Риме. Борьба между Помпеем и Цезарем. Установление диктатуры Гая Юлия Цезаря
48 г. до н. э.	Сражение при Фарсале между армиями Помпея и Цезаря
44 г. до н. э.	Убийство Гая Юлия Цезаря заговорщиками во главе с Брутом и Кассием
43 г. до н. э.	Создание второго триумvirата: Октавиан, Марк Антоний, Эмилий Лепид
42 г. до н. э.	Разгром армии заговорщиков во главе с Гаем Кассием Лонгином и Марком Юнием Брутом
31 г. до н. э.	Египетский поход Октавиана Августа. Гибель Антония и египетской правительницы Клеопатры
31 г. до н. э. — 14 г. н. э.	Период правления Октавиана Августа. Введение системы принципата. Проведение Октавианом политических и военных реформ. Начало истории Римской империи
17—24 гг.	Подавление антиримских восстаний в провинции Африка (во главе с нумидийцем Такфаринатом), в Галлии и Фракии
17—27 гг.	Восстание китайских крестьян против императора Ван Мана (восстание «краснобровых»). Приход к власти императора Лю Сю, создание династии Восточная Хань со столицей в Лояне
37—41 гг.	Период правления императора Калигулы
54—68 гг.	Правление пятого императора Рима (последнего из династии Юлиев-Клавдиев) Нерона
64 г.	Шестидневный пожар в Риме, уничтоживший большую часть города
69—79 гг.	Правление императора Веспасиана. Начало строительства Колизея в Риме

Дата	События
66—73 гг.	Иудейская война — антиримское восстание в Иудее. Разрушение Римом Иерусалима и захват крепости Масада
79 г.	Извержение Везувия, гибель Помпей, Геркуланума, Стабии
96—161 гг.	Правление династии Антонинов — «золотой век» в истории Римской империи
101—106 гг.	Дакийские войны — покорение римским императором Трояном Дакии
114—116 г.	Завоевание Римом Армении, части Парфянского царства, Месопотамии
117—138 гг.	Правление императора Адриана. Прекращение политики завоеваний
132—135 гг.	Восстание во главе с Симоном «Бар-Кохба» в Иудее
161—166 гг.	Новая Парфянская война
167—180 гг.	Война Рима с германским племенем маркоманнов
180—192 гг.	Правление римского императора Коммода. Начало кризиса в Римской империи
184—205 гг.	Восстание «желтых повязок» в Китае, которое привело к дестабилизации положения в стране и послужило одной из причин падения ханьской династии
193—197 гг.	Гражданская война в Риме. Установление власти Септимия Севера. Проведение им военных и административных реформ
212 г.	Эдикт Каракаллы о присвоении римского гражданства всем жителям провинций
220—280 гг.	Эпоха Троецарствия — борьба и противостояние между тремя различными государствами Китая — Вэй, У и Шу
224 г.	Правитель Персии Ардашир нанес Артабану V на равнине Ормиздаган поражение, после которого Парфянское царство прекратило существование
224—651 гг.	Существование империи Сасанидов, основанной Ардаширом I Папаканом
231—232 гг.	Война Рима с Новоперсидским царством
250—900 гг.	Классический период развития цивилизации майя
284—476 гг.	Эпоха поздней Римской империи
284—305 гг.	Правление императора Диоклетиана. Проведение военных, экономических реформ. Борьба с христианской церковью
286—290 гг.	Установление в Римской империи тетрархии — правления четырех императоров (Диоклетиана, Максимиана, Гая Галерия, Флавия Констанция Хлора)
303 г.	Первый эдикт Диоклетиана против христиан
306—337 гг.	Правление императора Константина, продолжившего реформы, начатые при Диоклетиане
313 г.	Медиоланский эдикт Константина и Лициния о признании христианской религии равноправной с другими религиозными системами

Дата	События
325 г.	I Вселенский собор христиан в Никее
330 г.	Перенесение столицы Византийской империи в Византий (Константинополь) императором Константином Великим
391 г.	Христианство становится государственной религией в Римской империи
395 г.	Разделение Римской империи на Западную и Восточную. Столица Восточной — Константинополь, Западной — Равенна
401—412 гг.	Вторжение вестготов в Италию и Галлию, уход римской армии из Британии
410 г.	Взятие и разграбление Рима вестготами во главе с Аларихом
418 г.	Возникновение первого варварского королевства на территории Западной Римской империи — Аквитания передана вестготам
429—439 гг.	Завоевание вандалами римской Африки, взятие Карфагена
431 г.	II Вселенский собор христиан в Эфесе. Осуждение несторианства
451 г.	Битва на Каталаунских полях между союзом римлян и коалицией варварских племен, закончившаяся поражением последних
453 г.	Смерть гуннского вождя Аттилы и распад гуннской державы
455 г.	Захват и разграбление Рима вандалами
457—461 гг.	Правление императора Юлия Майориана. Последняя попытка укрепления Западной Римской империи
476 г.	Низложение германским вождем, командующим императорской гвардией, последнего императора Западной Римской империи Ромула Августула. В Италии образовано королевство Одоакра. Падение Западной Римской империи, начало периода Средневековья

## Средние века

### КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЯ СРЕДНИХ ВЕКОВ

Дата	События
Ок. 466—511 гг.	Годы жизни первого франкского короля Хлодвиг
486 г.	Битва при Суассоне. Разгром римлян Северной Галлии салическими франками Хлодвиг. Основание Франкского королевства
486—543 гг.	Завоевание франками Галлии, Бургундии, Прованса, походы в Италию и Испанию
493—555 гг.	Остготское королевство в Италии
511—558 гг.	Раздел Франкского королевства между сыновьями Хлодвиг
527—565 гг.	Годы правления Юстиниана I, византийского императора

Дата	События
533—555 гг.	Войны Византии за территории вандалов в Северной Африке, остготов в Италии и вестготов в Испании
540—562 гг.	Византийско-иранские войны
560 г.	Образование Аварского каганата
560—561 гг.	Временное объединение Франкского королевства Хлотарем I
561—613 гг.	Второй раздел Франкского королевства
568 г.	Вторжение лангобардов во главе с королем Альбоином в Северную Италию
570 г.	Рождение в городе Мекка исламского пророка Мухаммеда
578 г.	Вторжение славянских племен во Фракию и Элладу
581 г.	Захват власти и основание династии Суй императором Ян Цзянем (Суй Вэнь-ди)
587—613 гг.	Годы жизни короля франков Теодориха II из династии Меровингов
588 г.	Разделение Тюркского каганата на Восточный и Западный
591—628 гг.	Годы правления Хосрова II Парвиза, шаха Сасанидского Ирана, активно боровшегося с Византией
594 г.	Буддизм получает статус государственной религии в Японии при принце-регенте Сетокю
595—598 гг.	Аваро-византийская война
599—649 гг.	Годы жизни императора Китая Вэнь У-хуанди (Тай-цзун)
602—629 гг.	Византийско-иранские (сасанидские) войны
613—623 гг.	Объединение Франкского королевства Хлотарем II
618—907 гг.	Существование китайской династии Тан, основанной императором Ли Юанем
622 гг.	Хиджра (переселение) пророка Мухаммеда из Мекки в Медину. Начало мусульманского летоисчисления
629—751 гг.	Майордомский период Франкского королевства (постоянная смена франкских королей, сосредоточение реальной власти в руках правителей-майордомов)
630 г.	Захват китайской династией Тан Восточного тюркского каганата
632 г.	Смерть пророка Мухаммеда в Медине
Первая половина VII — начало VIII вв.	Начало арабских завоеваний в Северной Африке, Малой Азии, Испании, Закавказье
637 г.	Взятие Иерусалима арабами после четырехмесячной осады
650—969 гг.	Хазарский каганат
651 г.	Завоевание государства Сасанидов арабским халифом Усманом
658—659 гг.	Захват Китаем Западного тюркского каганата
661—750 гг.	Династия Омейядов в Арабском халифате. Перенесение столицы в Дамаск халифом Муавием I
660—668 гг.	Китайско-корейские войны (китайские походы против корейских государств Пэкче и Когуре)

Дата	События
681—1018 гг.	Хан оногуров Аспарух создает Первое Болгарское царство на территории Добруджи
680—681 гг.	III Константинопольский собор (VI Вселенский собор)
688 г.	Фракийские походы византийского императора Юстиниана против славян и болгар
697 г.	Установление института дожей в Венеции
711 г.	Победа арабов над вестготами в битве при Гвадалете положила начало мусульманскому завоеванию Пиренейского полуострова
722 г.	Разгром арабов в долине Ковадонга. Начало реконкисты на Иберийском полуострове
732 г.	Битва при Пуатье. Поражение арабов от франков предотвратило арабское завоевание Европы
Ок. 686—741 гг.	Годы жизни Карла Мартелла, майордома франков
739 г.	Победа византийской армии императора Льва III над арабами в битве при Акронионе. Завершение завоеваний Омейядов в восточной части Византийской империи
714—768 гг.	Годы жизни Пипина III Короткого — короля франков, основателя династии Каролингов
750—1258 гг.	Халифат Аббасидов
751 г.	Победа китайцев над арабами в битве на реке Талас. Прекращение продвижения арабов на восток
752 г.	Образование Папской области
755—757 гг.	Восстание Ань Лушаня против царствующей династии Тан в Китае
756 г.	Образование Кордовского халифата в Испании
768—814 гг.	Годы правления Карла I Великого, короля франков
769 г.	Присоединение Карлом I Аквитании и Гаскони к империи
778 г.	Вторжение Карла Великого в Испанию. Легендарная битва в Ронсевальском ущелье между франками и басками
787—793 гг.	Норманские нападения на Англию и территорию современной Франции
787 г.	VII Вселенский собор в Никее, восстановивший иконопочитание
796 г.	Разгром аварского каганата и захват его столицы — города Ринг — маркграфом Карла Великого Эрихом де Фриулем
800 г.	Папа Лев III коронует в Риме Карла Великого императором
Ок. 800 г.	Отделение Туниса и Алжира от Арабского халифата
805 г.	Освобождение Венеции от власти Византии
812 г.	В Китае впервые в мире введены в оборот банкноты
816—837 гг.	Восстание Бабека против Арабского халифата
821 г.	Норманны создают государство в Ирландии со столицей в Дублине
829 г.	Объединение англосаксонских королевств в единое государство Англия

Дата	События
840 г.	Начало междоусобной борьбы между сыновьями Людовика Благочестивого — Лотарем I, Людовиком Немецким и Карлом Лысым
843 г.	Договор о разделе империи Карла Великого между тремя его внуками. Карл Лысый получает Францию, Людовик Немецкий — Германию, Лотарь I — Бургундию, Эльзас, Лотарингию и Северную Италию. Начало образования германского, итальянского и французского государств
840—911 гг.	Усиление норманнских набегов на Францию, Испанию, Германию, Англию. Вождь норманнов Роллон становится герцогом Нормандии и вассалом короля Франции
864 г.	Захват Аскольдом и Диром Киева
871—899 (901) гг.	Альфред Великий — первый из королей Уэссекса, использовавший в официальных документах титул «король Англии»
IX—XIII вв.	Кхмерская империя (Ченла) — феодальное государство, существовавшее на территории Камбоджи, Таиланда и Лаоса (столица — Ангкор)
878 г.	Уэдморский договор. Образование «области датского права» в Англии
882 г.	Захват князем Олегом Смоленска, Любеча и Киева. Киев становится столицей государства
886 г.	Альфред Великий, король Англии, захватил Лондон
907 г.	Морской поход князя Олега на Константинополь
907—960 гг.	Политический распад Китая
907—1125 гг.	Киданьское государство Ляо (Китай)
909—1171 гг.	Исмаилитский халифат Фатимидов. Династия Алидов
912—945 гг.	Годы правления князя Игоря в Киевской Руси
923—935 гг.	Династия Тан в Китае (столица — Лоян)
936—947 гг.	Династия Цинь в Китае (столица — Кайфэн)
936—973 гг.	Правление императора Священной Римской империи Оттона I
945 г.	Восстание древлян и убийство князя Игоря
945—960 гг.	Правление княгини Ольги
960—972 гг.	Правление киевского князя Святослава Игоревича
960—1127 гг.	Династия Северная Сун («Огненная») в Китае (столица — Бяньлян)
960—1279 гг.	Династия Сун в Китае. Войны с киданями, тангутами, чжурчженями
962 г.	Король Германии Оттон I был коронован в Риме Папой Иоанном XII императорской короной. Основание Священной Римской империи
964—969 гг.	Князь Святослав Киевский захватил ключевые крепости и столицу иудейской Хазарии — Итиль
969 г.	Завоевание Египта Фатимидами. Образование халифата Фатимидов
980—1000 гг.	Открытие викингами Эриком Рыжим (Торвальдсоном) и Гуньборном Ульфсоном Гренландии и северо-восточного побережья Северной Америки

Дата	События
987 г.	Смерть последнего короля из Каролингов — Людовика V. Избрание королем графа Гуго Капета. Начало правления династии Капетингов
988 г.	Крещение Руси князем Владимиром
997—1000 гг.	Нашествие датчан на Англию
Ок. 1000 г.	Образование Венгерского королевства
1002—1024 гг.	Годы правления Генриха II Святого — императора Священной Римской империи
1003—1018 гг.	Германо-польские войны
1004 г.	Подписание мирного договора и выплата Сунской империей дани киданьскому государству Ляо
1009—1010 гг.	Начало стремительного распада арабского халифата Аббасидов. Образование Толедского, Альмерийского, Валенсийского эмиратов
1016—1035 гг.	Захват власти в Англии Кнудом Великим — королем Дании, Англии и Норвегии, владельцем Шлезвига и Померании
1018 г.	Завоевание Болгарии Византией
1019—1054 гг.	Ярослав Мудрый получает титул великого князя киевского после победы над братом Святополком в битве на реке Альте
1030—1091 гг.	Завоевание норманнами Южной Италии и Сицилии
1011 (1037) — 1041 гг.	Возведение Софийского собора в Киеве
1054 г.	В Константинополе произошел раскол христианской церкви на Восточную и Западную («Великая схизма»)
1061 г.	Начало половецких набегов на Русь
1066—1070 гг.	Норманнское завоевание Англии. Высадка норманнов во главе с герцогом Вильгельмом в Англии. Поражение англосаксонской армии в битве при Гастингсе. Гибель короля Гарольда
1066—1087 гг.	Годы правления Вильгельма I Завоевателя, короля Англии
1071 г.	Турки-сельджуки под командованием Алп-Арслана нанесли поражение византийцам в битве при Манцикерте и взяли в плен византийского императора Романа IV Диогена
1095 г.	Церковный собор в Клермоне. Папа Урбан II призывает к крестовому походу
1096—1270 гг.	Крестовые походы
1096—1099 гг.	Первый крестовый поход
1097 г.	Съезд русских князей в Любече для подписания договора о прекращении междоусобных распрей и сплочения против половцев
1099 г.	Взятие крестоносцами Иерусалима. Создание Иерусалимского королевства. Основание Ордена Святого Гроба Господня
1100—1118 гг.	Годы правления Балдуина I, короля Иерусалима
1113—1125 гг.	Годы правления Владимира Мономаха, великого князя киевского
1115—1234 гг.	Династия Цзинь (Китай)

Дата	События
1118 г.	Основание Ордена тамплиеров
1127 г.	Раздел Китая по реке Янцзы между государствами Цзинь (север) и Сун (юг)
1147—1149 гг.	Второй крестовый поход
1154—1185 гг.	Правление в Англии династии Плантагенетов
1155—1190 гг.	Итальянские походы Фридриха I Барбароссы Годы правления Фридриха I Барбароссы, короля Германии, императора Священной Римской империи
1158 г.	Ронкальский сейм. Ликвидация независимости североитальянских городов
1167 г.	Образование «Ломбардской лиги» (города Милан, Парма, Падуа, Верона, Пьяченца, Болонья, Кремона, Мантуя, Бергамо и Брешия)
1169 г.	Андрей Боголюбский захватил и сжег Киев
1174 г.	Саладин принял титул султана Египта, стал основателем династии Айюбидов
1176 г.	Победа войск «Ломбардской лиги» над армией Фридриха I Барбароссы в битве при Леньяно
1177 г.	Поражение мусульманской армии Саладина от Иерусалимского королевства в битве при Монжизаре
1180—1223 гг.	Годы правления Филиппа II Августа, французского короля
1181—1215 гг.	Правление короля Джаявармана VII — эпоха наибольшего могущества Кхмерской империи
1183 г.	Ломбардские города по договору в Констанце получили автономию при сохранении императорской власти Фридриха I Барбароссы
1184—1209 (1213) гг.	Правление в Грузии царицы Тамары из династии Багратионов
1185 г.	Поход русских князей против половцев и их поражение. События описаны в Ипатьевской летописи и «Слове о полку Игореве»
1185—1333 гг.	Эпоха Камакура — время междоусобных войн и доминирования сословия самураев в Японии
1187 г.	Саладин объявляет крестоносцам «священную войну». Разгром крестоносцев при Хиттине (Тивериаде). Взятие Саладином Иерусалима
1189—1192 гг.	В третьем крестовом походе приняли участие четыре европейских монарха: германский император Фридрих I Барбаросса, французский король Филипп II Август, австрийский герцог Леопольд V и английский король Ричард I Львиное Сердце
1192 г.	Возвышение дома Минамото в Японии. Создание системы сегуната
1196 г.	Создание духовно-рыцарского Тевтонского ордена
1199 г.	Создание Романом Мстиславичем Великим единого Галицко-Волынского княжества
1150—1205 гг.	Правление Романа Мстиславича Галицкого, первого князя галицко-волынского, великого князя киевского
1202 г.	Основание ордена Братьев Христовых рыцарства, или Ордена меченосцев

Дата	События
1202—1204 гг.	Четвертый крестовый поход. Захват и разграбление крестоносцами Константинополя
1204—1261 гг.	Никейская империя — государство, образовавшееся на территории северо-западной Анатолии после захвата Константинополя крестоносцами. Латинская империя — государство, образовавшееся на части территории Византийской империи после четвертого крестового похода
1206 г.	Всемирный курултай объявил о создании Великого Монгольского государства и провозгласил Темуджина великим ханом, дав ему титул Чингисхана
1206—1227 гг.	Правление Чингисхана
1209—1229 гг.	Альбигойские войны во Франции (католическая церковь против альбигойской ереси, катарские крестовые походы)
1211—1279 гг.	Завоевание монголами Китая
1212 г.	Битва у Лас-Навас-де-Толоса между испанскими и арабскими армиями — переломный момент в Реконкисте
1215 г.	Великая хартия вольностей в Англии. Король Иоанн Безземельный признает права баронов. Создание Папой Иннокентием III особого церковного суда католической церкви — инквизиции
1217—1221 гг.	Пятый крестовый поход
1219—1221 гг.	Завоевание монголами Средней Азии
1223 г.	Битва на реке Калке. Разгром русского войска монголами
1228—1229 гг.	Шестой крестовый поход, возвращение христианам Иерусалима, Назарета и Вифлеема
1231—1259 гг.	Шестой поход монголов в Корею
1236—1242 гг.	Западный поход монголов во главе с чингизидом Батыем и военачальником Субэдэем
1238—1492 гг.	Третий Гранадский эмират
1240 г.	Невская битва. Победа новгородцев под руководством князя Александра Ярославича над шведами. Взятие монголами Киева
1242 г.	Ледовое побоище на Чудском озере — победа русского войска Александра Невского над ливонскими рыцарями
1248—1254 гг.	Седьмой крестовый поход
1260—1277 гг.	Правление Бейбарса I — мамлюкского султана Египта и Сирии, успешно боровшегося против монгольских ильханов и европейских крестоносцев
1261 г.	Освобождение Константинополя от латинян, восстановление Византийской империи
1263—1265 гг.	Гражданская война в Англии между королем и баронами. Битва при Льюисе, при Ившеме. Создание парламента
1270 гг.	Восьмой крестовый поход

Дата	События
1270—1273 гг.	Восстание Самбельчхов в Корее против монголов и послушного им корейского короля
1271 г.	Официальное начало правления династии Юань в Северном Китае
1272—1295 гг.	Путешествие Марко Поло в Китай
1274 г., 1281 г.	Неудачные походы монгольского флота к берегам Японии. Корабли монгольско-корейско-китайского флота уничтожены тайфуном (божественным ветром — «камикадзе»)
1291 г.	Образование Конфедерации швейцарских кантонов (Швейцарский союз). Падение Аккры. Потеря крестоносцами последних владений на Востоке
1293 г.	Нашествие на Русь хана Тудана (Дюдения), разорение русских городов
1296—1314 гг.	Война Шотландии за независимость. Поражение шотландских войск в битве при Данбаре в 1296 г. Восстание Уильяма Уоллеса
1298—1308 гг.	Правление императора Германии Альбрехта I Австрийского
1299 г.	Основание Османского государства
1302 г.	Восстание во Фландрии против французской оккупационной армии («Брюггская заутреня», «Битва шпор» при Куртре). Изгнание французских войск из Фландрии
1302—1789 гг.	Генеральные штаты — высшее сословно-представительское учреждение во Франции
1305 г.	Арест и казнь лидера шотландской борьбы против Англии Уильяма Уоллеса
1306—1329 гг.	Правление Роберта I Брюса — короля Шотландии, основателя королевской династии Брюсов
1307—1314 гг.	Разгром ордена тамплиеров во Франции
1308—1313 гг.	Император Германии Генрих VII присоединяет Чехию к своим владениям
1309—1377 гг.	«Авиньонское пленение» католических пап
1311 г.	Битва при Алмиросе в Греции, которая положила конец существованию герцогства Афинского, созданного крестоносцами после четвертого крестового похода
1312 г.	Принятие Золотой Ордой ислама как государственной религии
1316—1341 гг.	Правление великого князя литовского Гедимина — основателя династии Гедиминовичей
1325 г.	Основание Теночтитлана — ацтекской столицы
1325—1340 гг.	Годы правления Ивана Калиты, князя московского, великого князя владимирского
1327—1336 гг.	Правление Джаявармана IX (Джаявармана Парамешвары), последнего короля Кхмерской империи

Дата	События
1328 г.	Нортгемптонский договор — мирный договор между Шотландией и Англией, завершивший первый период войны за независимость Шотландии
1331 г.	Окменская битва — разгром объединенным литовско-русско-татарским войском рыцарей-тевтонцев, приостановивший немецкую агрессию против Великого княжества Литовского
1336—1405 гг.	Годы жизни Тамерлана (Тимура) — основателя империи (столица — Самарканд) и династии тимуридов
1336—1573 гг.	Период Муромати в истории Японии
1337—1453 гг.	Столетняя война между Англией и Францией
1340 г.	Битва при Слейсе — первое крупное морское сражение в Столетней войне, победа в котором обеспечила англичанам и их союзникам полное превосходство на море
1341—1355 гг.	Гражданская война в Византии
1346 г.	Победа англичан над французами при Креси
1346—1351 гг.	«Черная смерть» («черный мор») — пандемия чумы, приведшая к гибели нескольких десятков миллионов человек. Население Европы сократилось на одну треть
1347 г.	Бахманидский султанат — первое мусульманское государство на юге Индии. Восстание Кола ди Риенцо. Провозглашение республики в Риме
1348—1352 гг.	Война Византии с Генуей
1351 г.	Восстание «красных повязок» в Китае
1353 г.	Король Фа Нгум основал государство Лансанг («страна миллиона слонов и белого зонта»), ныне — Лаос
1356 г.	Поражение французов от англичан в битве при Пуатье. Король Франции Иоанн II Добрый попал в плен. Золотая булла — законодательный акт Священной Римской империи, признававший полный суверенитет князей в их владениях и регламентировавший избрание германского короля (императора)
1358 г.	Крестьянское восстание «Жакерия» во Франции
1359—1389 гг.	Правление Дмитрия Донского — великого князя московского и владимирского
1368—1398 гг.	Правление китайского императора Чжу Юаньчжана — основателя династии Мин
1368—1644 гг.	Династия Мин в Китае
1375—1378 гг.	«Война восьми святых» — война между папским государством во главе с Папой Григорием XI и коалицией итальянских государств во главе с Флоренцией
1378 г.	В битве на реке Воже русское войско Дмитрия Донского разбивает золотоордынцев под командованием мурзы Бегича
1378—1417 гг.	«Великая схизма» (папский раскол) в католической церкви. Одновременное правление двух-трех пап

Дата	События
1380 г.	Куликовская битва, разгром татаро-монгольских войск Мамая князем Дмитрием Донским
1381 г.	Крестьянское восстание Уота Тайлера в Англии
1382 г.	Разграбление Москвы и Коломны ханом Тохтамышем
1385 г.	Кревская уния — соглашение о династическом союзе между Великим княжеством Литовским и Польшей. Битва при Савре между армиями османского султана и сербских князей. Поражение сербов, большинство местных сербских и албанских князей стали вассалами османов
1386—1405 гг.	Походы Тамерлана
1389 г.	Поражение Сербии (армия сербов, болгар, боснийцев и хорватов) на Косовом поле от Турции
1393—1396 гг.	Захват турками Болгарии
1394—1399 гг.	Походы английского короля Ричарда III в Шотландию, Ирландию
1397 г.	Кальмарская уния Дании, Швеции и Норвегии против Ганзы
1397—1487 гг.	Проведение реформ в Ацтекской империи императором Тлакаэлемем. Введение обычая «цветочных войн» и постоянных человеческих жертвоприношений
1399 г.	Поражение в битве на Ворскле объединенного войска Великого княжества Литовского во главе с князем Витовтом и его русских и немецких союзников от Золотой Орды под предводительством хана Тимур-Кутлуга и эмира Едигея
1402 г.	Ангорская битва между турецким войском султана Баязида I и армией амира Тимура. Разгром османов
1406 г.	Захват Северного Вьетнама китайскими войсками императора Чжу Ди
1409—1411 гг.	«Великая война» Королевства Польского и Великого княжества Литовского против Тевтонского ордена
1410 г.	Грюнвальдское сражение. Разгром тевтонцев объединенными силами Великого княжества Литовского и Королевства Польского
1415 г.	Битва при Азенкуре — поражение французов от англичан
1419 г.	Начало Великих географических открытий
1419—1434 гг.	Гуситские войны в Чехии
1420 г.	Договор в городе Труа между французами и англичанами в период Столетней войны, согласно которому Генрих V, король Англии, становился наследником Карла VI, короля Франции (фактическое присоединение Франции к Англии)
1428—1431 гг.	Осада Орлеана англичанами. Освобождение Орлеана Жанной д'Арк. Сожжение Жанны д'Арк в Руане
1431—1449 гг.	Базельский собор католической церкви
1434 г.	Приход к власти во Флоренции династии Медичи

Дата	События
1438—1445 гг.	Ферраро-Флорентийский собор, на котором рассматривались разногласия между Западной (римско-католической) и Восточными (православными) церквями. В результате унии Восточные церкви воссоединились с Латинской
1438—1552 гг.	Основание Казанского ханства
1448 г.	Избрание первого русского митрополита — Ионы Московского, начало существования автокефальной Русской православной церкви
1450 г.	Битва при Форминьи — решающая победа французов над англичанами в ходе Столетней войны. Уастеки покорены ацтекской армией под предводительством Монтесумы I
1451—1453 гг.	Потеря Англией всех владений на континенте, кроме Кале. Конец Столетней войны
1451—1481 гг.	Правление османского султана Мехмеда II Завоевателя
1452 г.	В Майнце Иоганн Гутенберг напечатал первую книгу — Библию
1453 г.	Взятие Константинополя турками, конец Византийской империи
1454—1466 гг.	Тринадцатилетняя война («Война городов») между Польским королевством и Тевтонским орденом за доминирование в Восточном Поморье. В результате войны Польша получила выход к Балтике
1455—1487 гг.	Война Алой и Белой розы — борьба за власть между сторонниками двух ветвей династии Плантагенетов — Ланкастеров и Йорков
1467—1603 гг.	Период Сэнгоку Дзидай в Японии — период децентрализации и гражданских войн
1469 г.	Брак Изабеллы Кастильской и Фердинанда Арагонского и объединение их королевств — создание единого испанского государства
1471 г.	Окончательная победа Йорков (Эдуард IV) над Ланкастерами в битве у Тексбери. Убийство в Тауэре Генриха VI
1474—1477 гг.	Бургундские войны между Бургундским герцогством и французо-швейцарским союзом. Гибель Карла Смелого, раздел Бургундии между королем Франции и династией Габсбургов
1475 г.	Захват турками Крыма и подчинение Крымского ханства
1478 г.	Иван III подчиняет Новгородскую землю Московскому княжеству
1479—1517 (1543) гг.	Правление Бату-Мункэ Даяна — великого хана Монгольской империи из династии Юань
1480 г.	Конец татаро-монгольского ига (стояние на реке Угре армий Ахмед-хана и Ивана III)
1483—1530 гг.	Годы жизни основателя государства Великих Моголов в Индии Захир-ад-дина Мухаммеда Бабура
1485 г.	Окончание Войны Алой и Белой розы (битва при Босворте). Претендент на английский престол Генрих Тюдор победил короля Ричарда III. Установление династии Тюдоров в Англии

Дата	События
1485—1509 гг.	Правление короля Англии Генриха VII, основателя династии Тюдоров
1487—1494 гг.	Русско-литовская война («Странная война») между Великим княжеством Московским и Великим княжеством Литовским
1489 г.	Переход Кипра под власть Венеции (вдова последнего кипрского короля, венецианка Катерина Корнаро уступила республике остров Кипр)
1492 г.	Разгром Гранадского эмирата. Завершение Реконкисты. Изгнание евреев из Испании (Альгамбрский декрет). Открытие Америки Колумбом. Колумб достигает острова Сан-Сальвадор
1494 г.	Тордесильянский договор — соглашение между Испанией и Португалией о разделе сфер влияния в мире
1494—1498 гг.	Правление Джироламо Савонаролы — доминиканского священника, бывшего монаха, фанатичного диктатора Флоренции
1494—1559 гг.	Итальянские войны между Францией и Испанией
1496 г.	Династический брак между Филиппом Красивым и Хуаной Безумной, королевой Кастилии и Арагона. Объединение владений испанских и германских Габсбургов
1497 г.	Создание свода законов Русского государства — Судебника Ивана III
1497—1498 гг.	Открытие экспедицией Васко да Гамы морского пути в Индию вокруг Африки
1499 г.	Швабская война. Швейцарская конфедерация фактически получила независимость от Священной Римской империи (Базельский договор)
1500 г.	Португальская экспедиция Педро Алвареша Кабрала, открывшая Бразилию
1500—1503 гг.	Война Московского государства с Великим княжеством Литовским
1501—1736 гг.	Государство Сефевидов, включавшее Иран, Азербайджан, часть Афганистана, Армении, Ирака
1502 г.	Разгром Крымским ханством Большой Орды
1505 г.	Радомская конституция в Польше, ограничивающая власть короля в пользу шляхты
1512—1520 гг.	Правление османского султана Селима I Прозного
1512—1522 гг.	Русско-литовская война
1516—1517 гг.	Захват войсками турецкого султана Сулеймана I территорий Сирии, Палестины и Египта
1517 г.	Начало Реформации в Германии. Профессор философии и теологии университета Виттенберга Мартин Лютер обнародовал текст «95 тезисов»
1519—1521 гг.	Захват Мексики и уничтожение государства ацтеков испанскими конкистадорами во главе с Фернандо Кортесом

Дата	События
1519—1522 гг.	Первое кругосветное плавание под руководством Ф. Магеллана и В. Элькино
1520—1566 гг.	Правление османского султана Сулеймана I Великолепного. Период расцвета Османской империи
1521—1559 гг.	Итальянская война — борьба Франции и коалиции Испании и Священной Римской империи за Италию
1524—1525 гг.	Великая крестьянская война в Германии
1526 г.	Мохачская битва. Победа войск Османской империи над венгерско-чешско-хорватскими войсками
1526—1858 гг.	Империя Великих Моголов (территории современных Индии, Пакистана и Южного Афганистана)
1529 г.	Безуспешная осада Вены войсками Османской империи под командованием Сулеймана I
1533 г.	Уничтожение испанским конкистадором Франсиско Писарро империи инков и убийство ее правителя Атауальпы
1533—1584 гг.	Правление Ивана Грозного — князя московского, первого царя всея Руси
1534 г.	Основание «Общества Иисуса» (ордена иезуитов) испанским дворянином Игнатием Лойолой. Акт о верховенстве короля над церковью в Англии («Акт о супрематии»). Начало английской Реформации
1540—1547 гг.	Австро-турецкая война
1544 г.	Крепийский мирный договор между Францией и Испанией, завершивший четвертую итальянскую войну
1545—1563 гг.	Триденский Вселенский собор католической церкви в Тренто
1546—1547 гг.	Шмалькальденская война — первый крупный военный конфликт между католиками и протестантами (император Карл V и протестанты Шмалькальденского союза)
1547 г.	Принятие великим князем московским Иваном IV Грозным царского титула
1549 г.	I Земский собор («Собор примирения») — собрание представителей различных слоев населения Московского государства для обсуждения политических, экономических и административных вопросов
1552 г.	Разгром и присоединение к Московскому царству Казанского ханства
1555 г.	Аутсбургский религиозный мир (Германия). Лютеранство признано официальной религией, установлено право имперских сословий на выбор вероисповедания
1556 г.	Отречение короля Испании Карла V от престола и уход в монастырь. Раздел империи между его сыном Филиппом II, королем Испании, и братом Фердинандом, королем Священной Римской империи. Великое китайское землетрясение (в Шэньси), в результате которого погибло более 830 тыс. человек

Дата	События
1558—1583 гг.	Ливонская война между Московским царством и Ливонской конфедерацией, Великим княжеством Литовским, Швецией за владения в Прибалтике, закончившаяся поражением русских
1558—1603 гг.	Правление английской и ирландской королевы Елизаветы I («золотой век Англии»)
1559 г.	Като-Камбрезийский мирный договор, завершивший Италяньские войны между Испанией, Францией и Англией. Передача англичанами города Кале Франции
1559—1598 гг.	Религиозные (гугенотские) войны во Франции
1562—1795 гг.	Ликвидация Ливонского ордена. Образование Курляндского герцогства
1562 г.	Начало английской работорговли в Америке (плимутский купец Джон Хокинс продал первую партию африканских рабов в Америке)
1563—1570 гг.	Северная семилетняя война (датско-шведская война)
1565 г.	Битва при Таликоте между армиями Виджаянагарской империи и коалиции индийских княжеств. Поражение Виджаянагара и его распад
1565—1572 гг.	Политика опричнины в Московском царстве
1566—1609 гг.	Буржуазная революция в Нидерландах, борьба против испанского владычества
1569 г.	Люблинская уния — соглашение об объединении Королевства Польского и Великого княжества Литовского в федеративное государство — Речь Посполитую
1571 г.	Создание Священной лиги (Венеция, Испания, Папа Римский, Генуя, Савойя, Мальта, Тоскана и Парма) против османов. Победа Священной лиги в морском сражении при Лепанто Крымский хан Давлен Гирей захватил и сжег Москву
1572 г.	Варфоломеевская ночь в Париже
1578—1590 гг.	Война Османской империи с Ираном
1579 г.	Утрехтская уния — военно-политическое объединение северных провинций Нидерландов против испанского владычества
1580—1581 гг.	Присоединение Португалии к Испании
1582 г.	Реформа летоисчисления Папы Григория XIII — введение григорианского календаря
1587—1604 гг.	Англо-испанская война
1588 г.	Гибель испанской «Непобедимой армады» у берегов Англии и Ирландии
1590—1595 гг.	Русско-шведская война
1592 — ок. 1601 гг.	Японско-корейская война (Имджинская война)
1589—1610 гг.	Правление короля Франции Генриха IV Бурбона — основателя династии Бурбонов
1596 г.	Брестская уния между православной и католической церквями. Образование греко-католической (униатской) церкви

Дата	События
1598 г.	Нантский эдикт — закон, даровавший французским протестантам-гугенотам вероисповедные права. Поражение хана Кучума в Ирменском сражении от русских войск. Завершение присоединения Сибири к Московскому царству
1600—1611 гг.	Польско-шведская война
1603—1868 гг.	Сегунат Токугава. Завершение объединения Японии
1604—1613 гг.	«Смутное время» в России
1606—1607 гг.	Восстание в России под руководством Ивана Болотникова
1609 г.	Признание Испанией Республики Соединенных Провинций
1613—1917 гг.	Избрание Михаила Федоровича Романова на царствование. Правление династии Романовых в России
1618—1648 гг.	Тридцатилетняя война против гегемонии Габсбургов в Европе
1620 г.	Начало английской колонизации Америки
1621 г.	Хотинская битва — сражение между вооруженными силами Речи Посполитой (гетман Ходкевич), запорожскими казаками (гетман Сагайдачный) и войском турецкого султана Османа II. Поражение турок. Отказ Турции от планов по завоеванию Европы
1624—1642 гг.	Правление «главного министра короля» — кардинала Ришелье
1636 г.	Создание маньчжурского государства Цинь
1640 г.	Созыв Долгого парламента в Вестминстере. Начало Английской буржуазной революции

## Новое время

### КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЯ НОВОГО ВРЕМЕНИ

Дата	События
1640 г.	Созыв Долгого парламента в Вестминстере. Начало Английской буржуазной революции. Возвращение Португалией независимости от Испании
1642—1646 гг.	Первая гражданская война в Англии. Два лагеря: кавалеры (роялисты) и сторонники парламента («круглоголовые»). Укрепление позиций главы «круглоголовых» Оливера Кромвеля
1642—1661 гг.	Правление первого министра короля Франции — кардинала Джулио Мазарини
1648 г.	Вторая гражданская война в Англии. «Прайдова чистка» парламента. Битва при Престоне. Завершение Тридцатилетней войны. Вестфальский мир. Соляной бунт в Москве
1648—1652 гг.	Антиправительственные выступления (Фронда) во Франции
1648—1654 гг.	Восстание Богдана Хмельницкого — национально-освободительная война украинского народа против польского господства

Дата	События
1649 г.	Казнь короля Карла I и установление в Англии независимой республики. Поход Кромвеля в Ирландию
1649—1653 гг.	Республика в Англии
1652—1654 гг.	Англо-голландская война
1653—1658 гг.	Протекторат Оливера Кромвеля в Англии
1653 г. — 1660-е гг.	Церковная реформа патриарха Никона. Церковный раскол в России
1654 г.	Вестминстерский мир Англии и Голландии. Завершение англо-голландских войн. Переяславская рада
1654—1667 гг.	Русско-польская война
1655—1659 гг.	Англо-франко-испанская война. Пиренейский мир
1656—1658 гг.	Русско-шведская война
1657—1687 гг.	Руина — гражданская война в Украине
1660 г.	Реставрация Стюартов в Англии
1660—1685 гг.	Правление Карла II, короля Англии
1661 г.	Кардисский мирный договор между Россией и Швецией, окончательно завершивший русско-шведскую войну
1661—1715 гг.	Расцвет абсолютизма во Франции при Людовике XIV
1662 г.	Окончательный разгром династии Мин в Китае, начало правления династии Цин
1667 г.	Завершение Второй англо-голландской войны. Мир под Бредой
1667—1668 гг.	Деволуционная война Франции против Испании, Голландии, Швеции и Англии. Образование Тройственного союза. Аахенский мир
1670—1671 гг.	Крестьянская война под предводительством Степана Разина
1672—1676 гг.	Польско-турецкая война за Правобережную Украину. Победа польского короля Яна Собеского. Журавенский мирный договор
1672—1678 гг.	Франко-голландская война. Нимвегенские мирные договоры
1683 г.	Венская битва. Завершение османских завоеваний в Европе
1686 г.	Создание Аугсбургской лиги (союз между Священной Римской империей, Испанией, Швецией, Баварией) против Франции
1687 г.	Присоединение султаната Голконды к империи Моголов
1688—1689 гг.	Свержение английского короля Якова II Стюарта («Славная революция»). Установление конституционной монархии, принятие «Билля о правах английских граждан». Возведение на трон Вильгельма III Оранского и его жены Марии Стюарт. Присоединение Англии к Аугсбургской лиге — «Великий альянс»
1689—1725 гг.	Правление в России царя Петра I
1695—1696 гг.	Азовские походы русских войск против Османской империи. Взятие города Азов

Дата	События
1697 г.	Завершение девятилетней войны Франции против «Великого альянса». Рейсвейкский мирный договор
1700—1721 гг.	Северная война Саксонии, Дании, России, Польши (с 1704 г.) против Швеции
1701 г.	Великий монреальский мир, завершивший Бобровые войны в Америке между ирокезами (союзниками англичан) и французами в союзе с гурунами и алгонкинами
1701—1714 гг.	Война за «испанское наследство». Утрехтское и Раштаттское соглашения
1706—1707 гг.	«Акт об унии» между Англией и Шотландией. Образование Великобритании
1709 гг.	Полтавская битва — переломный момент Северной войны. Русская армия под командованием Петра I разгромила шведскую армию короля Карла XII
1720 гг.	Занятие китайскими войсками Лхасы. Подчинение Тибета
1721 гг.	Завершение Северной войны. Ништадтский мирный договор между Россией и Швецией. Провозглашение Петра I императором
1724 г.	Возникновение независимого княжества Хайдебад
1726—1727 гг.	Война Ирана с Турцией
1727—1728 гг.	Буринский трактат и Кяхтинский договор — русско-китайские договоры о границах
1735—1739 гг.	Война России против Турции
1738—1739 гг.	Разгром Надир-шахом (Иран) армии Империи Великих Моголов. Захват и разграбление Дели
1740—1748 гг.	Война за Австрийское наследство (Франция, Испания, Бавария, Саксония, Пруссия, Пьемонт против Австрии). Аахенский мирный договор
1741—1743 гг.	Русско-шведская война. Абоский мирный трактат
1747 г.	Распад Ирана после смерти Надир-шаха. Образование Афганского государства, Бухарского эмирата
1755—1757 гг.	Падение Джунгарского ханства
1756—1763 гг.	Семилетняя война. Парижский и Губертусбургский мирные договоры
1757 г.	Поражение австрийцев под командованием принца Карла Александра Лотарингского в битве при Лейтене от прусской армии во главе с Фридрихом II
1762 г.	Государственный переворот в России: Екатерина II свергает своего мужа — императора Петра III
1764 г.	Упразднение гетманства в Малороссии
1768 г.	Колеевщина — крестьянско-казацкое восстание на Правобережной Украине против гнета Польши

Дата	События
1768—1774 гг.	Русско-турецкая война. Кючук-Кайнарджийский мир
1769 г.	Вторжение китайцев в Бирму. Установление вассальной зависимости Бирмы от Китая
1770 г.	Победа русского флота над турецким в морском сражении в Чесменской бухте
1772 г.	Петербургский договор. Первый раздел Польши между Прусским королевством, Российской империей и Австрийской монархией
1773—1775 гг.	Крестьянская война под предводительством Емельяна Пугачева
1775 г.	Указом императрицы Екатерины II ликвидирована Запорожская Сечь
1775—1783 гг.	Война за независимость США против Англии
1776 г.	Второй Континентальный конгресс в Филадельфии. Принятие Декларации независимости
1780—1781 гг.	Восстание индейцев под руководством Тупака-Амару II (Хосе Габриэля Кондорканки Ногера) против испанского владычества в Перу. Поражение индейцев
1783 г.	Версальский мирный договор Англии с Францией, Испанией и США. Признание Англией независимости США. Аннексия Российской империей Крымского ханства. Георгиевский трактат, устанавливающий российский протекторат над Восточной Грузией
1787—1792 гг.	Война России против Турции. Ясский мирный договор
1789 г.	Принятие в США 10 поправок к конституции — «Билля о правах». Избрание первого президента США Джорджа Вашингтона
1789—1799 гг.	Великая французская революция. Открытие Генеральных штатов, провозглашение Национального собрания, Учредительное собрание. Взятие Бастилии. Принятие Декларации прав человека и гражданина и конституции
1790 г.	Штурм и взятие крепости Измаил русскими войсками под командованием А. Суворова
1790—1792 гг.	Англо-майсурская война за контроль над Южной Индией
1791 г.	Пильницкая декларация — соглашение между Австрией и Пруссией о совместной борьбе против Франции
1792—1793 гг.	Ликвидация монархии во Франции. Арест и казнь Людовика XVI
1793 г.	Второй раздел Польши — между Россией, Пруссией и Австрией
1793—1794 гг.	Приход к власти якобинцев (якобинская диктатура). Термидорианский переворот
1794 г.	Польское восстание Тадеуша Костюшко
1795 г.	Третий раздел Польши между Пруссией, Австрией, Россией. Ликвидация Речи Посполитой. Крцанисская битва — сражение между армиями Картли-Кахетинского царства и Персии. Захват и разграбление Тбилиси
1796—1797 гг.	Итальянский поход французской армии во главе с Наполеоном

Дата	События
1798—1799 гг.	Египетский поход Наполеона. Итальянский поход Суворова. Переход через Альпы
1798—1802 гг.	Вторая антифранцузская коалиция (Англия, Неаполь, Австрия, Россия и Турция)
1799 г.	Государственный переворот во Франции, Наполеон Бонапарт становится временным консулом
1801 г.	Дворцовый переворот в России. Убийство императора Павла I, восшествие на престол Александра I
1804 г.	Решением французского сената Наполеон Бонапарт провозглашается наследственным императором Франции. Присоединение к России Гянджинского ханства (Азербайджан)
1805 г.	Война третьей коалиции (руско-австро-французская война). Трафальгарское сражение, в котором флот Великобритании уничтожил объединенный франко-испанский флот Наполеона. Создание Наполеоном Королевства Италия в Северной Италии. Битва под Аустерлицем («битва трех императоров») между Россией, Австрией и Францией. Распад Третьей антифранцузской коалиции
1806 г.	Рейнский союз части немецких княжеств. Ликвидация Священной Римской империи. Введение Францией континентальной блокады Англии. Тильзитский мирный договор между Россией и Францией
1806—1812 гг.	Русско-турецкая война
1808—1809 гг.	Последняя русско-шведская война. Победа России и вхождение в ее состав Великого княжества Финляндского
1809 г.	Война Пятой антинаполеоновской коалиции
1809—1825 гг.	Боливийская война за независимость — восстание против господства Испании
1810—1824 гг.	Антииспанские восстания в Южной Америке. Создание независимых государств — Аргентины, Чили, Колумбии, Мексики
1812 гг.	Вторжение Наполеона в Россию. Отечественная война 1812 г. Бородинское сражение. Захват Москвы. Отступление войск Наполеона. Сражение на реке Березина
1812—1815 гг.	Англо-американская война. Гентский договор
1813 г.	«Битва народов» под Лейпцигом, поражение Франции
1814—1815 гг.	Взятие войсками антинаполеоновской коалиции Парижа. Реставрация монархии во Франции. Венский международный конгресс. Парижский мирный договор
1815 г.	«Сто дней» — захват власти Наполеоном. Поражение армии Бонапарта при Ватерлоо. Создание Священного союза (Россия, Пруссия и Австрия) для поддержания установленного на Венском конгрессе (1815 г.) международного порядка
1815—1830 гг.	Вторая реставрация монархии во Франции

Дата	События
1822 г.	Бразилия провозгласила независимость от Португалии. Провозглашение Бразильской империи
1823 г.	«Доктрина Монро» (провозглашение США обоих американских континентов зоной, закрытой для европейской колонизации)
1823—1826 гг.	Первая англо-бирманская война Англо-ашантийская война (борьба Конфедерации ашанти против английских войск на территории современной Ганы)
1825 г.	Восстание декабристов — попытка государственного переворота в России с целью либерализации российского общественно-политического строя и недопущения вступления на трон Николая I
1826—1828 гг.	Русско-персидская война за господство в Закавказье и Прикаспии. Туркманчайский мирный договор
1828—1829 гг.	Русско-турецкая война. Поражение Турции. Адрианопольский мирный договор
1830 г.	Июльская революция во Франции
1830—1831 гг.	Национально-освободительное восстание в Польше против власти Российской империи
1833—1839 гг.	Первая карлистская война — гражданская война в Испании
1834—1843 гг.	Испанская революция
1840—1842 гг.	Первая опиумная война (война Великобритании против китайской империи Цин). Захват Англией Гонконга. Нанкинский договор
1846—1848 гг.	Мексикано-американская война за территории. Договор Гуадалупе-Идальго
1848 г.	Февральская революция во Франции. Падение Июльской монархии. Установление Второй Республики
1848—1849 гг.	Буржуазно-демократическая революции в Германском союзе, Австрии, Венгрии
1848—1852 гг.	Вторая Республика во Франции
1849 г.	Завершение английской колонизации Индии
1850—1864 гг.	Крестьянское восстание тайпинов против маньчжурской империи Цин и иностранных колонизаторов
1852—1870 гг.	Вторая Империя во Франции
1853—1856 гг.	Крымская война Российской империи против коалиции в составе Британии, Франции, Османской империи и Сардинского королевства. Поражение России. Парижский мирный договор
1856—1860 гг.	Вторая опиумная война (Великобритания и Франция против Цинской империи). Поражение Цинской империи. Пекинский договор
1857—1859 гг.	Сипайское восстание (мятеж индийских солдат против колониаторской политики англичан)
1858 г.	Айгунский договор между Россией и Китаем о границе, торговле
1859 г.	Вторая война за независимость Италии (Франция и Сардиния против Австрийской империи)

Дата	События
1860 г.	Объединение Итальянского королевства
1861 г.	Отмена крепостного права в России
1861—1865 гг.	Гражданская война в США (война между штатами Севера и 11 рабовладельческими штатами Юга)
1864 г.	Основание Первого Интернационала — международного объединения социалистических рабочих партий
1866—1868 гг.	Русско-бухарская война
1867 г.	Реставрация императорской власти в Японии, падение сегуната
1870 г.	Сентябрьская революция в Париже. Свержение Наполеона III. Падение Второй империи
1870—1871 гг.	Франко-прусская война
1870—1940 гг.	Третья Республика во Франции
1871 г.	Создание Германской империи. Парижская коммуна
1873 г.	Хивинское ханство признало себя вассалом России. Гендеманский мирный договор
1874 г.	Вьетнам признал за Францией право собственности на всю территорию Южного Вьетнама
1877 г.	Сацумское восстание самураев во главе с Сайго Такамоори против реформ Мэйдзи
1877—1878 гг.	Русско-турецкая война. Сан-Стефанский мирный договор
1881 г.	Убийство народовольцами русского царя Александра II. Восстание Махди в Судане против турок и англичан
1882 г.	Англо-египетская война. Поражение Египта. Создание Тройственного союза (Австро-Венгрия, Италия, Германия)
1884—1885 гг.	Берлинская конференция (обсуждение раздела Африки между европейскими державами) привела к активной колонизации Африки
1889 г.	Основание Второго Интернационала
1894 г.	Создание Международного олимпийского комитета. Возобновление Олимпийских игр
1894—1895 гг.	Японо-китайская война. Поражение Цинской империи. Симоносекский договор
1895—1896 гг.	Первая Абиссинская война (итало-эфиопская война). Поражение итальянской армии. Аддис-Абебский мирный договор
1896 г.	Коронация русского царя Николая II. Ходынская трагедия
1898 г.	Испано-американская война
1899—1901 гг.	Ихэтуаньское восстание («Боксерское восстание») в Китае. Заключительный протокол
1899—1902 гг.	Англо-бурская война, закончившаяся победой Британской империи (Великобритания против бурских республик — Южно-Африканской республики и Оранжевого Свободного государства)
1904 г.	Создание Антанты — военного союза Франции и Англии

Дата	События
1904—1905 гг.	Русско-японская война. Поражение России. Портсмутский мир
1905—1907 гг.	Революция в Российской империи. «Кровавое воскресенье»
1906 г.	Первая Государственная дума Российской империи
1907 г.	Присоединение России к Антанте
1908—1909 гг.	Боснийский кризис
1908—1946 гг.	Третье Болгарское царство
1910 г.	Корея перешла под управление Японии
1910—1926 гг.	Первая Португальская республика
1911—1912 гг.	Итало-турецкая война («Ливийская война»). Лозаннский договор
1911—1912 гг.	Уханьское восстание. Свержение династии Цин. Провозглашение независимости Внешней Монголии. Провозглашение Китайской республики
1912—1913 гг.	Первая Балканская война Балканского союза (Болгария, Греция, Сербия, Черногория) против Османской империи. Лондонский мирный договор
1913 г.	Вторая Балканская война — раздел Македонии между Болгарией с одной стороны и Черногорией, Сербией, Грецией — с другой
1914—1918 гг.	Первая мировая война. Антанта против блока Центральных держав. Убийство эрцгерцога Фердинанда в Сараево. Битвы на Марне, у Ипра, на Сомме, под Верденом, Брусиловский прорыв. Ютландское морское сражение
1915 г.	Вступление в войну Италии на стороне Антанты
1917 г.	Февральская революция в России. Отречение от престола Николая II. Учредительное собрание. Провозглашение в России республики. Октябрьская революция в России. II Всероссийский съезд Советов рабочих и солдатских депутатов. Украинская центральная рада. III Универсал Центральной рады о провозглашении Украинской Народной Республики в составе Российского государства. Вступление США в Первую мировую войну на стороне Антанты
1917—1923 гг.	Гражданская война в России и иностранная военная интервенция. Образование независимых государств на территории России и Восточной Европы
1918 г.	Брестский мир между Германией и Советской Россией
1918—1919 гг.	Революция в Германии и создание Веймарской республики
1919—1920 гг.	Парижская мирная конференция. Версальский мирный договор между Германией и Антантой. Мирные договоры между Германией (Версальский), Австрией (Сен-Жерменский), Болгарией (Нейский), Венгрией (Трианонский), Турцией (Севрский) и странами Антанты
1919—1946 гг.	Лига наций

Дата	События
1922 г.	Генуэзская конференция. Рапальский договор (между РСФСР и Германией) — окончание международной дипломатической изоляции РСФСР. Великобритания отменила протекторат над Египтом, признав его независимым государством. I Всесоюзный съезд Советов. Образование СССР. Приход к власти в Италии фашистской партии во главе с Бенито Муссолини
1923 г.	Провозглашение Турецкой республики. Правительство во главе с Мустафой Кемалем Ататюрком и его реформы. Гамбургское восстание в Германии. Краковское восстание в Польше. Фашистский «пивной путч» в Мюнхене во главе с генералом Эрихом Людендорфом и Адольфом Гитлером
1924 г.	Создание Монгольской Народной Республики
1925 г.	В Женеве 37 государствами подписан Протокол о запрещении применения на войне ядовитых, удушливых и других подобных газов и биосредств
1927—1928 гг.	Гоминьдановский переворот в Китае. Шанхайская резня. Приход к власти Чан Кайши
1928 г.	15 государств подписали Парижский пакт (Пакт Бриана — Келлога) — договор об отказе от войны в качестве орудия национальной политики
1929 г.	Советско-китайский вооруженный конфликт. Хабаровский протокол
1929—1939 гг.	Мировой экономический кризис («Великая депрессия»). «Черный четверг»
1930 г.	Движение гражданского неповиновения в Индии. «Соляной поход» во главе с Махатмой Ганди
1931 г.	Свержение испанской монархии. Установление Второй республики
1931—1932 гг.	Мукденский инцидент. Захват Японией северо-восточных территорий Китая (Маньчжурии). Провозглашение государства Маньчжоу-Го во главе с императором Пу-И
1932—1933 гг.	Массовый голод в СССР: на территории Украины, Белоруссии, Северного Кавказа, Поволжья, Южного Урала, Западной Сибири, Казахстана
1932—1935 гг.	Женевская конференция 63 стран по вопросам разоружения
1933—1934 гг.	Приход к власти в Германии Адольфа Гитлера. Поджог рейхстага. НСДАП объявлена единственной партией в Германии
1934 г.	СССР вступил в Лигу наций
1935—1936 гг.	Вторая итало-эфиопская война. Италия аннексировала Эфиопию. Итальянская Восточная Африка

Дата	События
1936 г.	Антикоминтерновский пакт — международный договор между Германией и Японией для борьбы с мировым коммунистическим движением
1936—1939 гг.	Военный мятеж под руководством Ф. Франко. Гражданская война в Испании
1937 г.	Присоединение к Антикоминтерновскому пакту Италии
1937—1945 гг.	Японо-китайская война
1938 г.	Военный конфликт между СССР и Японией. Аншлюс (аннексия) Австрии Германией. Мюнхенское соглашение между Великобританией, Францией, Германией и Италией о передаче Чехословакией Германии Судетской области. «Хрустальная ночь» — массовые еврейские погромы в Германии
1939 г.	Италия оккупировала Албанию. Вооруженный конфликт у реки Халхин-Гол (Монголия) между СССР и Японией. «Сталинский пакт» (германо-итальянский договор о союзе и дружбе). Пакт Молотова — Риббентропа (Договор о ненападении между Германией и Советским Союзом) о разделе сфер влияния. Нападение нацистской Германии на Польшу. Начало Второй мировой войны. Раздел территории Польши между Германией и СССР. Присоединение Западной Украины и Западной Белоруссии к СССР
1939—1940 гг.	Советско-финская война. Исключение СССР из Лиги наций
1939—1945 гг.	Вторая мировая война. Антигитлеровская коалиция против стран нацистского блока
1940 г.	Присоединение стран Прибалтики (Литва, Латвия, Эстония), Бессарабии к СССР
1940—1941 гг.	Оккупация Германией Дании, Норвегии, Франции, Греции, Крита, Югославии
1941 г.	Пакт о нейтралитете между СССР и Японией. Нападение Германии на СССР 22 июня (план «Барбаросса»). Смоленское сражение, блокада Ленинграда, битва за Киев, Одессу, оборона Севастополя, битва за Москву. «Атлантическая хартия» между США и Великобританией. Британские и советские войска оккупируют Иран
07.12.1941 г.	Японская авиация нанесла удар по Перл-Харбору — главной военно-морской базе США на Тихом океане. США вступили в войну с Японией и Германией
08.05.1942 г.	Сражение в Коралловом море между войсками Японии и союзными войсками США и Австралии (первое столкновение авианесущих группировок)
1942 г.	Сражение у атолла Мидуэй 4 июня. Потеря Японией инициативы на Тихом океане
Июль 1942 — январь 1943 гг.	Сталинградская операция. Начало коренного перелома во Второй мировой войне в пользу антигитлеровской коалиции

Дата	События
Октябрь-ноябрь 1942 г.	Битва при Эль-Аламейне. Разгром британскими войсками североафриканской итало-германской группировки генерала Роммеля. Перелом в сражениях за Африку
Июль 1943 г.	Курская операция
Июль-сентябрь 1943 г.	Отстранение Муссолини от власти. Роспуск фашистской партии. Выход Италии из войны. Высадка англо-американских войск в Италии. Оккупация Италии немцами
28.11.—01.12.1943 г.	Тегеранская конференция руководителей трех союзных государств — СССР, Великобритании, США
1944 г.	Сражение при Монте-Кассино, операция англо-американских войск в Италии против немецкой армии
06.06—31.08.1944 г.	Высадка союзников в Нормандии и открытие второго фронта (операция «Оверлорд»)
04.02—11.02.1945 г.	Ялтинская конференция союзных держав по вопросам послевоенного устройства мира
16.04—08.05.1945 г.	Взятие Берлина. Капитуляция Германии
25.04—26.06.1945 г.	Сан-францисская конференция. Создание ООН
17.07—02.08.1945 г.	Потсдамская конференция трех государств антигитлеровской коалиции (СССР, США, Великобритания)
06.08, 09.08. 1945 г.	Атомная бомбардировка Хиросимы и Нагасаки
09.08.1945 г.	СССР объявил войну Японии
02.09.1945 г.	Капитуляция Японии. Завершение Второй мировой войны. Создание Демократической Республики Вьетнам
20.11.1945—01.10.1946 гг.	Нюрнбергский процесс — международный суд над бывшими руководителями гитлеровской Германии
1945—1954 гг.	Индокитайская война, закончившаяся разделением Вьетнама на два независимых государства: Демократическая Республика Вьетнам (столица — Ханой) и Республика Вьетнам (столица — Сайгон)
05.03.1946 г.	Речь У. Черчилля в Фултоне (США). Начало «холодной войны»
1946 г.	Провозглашение республики в Италии. Парижская мирная конференция по итогам Второй мировой войны
1947 г.	План Маршалла (государственного секретаря США) по послевоенному восстановлению Европы. Раздел территории Британской Индии на Индийский союз и Доминион Пакистан и предоставление им независимости
29.11.1947 г.	ООН приняла план раздела Палестины на два государства — арабское и еврейское
1947—1949 гг.	Арабо-израильская война
30.01.1948 г.	Убийство в Дели М. Ганди

Дата	События
14.05.1948 г.	Провозглашено образование государства Израиль
1948 г.	Провозглашение Республики Корея (юг Корейского полуострова) и Корейской Народной Демократической Республики (север)
1948—1949 гг.	Первый Берлинский кризис. Создание анклава Западный Берлин, Федеративной Республики Германия и Германской Демократической Республики
1949 г.	Создан Совет Европы. Подписаны четыре женеvские конвенции о защите жертв войны. Создание Организации Североатлантического договора — НАТО (США, Канада, Исландия, Великобритания, Франция, Бельгия, Нидерланды, Люксембург, Норвегия, Дания, Италия и Португалия)
01.10.1949 г.	Создана Китайская Народная Республика (столица — Пекин). Председатель правительства — Мао Цзэдун
1950—1953 гг.	Корейская война — конфликт между Северной Кореей и Южной Кореей
1951 г.	Создание АНЗЮС («Тихоокеанский пакт безопасности») — военного блока США, Австралии и Новой Зеландии. Сан-францисский договор — урегулирование отношений с Японией
1952 г.	Революция в Египте, свержение монархии
05.03.1953 г.	Смерть Иосифа Сталина
1955 г.	Создание военного блока СЕНТО (Багдадский пакт): Великобритания, Турция, Иран, Ирак, Пакистан. Создание Организации Варшавского договора — военно-политического блока СССР, Албании, Болгарии, Венгрии, ГДР, Польши, Румынии, Чехословакии
1956 г.	XX съезд КПСС. Доклад Н. Хрущева о разоблачении культа личности Сталина. Венгерское восстание
1956—1957 гг.	Суэцкий кризис (Вторая арабо-израильская война) — международный конфликт, связанный с определением статуса Суэцкого канала. Великобритания, Франция и Израиль против Египта
1957 г.	Создано Европейское экономическое сообщество (впоследствии — Европейское сообщество)
1958 г.	Июльская революция в Ираке. Установление республики
1959 г.	Кубинская революция во главе с Фиделем Кастро. Подписан Договор об Антарктике, предусматривающий демилитаризацию района Антарктиды, использование его в исключительно мирных целях и превращение в зону, свободную от ядерного оружия
1960 г.	«Год Африки» — получили независимость 17 африканских стран
12.04.1961 г.	Полет Юрия Гагарина в космос на космическом корабле «Восток»
Октябрь 1962 г.	Карибский кризис (противостояние между США и СССР из-за советских ядерных ракет, размещенных на Кубе)

Дата	События
1963 г.	В Москве между СССР, США и Великобританией подписан Договор о запрещении испытаний ядерного оружия в атмосфере, космическом пространстве и под водой
22.11.1963 г.	В Далласе убит 35-й президент США Джон Кеннеди
1965—1973 гг.	«Тонкинский инцидент». Вступление США в войну во Вьетнаме на стороне Южного Вьетнама
1966—1976 гг.	Политика «культурной революции» в Китае
Июнь 1967 г.	Шестидневная война между Израилем с одной стороны и Египтом, Сирией, Иорданией, Ираком, Алжиром — с другой
1967—1974 гг.	Военный переворот полковника Георгиоса Пападопулоса в Греции, установление режима «черных полковников»
1968 г.	Договор о нераспространении ядерного оружия — подписан 40 странами, в том числе СССР, США, Великобританией
Май 1968 г.	Социальный кризис во Франции, вылившийся в массовые беспорядки и всеобщую забастовку. Отставка президента Шарля де Голля
05.01 — 20.08.1968 г.	«Пражская весна» в Чехословакии, закончившаяся вводом в страну войск Организации Варшавского договора
1969 г.	Советско-китайский пограничный конфликт на острове Даманский. Переворот Муаммара Каддафи в Ливии. Провозглашение Ливийской Арабской Республики
1970 г.	Изгнание из Иордании Организации освобождения Палестины — «черный сентябрь»
1971—1975 гг.	АНЗЮК — военно-политический союз Австралии, Новой Зеландии и Великобритании
1972—1974 гг.	Уотергейтский скандал в США. Отставка президента страны Ричарда Никсона
1973 г.	Парижская конференция. Окончание войны во Вьетнаме. Государственный переворот в Чили. Свержение Сальвадора Альенде. Установление диктатуры Августо Пиночета
Октябрь 1973 г.	Четвертая арабо-израильская война («война Судного дня») — военный конфликт между Израилем с одной стороны, а Египтом и Сирией — с другой
1974 г.	В Португалии в результате победы «революции гвоздик» свергнут фашистский режим
1975 г.	Хельсинкские соглашения (Заключительный акт Совещания по безопасности и сотрудничеству в Европе)
1975—1990 гг.	Гражданская война в Ливане
1975—2002 гг.	Гражданская война в Анголе
1978 г.	Апрельская революция в Афганистане, приход к власти Нур Мухаммеда Тараки
1978—1979 гг.	Египетско-израильский договор (Кемп-Девидские соглашения)

Дата	События
1979 г.	Свержение режима Пол Пота. Начало гражданской войны в Камбодже. Исламская революция в Иране. Свержение шаха Реза Пехлеви. Провозглашение исламской республики. Переворот в Афганистане. Приход к власти Амина. Ввод советских войск в Афганистан
Февраль-март 1979 г.	Китайско-вьетнамская война
1980 г.	Военный переворот генерала Кенана Эврена в Турции
1980—1988 гг.	Ирано-иракская война
1981 г.	Попытка государственного переворота в Испании. Польское общественное движение во главе с профсоюзом «Солидарность». Установление военного положения в Польше. Убийство египетского президента Анвара Садата. Приход к власти президента Хосни Мубарака
Май 1981 г.	Покушение на Папу Римского Иоанна Павла II, которое совершил турецкий террорист Мехмет Али Агджа
1982 г.	Фолклендская война между Великобританией и Аргентиной за контроль над Фолклендскими островами. «Ливанская война» — военная операция Израиля на территории Ливана с целью уничтожения баз Организации освобождения Палестины. Введение в Бейрут многонациональных сил
1982—1990 гг.	Гражданская война в Ливане
1983—2009 гг.	Гражданская война на Шри-Ланке между правительственными войсками и движением «Тигры освобождения Тамил Илама»
1984 г.	Убийство премьер-министра Индии Индиры Ганди. Бхопальская катастрофа в Индии
1985—1991 гг.	Политика перестройки в СССР
1986 г.	Авария на Чернобыльской АЭС
08.12.1987 г.	Договор о ликвидации ракет средней и малой дальности между СССР и США
1988 г.	Армяно-азербайджанский конфликт в Нагорном Карабахе
1989 г.	Парижская конференция по химическому оружию. По итогам представители 149 стран подписали Декларацию о запрещении использования ядовитых газов, химического и бактериологического оружия. Завершен вывод советских войск из Афганистана. «Бархатная революция» в Чехословакии. Национал-демократическая революция в Румынии. Арест и казнь Н. Чаушеску
1989—1990 гг.	Объединение двух Германий. Ликвидация берлинской стены

Дата	События
1991 г.	Распад СССР. Августовский путч. Беловежское соглашение. Распад Югославии. Балканские войны. Прекращение действия Варшавского договора
Январь-февраль 1991 г.	Война в Персидском заливе между многонациональными силами и Ираком за освобождение и восстановление независимости Кувейта
07.02.1992 г.	Подписание Маастрихтского договора. Начало создания Европейского союза
1993 г.	Распад Чехословакии на два государства — Чехию и Словакию. Договор о сокращении стратегических наступательных вооружений (СНВ-II) между США и Российской Федерацией. Конституционный кризис. Штурм Белого дома в Москве
1994 г.	Руандийский конфликт. Гражданская война в Йемене
1994—1996 гг.	Чеченский конфликт (Первая чеченская война). Хасавюртовское соглашение
1995 г.	Зариновая атака в токийском метро (религиозная секта «Аум Сенрикё»)
1996 г.	«Удар в пустыне» — военная операция США против Ирака
1997 г.	Азиатский финансовый кризис. Передача суверенитета над Гонконгом Китаю. Подписан Оттавский договор о запрещении применения, производства, накопления и экспорта противопехотных мин
1998 г.	США и Великобритания проводят военную операцию «Лиса пустыни» против Ирака
1998—1999 гг.	Косовская война. Войска НАТО против Югославии
1999 г.	Каргильский вооруженный конфликт между Индией и Пакистаном за приграничные территории США передали правительству Панамы контроль над Панамским каналом
1999—2009 гг.	Вторая чеченская война
2000 г.	В Баренцевом море затонула атомная подводная лодка «Курск». Президентские выборы в США. Избрание Джорджа Буша-мл.
2000—2004 гг.	Избрание президентом России Владимира Путина. Курс на усиление роли России на международной арене
2001 г.	Военная операция НАТО в Афганистане. Ликвидация режима талибов
11.09.2001 г.	Террористические акты в США. Уничтожен Всемирный торговый центр, повреждено здание Пентагона
2003 г.	Военная операция международной коалиции во главе с США против Ирака. Свержение правительства Саддама Хусейна. «Революция роз» в Грузии. Отставка президента Эдуарда Шеварднадзе

Дата	События
2004 г.	Победа на президентских выборах в Грузии Михаила Саакашвили. Расширение состава Европейского союза за счет Венгрии, Кипра, Латвии, Литвы, Мальты, Польши, Словакии, Словении, Чехии, Эстонии. «Оранжевая революция» в Украине. Победа на президентских выборах Виктора Ющенко
2005 г.	«Тюльпановая революция» в Киргизии. Свержение президента Аскара Акаева. Иранский ядерный кризис (вокруг иранской ядерной программы). Провал европейской конституции на референдумах во Франции и Нидерландах. Избрание в Германии на пост федерального канцлера Ангелы Меркель
2005—2006 гг.	Газовый кризис — газовые конфликты между Россией и Украиной
2006 г., 2010 г.	Александр Лукашенко избран президентом Беларуси
2006 г.	Израильско-ливанская война
2007 г.	Парламентские выборы в Палестине. Конфронтация ХАМАС и ФАТХ
2008 г.	Мировой финансовый кризис. Вооруженный конфликт с участием Грузии, России, Южной Осетии и Абхазии. План Медведева — Саркози по мирному урегулированию конфликта. Признание Россией государственной самостоятельности Республики Южная Осетия и Республики Абхазия. Победа на президентских выборах в США Барака Обамы (первый в истории США темнокожий президент)
2008—2009 гг.	Газовый конфликт между Россией и Украиной
2009 г.	Вступил в силу Лиссабонский договор о реформе Европейского союза
2010 г.	Договор о сокращении стратегических наступательных вооружений между США и Россией. Украина вернулась к президентско-парламентской форме правления. Вооруженный конфликт между КНДР и Южной Кореей
2011 г.	Государственный переворот в Тунисе. Массовые выступления египтян против президента Хосни Мубарака

## Правители Киевской Руси, допетровской Руси, Российской империи, СССР, России

Имя	Годы жизни	Годы правления
Князь Рюрик	?—879	862—879
Князь Олег	?—912	879—912
Князь Игорь	?—945	912—945

Имя	Годы жизни	Годы правления
Княгиня Ольга	?—969	945—966
Святослав Игоревич	942—972	966—972
Ярополк Святославович	961—980	972—980
Владимир (Красно Солнышко) Святославович	960—1015	980—1015
Святополк (Окаянный) Владимирович	980—1019	1015—1019
Ярослав (Мудрый) Владимирович	978—1054	1019—1054
Изяслав Ярославович	1024—1078	1054—1068
Всеслав Брячиславович	?—1101	1069—1073
Святослав Ярославович	1027—1076	1073—1076
Изяслав Ярославович	1024—1078	1077—1078
Всеволод Ярославович	1030—1093	1078—1093
Святополк Изяславович	1050—1113	1093—1113
Владимир (Мономах) Всеволодович	1053—1125	1113—1125
Мстислав Владимирович	1076—1132	1125—1132
Ярополк Владимирович	1082—1139	1132—1139
Всеволод Ольгович Новгород-Северский	?—1146	1139—1146
Игорь Ольгович	?—1147	1146
Изяслав Мстиславович	1097—1154	1146—1149
Юрий (Георгий) Владимирович (Долгорукий)	1090(7)— 1157	1149—1150
Изяслав Мстиславович	1097—1154	1151—1154
Ростислав Мстиславович Смоленский	?—1167	1154—1155
Юрий (Георгий) Владимирович (Долгорукий)	1090(7)— 1157	1155—1157
Изяслав Давидович Черниговский	?—1162	1157—1159
Ростислав Мстиславович Смоленский	?—1167	1159—1167
Мстислав Изяславович	?—1170	1167—1169
Андрей (Боголюбский) Юрьевич	1111—1174	1169—1174
Михаил Юрьевич	?—1176	1174—1175
Ярополк Ростиславович	?—1181	1175
Михаил Юрьевич	?—1176	1175—1176
Всеволод (Большое Гнездо) Юрьевич	1154—1212	1176—1212
Юрий Всеволодович	1188—1238	1212—1216
Константин Всеволодович	1186—1219	1216—1218
Юрий Всеволодович	1188—1238	1218—1238
Ярослав Всеволодович	1191—1246	1238—1246
Святослав Всеволодович	?—1252	1246—1247
Михаил (Храбрый) Ярославович	?—1248	1247—1248
Андрей Ярославович	1221—1264	1249—1252

Имя	Годы жизни	Годы правления
Александр (Невский) Ярославич	1220—1263	1252—1263
Ярослав Ярославич	1230—1272	1263—1272
Василий Ярославич Костромской	1241—1276	1272—1276
Дмитрий Александрович Переяславский	1250—1294	1276—1283
Андрей Александрович Городецкий	?—1304	1283—1284
Дмитрий Александрович Переяславский	1250—1294	1284—1293
Андрей Александрович Городецкий	?—1304	1293—1304
Михаил Ярославич Тверской	1271—1318	1305—1317
Юрий Данилович	1281—1325	1317—1322
Дмитрий Михайлович Тверской	1299—1326	1322—1326
Александр Михайлович Тверской	1301—1339	1326—1327
Иван I Данилович (Калита)	?—1340	1328—1340
Семен (Гордый) Иванович	1316—1353	1340—1353
Иван II (Красный) Иванович	1326—1359	1353—1359
Дмитрий Константинович Суздальско-Нижегородский	1323—1383	1360—1362
Дмитрий (Донской) Иванович	1350—1389	1362—1389
Василий I Дмитриевич	1371—1425	1389—1425
Василий II (Темный) Васильевич	1415—1462	1425—1446
Дмитрий Юрьевич	1420—1453	1446—1447
Василий II (Темный) Васильевич	1415—1462	1447—1462
Иван III Васильевич	1440—1505	1462—1505
Василий III Иванович	1479—1533	1505—1533
Иван IV (Грозный) Васильевич (с 1547 г. — царь Руси)	1530—1584	1533—1574
Семен (Саин-Булат) Бекбулатович Касимовский (крещеный татарский князь)	?—1616	1574—1576
Иван IV (Грозный) Васильевич	1530—1584	1576—1584
Федор (Блаженный) Иванович	1557—1598	1584—1598
Борис Федорович Годунов	1552—1605	1598—1605
Федор Борисович Годунов	1589—1605	1605
Лжедмитрий I (Григорий Отрепьев)	?—1606	1605—1606
Василий Иванович Шуйский	1552—1612	1606—1610
Семибоярщина		1610
Владислав Сигизмундович Ваза (Польский)	1595—1648	1610—1613
Михаил Федорович (Кроткий)	1596—1645	1613—1645
Алексей Михайлович (Тишайший)	1629—1676	1645—1676
Федор Алексеевич	1661—1682	1676—1682
Софья Алексеевна (регентша при братьях Иване V и Петре I)	1657—1704	1682—1689
Иван V Алексеевич, соправитель Петра I	1666—1696	1682—1696

Имя	Годы жизни	Годы правления
Петр I Алексеевич (до 1696 г. — соправитель Ивана V, с 1721 г. — император)	1672—1725	1682—1721
Петр I (Великий) Алексеевич	1672—1725	1721—1725
Екатерина I Алексеевна	1684—1727	1725—1727
Петр II Алексеевич	1715—1730	1727—1730
Анна Иоанновна	1693—1740	1730—1740
Анна Леопольдовна (регентша при сыне Иване)	1718—1746	1740—1741
Иван VI Антонович	1740—1764	1740—1741
Елизавета Петровна	1709—1761	1741—1761
Петр III Федорович	1728—1762	1761—1762
Екатерина II Алексеевна	1729—1796	1762—1796
Павел I Петрович	1754—1801	1796—1801
Александр I Павлович	1777—1825	1801—1825
Николай I Павлович	1796—1855	1825—1855
Александр II Николаевич	1818—1881	1855—1881
Александр III Александрович	1845—1894	1881—1894
Николай II Александрович	1868—1918	1894—1917
Львов Георгий Евгеньевич — председатель Временного правительства	1861—1925	03.03— 08.07.1917
Керенский Александр Федорович — председатель Временного правительства	1881—1970	08.07— 25.10.1917
Ульянов (Ленин) Владимир Ильич — председатель Совета Народных Комиссаров	1870—1924	1917—1922
Сталин (Джугашвили) Иосиф Виссарионович — Генеральный секретарь ЦК ВКП (б)	1879—1953	1922—1953
Хрущев Никита Сергеевич — Первый секретарь ЦК КПСС	1894—1971	1953—1964
Брежнев Леонид Ильич — Генеральный секретарь ЦК КПСС	1906—1982	1964—1982
Андропов Юрий Владимирович — Генеральный секретарь ЦК КПСС	1914—1984	1982—1984
Черненко Константин Устинович — Генеральный секретарь ЦК КПСС	1911—1985	1984—1985
Горбачев Михаил Сергеевич — Генеральный секретарь ЦК КПСС, Президент СССР (1990)	р. 1931	1985—1991
Ельцин Борис Николаевич — Президент России, Президент РФ	1931—2007	1991—1999
Путин Владимир Владимирович — Президент Российской Федерации	р. 1952	1999—2008
Медведев Дмитрий Анатольевич — Президент Российской Федерации	р. 1965	2008 — настоящее время

## Гетманы Украины

### ГЕТМАНЫ ВОЙСКА ЗАПОРОЖСКОГО ДО РАЗДЕЛА УКРАИНЫ

Имя	Годы правления
Богдан Ружинский	1575—1576
Криштоф Косинский	1591—1593
Григорий Лобода	1594—1596
Северин Наливайко	1594—1596
Гнат Василевич	1596—1597
Тихон Байбуза	1597
Федор Полоус	1598
Семен Скалзуб	1599
Самуил Кошка	1600—1602
Петр Кононович Сагайдачный	1606—1620
Яков Адамович Неродич-Бородавка	1618—1621
Яков Острянин	1638—1641
Богдан Михайлович Хмельницкий	1648—1657
Юрий Богданович Хмельницкий	1657
Иван Евстафьевич Выговский	1657—1659
Юрий Богданович Хмельницкий	1659—1663

### ГЕТМАНЫ ВОЙСКА ЗАПОРОЖСКОГО ПРАВОБЕРЕЖНОЙ УКРАИНЫ

Имя	Годы правления
Павел Тетеря	1663—1665
Степан Опара	1665
Петр Дорофеевич Дорошенко	1665—1668
Михаил Ханенко	1669—1674
Остафий Гоголь	1675—1679
Степан Куницкий	1683—1684
Андрей Могила	1684—1689
(Григорий Иванович) Гришко	1689—1692
Самуил Иванович Самусь	1692—1704

### ГЕТМАНЫ ПОД ОСМАНСКОЙ И КРЫМСКОЙ ПРОТЕКЦИЕЙ

Имя	Годы правления
Суховой (Петр Суховеенко)	1668—1669
Петр Дорофеевич Дорошенко	1668—1676

Юрий Богданович Хмельницкий	1677—1681, 1685 (?)
Георгий Дука	1681—1684
Теодор Сулименко (Сулимка)	1684—1685
Самченко	1685
Стецик (Степан Лозинский)	1685—1695
Петрик (Петр Иваненко)	1692 — ?

### ГЕТМАНЫ ВОЙСКА ЗАПОРОЖСКОГО ЛЕВОБЕРЕЖНОЙ УКРАИНЫ

Имя	Годы правления
Иван Беспалый	1658—1659
Яким Семенович Сомко (наказной гетман)	1660—1663
Иван Брюховецкий	1663—1668
Демьян Многогрешный	1669—1672
Иван Самойлович	1672—1687
Иван Степанович Мазепа	1687—1704

### ГЕТМАНЫ ВОЙСКА ЗАПОРОЖСКОГО ПОСЛЕ ОБЪЕДИНЕНИЯ

Имя	Годы правления
Иван Степанович Мазепа	1704—1708
Иван Ильич Скоропадский	1708—1722
Павел Леонтьевич Полуботок	1722—1724
Даниил Павлович Апостол	1727—1732
Кирилл Григорьевич Разумовский	1750—1764

### ГЕТМАН ВОЙСКА ЗАПОРОЖСКОГО В ЭМИГРАЦИИ

Имя	Годы правления
Филипп Степанович Орлик	1710—1742

### Руководители Украинской Народной Республики, Директории, УССР, Украины

Имя	Годы правления
<b>УНР</b>	
Грушевский Михаил Сергеевич — председатель Центральной Рады	04.03.1917—29.04.1918
<b>Украинская Держава</b>	
Скоропадский Павел Петрович — гетман Украины	29.04—14.12.1918

Имя	Годы правления
<b>Директория</b>	
Винниченко Владимир Кириллович — председатель Директории	14.12.1918—13.02.1919
Петлюра Симон Васильевич — председатель Директории	13.02.1919—10.11.1920
<b>Руководители УНР в изгнании</b>	
Петлюра Симон Васильевич — глава Директории УНР	1919—1926
Левицкий Андрей Николаевич — глава Директории УНР	1926—1948
Левицкий Андрей Николаевич — президент УНР	1948—1954
Ветвицкий Степан — президент УНР	1954—1965
Левицкий Николай Андреевич — президент УНР	1965—1989
Плавьюк Николай Васильевич — президент УНР	1989—1992
<b>Руководители УССР</b>	
Мануильский Дмитрий Захарович — первый секретарь ЦК КПУ	1921—1923
Квиринг Эммануил Ионович	1923—1925
Каганович Лазарь Моисеевич	1925—1928
Косиор Станислав Викентьевич	1928—1938
Хрущев Никита Сергеевич	1938—1947
Каганович Лазарь Моисеевич	апрель—декабрь 1947
Хрущев Никита Сергеевич	1947—1949
Мельников Леонид Георгиевич	1949—1953
Кириченко Алексей Илларионович	1953—1957
Подгорный Николай Викторович	1957—1963
Шелест Петр Ефимович	1963—1972
Щербицкий Владимир Васильевич	1972—1989
Ивашко Владимир Антонович	1989—1990
Гуренко Станислав Иванович	1990—1991
<b>Президенты Украины</b>	
Кравчук Леонид Макарович	1991—1994
Кучма Леонид Данилович	1994—2005
Ющенко Виктор Андреевич	2005—2010
Янукович Виктор Федорович	2010 — настоящее время

## Войны человечества

**Англо-аргентинская (Фолклендская) война (1982)** — военный конфликт между Великобританией и Аргентиной за контроль над Фолклендскими (Мальвинскими) островами (официально военных действий не объявляла ни одна из воюющих сторон).

Сражения за острова закончились высадкой английского десанта и капитуляцией аргентинских частей. Официально военные действия прекратились 20 июня. Аргентинское правительство до сих пор не отказывается от претензий на острова.

**Англо-бурская война** (1899—1902) — война Британской империи против бурских республик: Южно-Африканской республики (Республики Трансвааль) и Оранжевого Свободного государства. Война завершилась подписанием 31 мая 1902 г. мирного договора в местечке Феринихинг под Преторией, по которому буры признали аннексию Трансвааля и Оранжевой республики Англией. Фактически бурские республики стали колониями Великобритании, и в 1910 г. на их основе был создан Южно-Африканский Союз.

**Афганская война** (1979—1989) — политическое и вооруженное противостояние правящего режима Демократической Республики Афганистан (ДРА) при военно-политической поддержке со стороны СССР и моджахедов с сочувствующей им частью афганского общества (при политической и финансовой поддержке западных стран).

Особенностью военных действий в Афганистане было не противостояние армейских соединений воюющих сторон, а партизанская тактика моджахедов, действовавших, как правило, небольшими группами.

В 1988 г. были достигнуты соглашения в Женеве, согласно которым СССР выводил свои войска, а США и Пакистан прекращали военную поддержку моджахедов. В феврале 1989 г. начался вывод советских войск. Военные действия в стране не прекратились до сих пор.

**Война в Индокитае** (1945—1954) — война политического движения «Вьетминь», основу которого составляли коммунисты, против французской колониальной администрации.

Позиционная война закончилась в 1953 г. Французские войска покинули Индокитай, а Вьетнам временно был разделен на две части по семнадцатой параллели — коммунистический север (Демократическая Республика Вьетнам, столица — Ханой) и профранцузский юг (Республика Вьетнам, столица — Сайгон).

**Война Египта с племенами Палестины** (1472—1460 гг. до н. э.) — военные действия египетских фараонов Аменхотепа IV и Тутмоса III против союза племен во главе с гиксосами в Палестине. Только после сдачи крепости Мегидо вожди гиксосов признали власть Египта, хотя для завершения войны Тутмосу пришлось совершить еще пятнадцать походов в Палестину.

**Война коалиции против Ирака** (операция «Иракская свобода», 2003—2010) — военный конфликт США и их союзников с Ираком.

Официально заявленной причиной военных действий было нарушение Ираком запрета на разработку и применение оружия массового поражения, сотрудничество правительства С. Хусейна с международными террористическими организациями (в 2004 г. группа исследователи Ирака, занимавшаяся поиском оружия массового поражения, отметила в итоговом отчете, что к началу военной операции Ирак не располагал таким оружием).

После ряда операций и передачи большей части полномочий правительству Ирака вооруженное противостояние пошло на убыль, что позволило подписать соглашение о полном выводе войск США к 2011 г. (многонациональные силы были выведены в 2008 г., после прекращения действия мандата ООН). 1 сентября 2010 г. вице-президент США Джозеф Байден объявил об официальном окончании операции «Иракская свобода».

**Война НАТО против Югославии** (операция «Союзная сила», первоначальное название — «Решительная сила» 24 марта — 10 июня 1999) — военная операция НАТО против Югославии во время войны в Косово.

Операция была начата по решению Генерального секретаря НАТО Хавьера Солана с нарушением норм международного права и первоначально проводилась без мандата ООН.

Официальная причина интервенции — этнические чистки, проводимые сербской армией на территории Косово по отношению к албанскому населению.

В 1999 г. был подписан договор о выводе с территории Косово югославских воинских подразделений и о размещении там международных вооруженных сил.

**Войны Александра Македонского** (334—323 гг. до н. э.) включают подчинение Македонией территории Греции; войну между союзом греческих городов-государств во главе с Македонией против Персии; войну за контроль над Египтом; захват скифских земель; попытку захвата Индии. В 323 г. до н. э., в разгар подготовки похода на Запад, Александр умер. После его смерти империя распалась на ряд государств во главе с бывшими сподвижниками: Птолемей в Египте, Селевкид в Сирии и Малой Азии.

**Войны Новгородской земли со Швецией и Ливонским орденом** — войны за пограничные земли в районе Чудского озера и на побережье Финского залива.

После поражения русских княжеств от татаро-монголов активизировались соседи богатого Новгорода, которые рассчитывали захватить принадлежащие ему территории. С 1236 г. новгородским князем стал Александр Ярославович.

Летом 1240 г. шведский отряд во главе с ярлом Биргером осуществил попытку захватить земли Новгорода, высадившись в устье Ижоры. Александр Ярославович разбил шведов, за что был прозван Невским. Одновременно со шведским походом рыцари Ливонского ордена напали на крепость Изборск и захватили ее. Зимой этого же года рыцари взяли Псков и крепость Копорье. Новгородское ополчение, дружина Александра Невского и его брата Андрея отбили Копорье, а весной 1242 г. осадили и взяли Псков, а затем двинулись на ливонские земли, где в апреле 1242 г. на льду Чудского озера разбили отряд ливонских рыцарей. Потери ордена составили около 500 человек убитых и 50 пленных. После Ледового побоища Ливонский орден заключил мир с Новгородом и освободил все захваченные ранее новгородские и псковские территории.

**Вторая мировая война** (1 сентября 1939 — 2 сентября 1945) — самый крупный вооруженный конфликт в истории человечества. Военные действия проводились на трех континентах, в них участвовало 62 государства (80 % населения земного шара).

Антигитлеровская коалиция: Польша, Великобритания, Франция (с 1939 г.), СССР (с 1941 г.), США (с 1941 г.), Китай и др. В ходе войны присоединились некоторые государства, вышедшие из нацистского блока: Иран (1941 г.), Ирак (1943 г.), Италия (1943 г.), Румыния (1944 г.), Болгария (1944 г.), Венгрия (1945 г.), Финляндия (1945 г.).

Страны нацистского блока: Германия, Италия (до 1943 г.), Япония, Финляндия (до 1944 г.), Болгария (до 1944 г.), Румыния (до 1944 г.), Венгрия (до 1945 г.) и др.

Причины Второй мировой войны — стремление части государств к пересмотру границ, в том числе и колониальных владений, и усилению своей роли в мировой экономико-политической жизни.

Война началась 1 сентября 1939 г. нападением немецкого вермахта на Польшу. 3 сентября гаранты безопасности Польши Англия и Франция объявили Германии войну. Однако военных действий в защиту Польши не предприняли («Странная война»).

В июне 1944 — мае 1945 гг. происходит окончательный разгром фашистской Германии. 8 мая 1945 г. Германия подписывает акт о безоговорочной капитуляции.

26 июля 1945 г. США, Великобритания и Китай предъявили Японии ультиматум, однако он был отвергнут. 6 и 9 августа на Хиросиму и Нагасаки были сброшены атомные бомбы. 8 августа СССР заявляет японскому послу о присоединении к Потсдамской декларации и объявляет войну Японии. В ходе Маньчжурской, Южно-Сахалинской, Курильской и трех корейских тактических десантных операций воинские соединения Советского Союза разгромили сухопутную армию Японии. 2 сентября на борту американского линкора «Миссури» был подписан акт о безоговорочной капитуляции Японии. Вторая мировая война завершилась.

Общие потери в войне составили порядка 50—55 млн чел., из них убито на фронтах 27 млн человек.

**Гражданская война в Испании** (июль 1936 — апрель 1939) — боевые действия между Второй республикой и поддержавшими ее левыми политическими силами, и поднявшими вооруженное восстание правомонархическими силами, на сторону которых встала большая часть испанской армии во главе с генералом Ф. Франко. Ф. Франко поддержали Италия, Германия и Португалия; республиканские силы — СССР, Мексика и, в начальный период войны, Франция.

Республиканское правительство пало весной 1939 г.

**Гражданская война в США** (война Севера и Юга, 1861—1865 гг.) — война между 23 штатами Севера и 11 рабовладельческими штатами Юга.

Причины войны — экономические (протекционистская политика Севера не устраивала южные штаты, не имевшие серьезной промышленности; стремление северян сохранить сырьевую базу и рынки сбыта на Юге; нежелание допустить раскола государства; разное отношение к вопросу о рабстве) и политические (нежелание потерять власть, сосредоточенную у небольшой группы наиболее богатых плантаторов; споры о статусе вновь приобретенных земель).

Первый период войны (апрель 1861 — апрель 1863) отмечен военным преимуществом южан.

Однако после провозглашения 30 декабря 1862 г. А. Линкольном «Прокламации об освобождении рабов» Федеральным север смог не только привлечь на свою сторону рабов, но и не допустить своей политической и экономической изоляции.

В ходе второго периода войны (май 1863 — апрель 1865) произошел перелом в военных действиях в пользу Севера. Последние части южан сложили оружие 23 июня. Война Севера и Юга была самой кровопролитной за всю историю США, общие потери двух сторон составили около 1 млн человек.

**Греко-персидские войны** (499—449 гг. до н. э.) — военные действия между Персией и греческими городами-государствами.

В 479 г. до н. э. Персия потерпела поражение на суше в сражении при Платеях и на море у острова Самос. Греческие победы позволили перейти от обороны к наступлению — был сформирован антиперсидский Делосский военный союз. Однако из-за усиления конфликта между Афинами, Спартой и их союзниками дальнейшие боевые действия не могли вестись, и в 449 г. до н. э. был заключен мирный договор с Персией — Каллиев мир.

**Египетско-хеттские войны** (конец XIV — начало XIII вв. до н. э.) — войны за господство в Палестине, Сирии и Финикии.

Военные действия носили затяжной характер. Было заключено перемирие.

Война продолжилась через три года. Видимых преимуществ не добились ни хеттская, ни египетская сторона, поэтому в 1296 г. до н. э. был заключен мирный договор. Обе стороны признали раздел Сирии и оставили Палестину за Египтом.

**Завоевания Кира II Великого** (VI в. до н. э.) — военные действия по созданию Персидского царства.

Кир, опираясь на персов и мидян, завоевал едва ли не весь цивилизованный мир, известный к тому времени. Была создана первая в истории мировая империя.

Завоевания Кира были остановлены скифскими племенами массагетов, разбившими персидскую армию на берегах реки Яскарат. В ходе сражения погиб и сам Кир (529 г. до н. э.). В результате завоеваний Кира Великого и его преемников Персидское царство к концу VI в. охватило практически все страны Ближнего и Среднего Востока, от Индии до Малой Азии.

**Корейская война** (1950—1953) — конфликт между Северной Кореей и Южной Кореей.

Часть западных государств, поддержав решение ООН, оказали военную помощь американским войскам, которые были посланы на помощь Южной Корее. В октябре 1950 г. под видом «народных добровольцев» в войну вступили войска Китая.

Поворотной точкой стало решение о прекращении военных действий, принятое Политбюро ЦК КПСС после смерти И. В. Сталина. Прекращение финансовой, военной и политической помощи со стороны СССР, а потом и Китая привело к невозможности ведения боевых действий. 27 июля 1953 г. между представителями ООН и КНДР был подписан договор о прекращении огня. Линия раздела была зафиксирована по тридцать восьмой параллели, а вокруг нее была провозглашена демилитаризованная зона, охраняемая войсками КНДР с севера и американо-корейскими войсками с юга.

**Крымская война** (Восточная война, 1853—1856) — военные действия между Российской империей и союзом в составе Британской, Французской, Османской империй, Сардинского королевства.

Поводом к войне послужил спор между Францией и Россией за контроль над церковью Рождества Христова в Вифлееме и отказ России вывести войска из Молдавии и Валахии. В марте 1854 г., после разгрома турецкого флота в Синопском сражении, в войну вступили Франция и Великобритания.

На Кавказе ход войны складывался в пользу России — турецкие войска потерпели несколько поражений. На Тихом океане провалилась попытка захвата Петропавловска-Камчатского, на Балтике, Белом и Баренцевом морях действия союзников ограничили блокированием флота, незначительными десантными операциями и регулярными обстрелами укреплений и населенных пунктов Российской империи.

Основные боевые действия проходили на Крымском полуострове. Ситуация здесь складывалась не в пользу России. В 1856 г. был подписан Парижский мирный договор. В соответствии с ним Российская империя возвращала османам город Карс, а в обмен получала Севастополь, Балаклаву и другие крымские города. Россия лишалась протектората над Молдавией и Валахией; ей и Османской империи запрещалось иметь на Черном море военные флоты и арсеналы; русские границы были отодвинуты от реки Дунай.

**Ливонская война** (1558—1583 гг.) — военные действия Московского государства против Ливонского ордена, Великого княжества Литовского (затем — Речи Посполитой) и Швеции за выход к Балтийскому морю. Причина войны — стремление Московского царства захватить удобные порты на Балтийском море и установить прямые торговые связи с Западной Европой. Поводом к войне стала неуплата орденом подати по русско-ливонскому договору 1554 г.

Результаты Ливонской войны: Московское царство не смогло утвердиться на Балтике, оно утратило Северное и Западное Приладожье, изменилась расстановка сил — ликвидирован Ливонский орден, а его территория разделена между Речью Посполитой, Швецией и Данией.

**Первая мировая война** («Великая война», 1914—1918) — один из самых крупных военных конфликтов в истории человечества. Причины: борьба за мировое лидерство, рынки сбыта, стремление ряда стран осуществить передел колоний. Поводом к войне послужило убийство 28 июня 1914 г. сербским студентом Гаврилой Принципом в Сараево австрийского эрцгерцога Франца Фердинанда. Территориально военные действия проходили в Западной и Восточной Европе, на Балканах, Кавказе и Ближнем Востоке, в Африке, Китае, Океании. Участники войны: с одной стороны — Антанта (Россия, Франция, Великобритания) и ее союзники, с другой стороны — Центральные державы (Четверной союз): Германия, Австро-Венгрия, Османская империя, Болгария.

В 1919 г. Германия подписала Версальский мирный договор, подобные договоры с Антантой в течение 1919—1920 гг. подписали и все страны Центрального блока.

**Польско-украинские войны конца XVI—XVII вв.** — войны украинского народа против Речи Посполитой за свою независимость.

Усиление экономического и религиозного (украинцы — православные, поляки — католики) давления на население Украины со стороны Речи Посполитой привело к усилению национально-освободительного движения, проявившегося в ряде крестьянско-казацких восстаний против польской шляхты.

Наиболее значительными были восстания под руководством гетмана К. Косинского, полковника Г. Лободы и С. Наливайко (1590—1596 гг.), М. Жмайло (1625 г.), Тараса Трясило (1630 г.), запорожца П. Павлюка, полковника Д. Гуни (1637 г.).

В 1647 г. чигиринский сотник Зиновий Богдан Хмельницкий был избран гетманом Запорожской Сечи. В Украине началось массовое восстание. Польские войска были изгнаны почти со всех украинских территорий. В 1649 г. Хмельницкий был провозглашен гетманом Украины и признан в этом качестве польским королем Яном Казимиром.

В 1649 г. Богдан Хмельницкий еще раз нанес поражение коронной армии под Зборовом и захватил сам город, но из-за требований татарских союзников не смог завершить разгром поляков. По Зборовскому договору ослаблялось влияние Речи Посполитой на украинские земли, увеличивалось реестровое казачество — до 40 тысяч. Но из-за отказа сейма признать договор война продолжилась. Хмельницкий осуществил поход в Молдавию (1650 г.), казацкие отряды приняли участие в литовском восстании. В 1651 г. во время Волынского похода из-за предательства союзников-татар армия Хмельницкого была разбита, сам гетман взят татарами заложником и позднее отпущен за выкуп.

Казаки заключили с Речью Посполитой невыгодный Белоцерковский мирный договор (1651 г.).

После разгрома под Берестечком Хмельницкий вынужден был расстаться с идеей государственной самостоятельности Украины.

С помощью Москвы, предоставившей деньги и вооружение, удалось сформировать новую казацкую армию.

8 января 1654 г. на раде в Переяславе был провозглашен переход Украины под власть московского царя. Переяславские статьи предусматривали сохранение в Украине власти гетмана, подчинявшегося царю Московии; в украинские города вводились русские войска, но гражданская власть оставалась в руках казацкой старшины и гетмана.

Однако такое положение сохранялось только до смерти Богдана Хмельницкого, последовавшей в 1657 г.; постепенно численность русских гарнизонов увеличивалась, гетманско-старшинская власть все больше ограничивалась.

**Пунические войны** — велись между Римской и Карфагенской республиками за господство в Средиземноморском бассейне. Всего было три войны: 1-я Пуническая война (264—241 гг. до н. э.); 2-я Пуническая (Ганнибалова) война (218—201 гг. до н. э.); 3-я Пуническая война (149—146 гг. до н. э.).

Поводом к первой войне послужили споры между Римом и Карфагеном из-за сицилийских городов Мессана и Сиракузы.

По мирному договору Сицилия, Сардиния и Корсика полностью перешли под власть Рима. Он получил от Карфагена и контрибуцию в размере 3200 талантов.

Военные действия продолжались в 218—201 гг. до н. э. (2-я Пуническая война). Поводом к ней послужил спор за город Сагунт в Испании. В 201 г. до н. э. война официально завершилась. Карфаген потерял Испанию, выплатил огромную контрибуцию (10 000 талантов), лишился военного флота и права самостоятельно объявлять войну.

Поводом к 3-й Пунической войне (149—146 гг. до н. э.) был вооруженный отпор со стороны Карфагена притязаниям союзника Рима — царя Нумидий Масинисса. Через два года осады Карфаген был захвачен и сожжен, а пепелище засыпано солью.

**Римско-галльские войны** (59—51 гг. до н. э.) — войны Рима против галльских и германских племен, населявших территорию современных Франции, Швейцарии, Бельгии, Голландии и Люксембурга. Центральной фигурой этой войны был римский наместник в Галлии Гай Юлий Цезарь (с 58 г. до н. э.).

Причины войн: обеспечение безопасности Рима (в ходе Пунических войн галлы выступали на стороне Карфагена), необходимость сухопутного сообщения между испанскими колониями и Италией; поступления продовольствия и налогов в Рим; возможность для Цезаря использовать хорошо организованную армию для борьбы за власть в Риме.

К 58 г. до н. э. Римская республика контролировала меньшую часть Галлии. Галльские племена, оставаясь политически раздробленными, нередко враждовали друг с другом, чем и пользовался Рим, привлекая часть племен галлов для борьбы с их соседями.

Первые шаги к полному подчинению Галлии были предприняты Цезарем в 59 г. до н. э. Он остановил, разбил и заставил уйти с подконтрольных Риму территорий племена гельветов, а в 58 г. до н. э. разбил германское племя свевов во главе с вождем Ариовистой и поддерживавших их секванов.

В кампании 57—56 гг. до н. э. римские войска разбили восставшие племена поодиночке.

В 54 г. до н. э. началось Великое галльское восстание, которое Цезарь подавил после кровопролитных боев. Последние разрозненные очаги галльского восстания были ликвидированы к 50 г. до н. э.

**Русско-японская война** (1904—1905 гг.) — война между Россией и Японией за контроль над Маньчжурией и Кореей.

Россия, расширяющая и укрепляющая свою империю на востоке, нуждалась в незамерзающих портах Желтого моря (Порт-Артур, Дальний) и пыталась закрепиться в Маньчжурии. Япония, сменив политику внутренней изоляции и проведя внутриполитические и военные реформы, стремилась утвердиться на материке, потеснив слабейший Китай (который потерпел поражение в японо-китайской войне 1894—1895 гг.).

Поводом к войне послужили спор из-за русских лесных концессий в Корее и отказ России выполнить русско-китайский договор о выводе войск из Маньчжурии. Военные действия начала Япония, напав 27 января 1904 г. на русскую эскадру на внешнем рейде Порт-Артура.

23 августа 1905 г. в Портсмуте (США) был подписан мирный договор. Россия теряла южную часть Сахалина, арендные права на Ляодунский полуостров и Южно-Маньчжурскую железную дорогу, признавала Корею японской зоной влияния. Россия и Япония обязывались провести демилитаризацию Маньчжурии и использовать железные дороги на ее территории только в коммерческих целях.

**Северная война** (1700—1721) — война между странами Северного союза (Россия, Дания, Саксония) и Швецией за господство на Балтике.

Первый этап войны был выигран Швецией. Петр I провел реорганизацию и перевооружение армии, и уже в ходе кампании 1702—1703 гг. в руках русских оказались все течение Невы, с двумя сильными крепостями Шлиссельбург и Ниеншанц, а также был заложен город-порт Санкт-Петербург. В 1704 г. для закрепления успеха войска Петра I захватили Дерпт и Нарву. Кроме того, Россия подписала с Польшей Нарвский договор (1704 г.) о совместной борьбе с Карлом XII.

В 1706 г. Россия смогла окончательно разгромила шведскую армию в генеральном сражении возле Полтавы (1709 г.). После этого Петр I восстановил Северный союз и в ходе военной кампании 1710 г. полностью занял Эстляндию и Лифляндию.

В 1720 г. шведская королева Ульрика Элеонора подписывает Ништадский мирный договор с Россией. Северная война полностью изменила соотношение сил на Балтике.

**Семилетняя война** (III Силезская война, 1756—1763) — военный конфликт, охвативший обширную территорию от Северной Америки до Индии.

Причиной войны стала борьба за колонии и пересмотр европейских границ между двумя альянсами: Россия, Франция, Австрия, Швеция, Саксония, Испания с одной стороны и Пруссия, Англия, Ганновер — с другой.

Военные действия проходили в Европе, в Северной Америке Англия, разбив в сражении при Квебеке (1759 г.) Францию, захватывает Канаду, разбивает испанские войска на Филиппинах и Кубе, осуществляет несколько походов в Южную Америку.

К 1763 г. Семилетняя война прекращается: противоборствующие стороны сильно истощены, потери в военно-финансовой сфере не позволяют вести военные действия как победителям, так и побежденным.

**Советско-финская война** («Зимняя война», 1939—1940 гг.) — военный конфликт между СССР и Финляндией.

Причина войны: СССР стремился отодвинуть границы от стратегически важных объектов, в том числе от Ленинграда, получить военные базы на территории Финляндии.

Поводом к войне послужил «Майнильский инцидент» — артиллерийский обстрел территории СССР «финскими» войсками.

Результаты военного конфликта: потери советской стороны — порядка 400 тысяч человек, финской — 100 тысяч человек; к СССР отошел Карельский перешеек и 11 % финской территории.

**Советско-японские военные конфликты** у озера Хасан и реки Халхин-Гол (1938—1939 гг.) — военные столкновения локального характера, задачей которых была проверка боеспособности армии противника — разведка боем. Поводом к столкновениям послужили спорные территории — две сопки у озера Хасан, где сходились границы СССР, Кореи и Маньчжоу-Го, и территория в районе реки Халхин-Гол у границы Монголии и Маньчжоу-Го.

Окончательно конфликт на Халхин-Голе был урегулирован только в мае 1942 г., после заключения соглашения о демаркации границы в спорном районе.

**Столетняя война** — серия длительных военных конфликтов между Англией и Францией, проходивших с перерывами в период между 1337 г. и 1453 гг.

Причины войны: Франция стремилась вытеснить Англию с юго-запада страны (провинция Гиень); Англия хотела вернуть утраченные ранее Нормандию, Мен, Анжу. Англо-французские противоречия усугублялись спором из-за Фландрии, формально находившейся под властью французского короля, но фактически независимой и тесно связанной торговыми отношениями с Англией.

Поводом к войне стали династические претензии английского короля Эдуарда III на французский престол. Война шла с переменным успехом. В 1429 г. французская армия во главе с Жанной д'Арк разбила английские войска под Орлеаном и при Пате. Происходило методичное вытеснение английской армии с территории Франции: в 1437 г. был взят Париж, в 1441 г. освобождена Шампань, в 1459 г. — Мен и Нормандия, в 1453 г. — Гиень. После капитуляции англичан в Бордо (1453 г.) война закончилась.

**Тридцатилетняя война** (1618—1648 гг.) — один из первых общеевропейских военных конфликтов, затронувший почти все европейские страны, исключая Швейцарию и Турцию. На стороне Габсбургов были Австрия, католические княжества Германии, Испания, Португалия, Папский Престол, Польша. На стороне антигабсбургской коалиции — Франция, Швеция, Дания, протестантские княжества Германии, Чехия, Трансильвания, Венеция, Савойя, Республика Соединенных провинций (Голландская республика); оказывали поддержку Англия, Шотландия и Россия.

Причин войны было несколько: борьба за Балтийский регион и господство в Италии, конфликт интересов и религиозные разногласия в Священной Римской империи

между императором и немецкими князьями, борьба за лидерство на море между Испанией и Англией.

Главным итогом Тридцатилетней войны стало резкое ослабление влияния религиозных факторов на жизнь государств Европы, потеря влияния Испанией, германскими Габсбургами и усиление роли Франции и Швеции. За период войны население Европы сократилось на 5—6 млн человек.

**Франко-прусская война** (1870—1871 гг.) — военный конфликт между французской империей Наполеона III и Северогерманским союзом во главе с Пруссией.

Причина войны — борьба за лидерство в Европе. Франция стремилась не допустить формирования единого германского государства во главе с Пруссией, а также разрешить внутренний социальный кризис за счет победоносной войны.

Поводом к войне послужил спор за королевский престол в Испании и спровоцированный канцлером Пруссии Отто фон Бисмарком дипломатический скандал — «эмсская депеша».

4 сентября в Париже произошла революция: Наполеон III был низложен и была провозглашена Вторая Республика, правительство которой продолжило военные действия. Прусские войска, не встречая серьезного сопротивления, разгромили остатки французской армии и подошли к Парижу, взяв его в кольцо. Правительство Трошю (Франция) было вынуждено подписать Версальский, а в мае 1871 г. — Франкфуртский мирный договор, по которому Германии отошли Эльзас и Лотарингия, была выплачена контрибуция. На лидирующее место в Европе выдвинулась новая единая Германская империя, возникшая на базе Северогерманского союза и объединившая все немецкие земли (провозглашена в январе 1871 г.).

## Хронология

### КАЛЕНДАРЬ ДРЕВНЕЙ МЕСОПОТАМИИ

Первые календари городов-государств были лунными. В Шумере каждый город имел свой календарь. Вавилонский царь Хаммурапи (1792—1750 гг. до н. э.) объединил под своей властью территории Двуречья и установил единую систему летоисчисления: календарь города Ур стал официальным календарем Вавилонии. Первоначально он являлся лунным и год в нем состоял из 12 месяцев по 29 и 30 дней в каждом. Месяцы имели такие названия: нисану, айру, сивану, дуузу, абу, улулу, ташриту, арахсамну, кисливу, тхабиту, шабатху и адару. Первым месяцем года являлся нисану, который соответствовал примерно периоду с 22 марта по 22 апреля. Более мелкой единицей измерения времени являлась семидневная неделя, заимствованная у шумеров. Постепенно календарь превращался в лунно-солнечный с системой произвольных корректировок, которая держалась до VI в. до н. э., после чего появилась система вставок по циклам. Первой формой корректировки стала «восьмилетка», в течение которой три раза вставлялись добавочные 13-е месяцы (второй улулу), а с конца IV в. до н. э. начал применяться 19-летний цикл, на протяжении которого вставляли 7 месяцев, приходившихся на 3-й, 6-й, 8-й, 11-й, 14-й, 16-й и 19-й годы цикла.

Кроме того, датировка событий в Вавилоне велась и по правлениям царей. Порядковый счет велся от даты воцарения Набонассара — 26 февраля 747 г. до н. э., впоследствии в Вавилонии, а также в Сирии и Палестине широко применялась эра Селевкидов (по имени Селевка — основателя царской династии в Сирии, одного из полководцев Александра Македонского). За начало этой эры принимается 1 октября 312 г. до н. э.

## КАЛЕНДАРЬ ДРЕВНЕГО ЕГИПТА

Одной из самых старых систем летоисчисления был календарь Египта. В его основу легли наблюдения за Солнцем, Сириусом (самая яркая звезда Северного полушария, олицетворяющая египетскую богиню Изиду) и Нилом. Календарь Древнего Египта возник в IV в. до н. э. и относился к солнечному типу. Год в нем состоял из трех сезонов, каждый из которых включал по четыре тридцатисуточных месяца: 1) тот, фаофи, атир, хойяк; 2) тиби, мехир, фаменот, фармути; 3) пахон, пайни, эпифи, месори. Продолжительность года — 365 дней. Египтянам было известно понятие високосного года (високосными считались те годы, которые при делении на 4 давали остаток 3). Летоисчисление велось также по годам правления фараонов, а в конце III в. н. э. Диоклетиан ввел датирование по консульскому году, начинающееся с 1 января. Такая система исчисления времени просуществовала до введения мусульманского календаря.

## ГРЕЧЕСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Каждый город имел свою систему измерения времени. Однако наиболее часто использовался афинский календарь, основанный на лунно-солнечных циклах. Продолжительность года у афинян — 354 суток с делением на 12 лунных месяцев по 29—30 дней каждый (гекатомбеон, метагейтнийон, боздромеон, пианепсион, маймактерион, посеидон, гамелион, анфестерион, элафеболион, мунихион, фаргелион, скирофорион). Месяц в свою очередь делился на декады. Для выравнивания календарного года и солнечного три раза в восемь лет добавляли 13-й месяц («второй посеидон»). Новый год в Афинах праздновали в месяце гекатомбеоне (июль-август). Параллельно с таким календарем существовала датировка событий по именам правителей — архонтов, олимпиадам (с IV в. до н. э.), сезонам (земледельческий календарь).

Сезонный календарь делил год на четыре сезона: зима от захода Плеяд до весеннего равноденствия (7 ноября — 21 марта), весна — от весеннего равноденствия до восхода Плеяд (21 марта — 8 мая), лето — от восхода Плеяд до осеннего равноденствия (8 мая — 21 сентября) и осень — от осеннего равноденствия до захода Плеяд (21 сентября — 7 ноября).

## КАЛЕНДАРЬ ДРЕВНЕГО КИТАЯ

В этом календаре год состоял из 12 лунных месяцев по 29—30 суток попеременно и составлял 354 дня. Месяцы не имели названий и обозначались порядковым номером, счет дней месяца велся по декадам. С III в. до н. э. год делился на 24 сезона, каждый из которых имел название, связанное с сельхозработами (например, «колошение хлебов»). Годы группировались по 60-летним циклам (с 2397 г. до н. э.).

Номер года в цикле обозначался знаком одной из пяти стихий: дерево, огонь, земля, металл, вода. Каждая стихия выступала в двух состояниях, например: огонь домашний (очаг) и огонь стихийный (природный), земля дикая и земля возделанная. Стихии в двух качествах составляют десять ветвей. Цикл делился на двенадцать периодов — «зеленых ветвей», названных в честь животных: мышь, корова, тигр, заяц, дракон, змея, лошадь, овца, обезьяна, петух, собака, свинья. Для обозначения года использовались данные небесной и земной ветвей (например, огненного тигра, дерева и петуха). Такой тип календаря просуществовал вплоть до 1949 г. и был заменен на григорианский, хотя многие события в Китае продолжают праздновать по старому стилю.

## ИНДИЙСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Большинство индийских календарей — лунно-солнечные, однако наиболее распространенным было деление года на шесть сезонов: весна (васант), жаркий сезон (гришма), сезон дождей (варша), осень (шарат), зима (хеманта), холодный сезон (шишира). Год состоял из 365 (366) дней и делился на 12 месяцев (от 29 до 32 суток). Один раз в три года добавлялся дополнительный 13-й месяц. С 22 марта 1957 г. в Индии был введен Единый национальный календарь, счет дней в нем ведется по зре Сана, началом года является день, следующий за днем весеннего равноденствия. Год делится на 12 месяцев.

## КАЛЕНДАРЬ МАЙЯ

Согласно данным историков, майя использовали три типа календаря. Первый — короткий (260-дневный) — назывался «цолькин». Он состоял из 13 двадцатидневных месяцев и делился на 13-дневные недели, каждый день которых имел свое название: 1 — имиш, 6 — кими, 20 — ахау. Второй календарь — «тун» — отражал длинный 360-дневный год и использовался редко. Третий, сельскохозяйственный — «хааб» — был самым распространенным. Год в нем начинался 16 июня и состоял из 18 месяцев по 20 дней каждый, плюс 5 дополнительных, посвященных богам, дней. Календарь древних майя был одним из самых точных в истории человечества.

## СЛАВЯНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Информации о древнеславянском календаре сохранилось мало, и она неоднозначна. Первоначально календарь у славян был лунным или солнечно-лунным, однако в дальнейшем он основывался на солнечных циклах. Год начинался весной и состоял из 12 месяцев: просинец, лютый, сухой, березозол (цветень), травень, изок (кузнечик, червень), липень, зарев (серпень), рюень, листопад, грудень, студень. Месяц делился на 5—7-дневную неделю, названия дней в ней имели порядковое значение: вторник — второй день, четверг — четвертый, пятница — пятый, и часто были посвящены различным богам (четверг — день Перуна, пятница — Мокоши). Год (лето) изначально делился на три сезона: весна (с 1 марта — 23 апреля до Купала 23—24 июня), осень (до конца октября-ноября) и зима. Серединой зимы было 11 февраля (праздник Велеса).

С принятием христианства стал применяться юлианский календарь, летоисчисление в котором велось от сотворения мира (5508 лет от сотворения мира до рождения Христова), хотя начало года продолжало вестись с 1 марта, как в дохристианской Руси. Однако с укреплением православия в повседневной жизни на первое место выходит церковный календарь, который ведется по церковным праздникам и по которому началом года считается 1 сентября. 19 декабря 1699 г. (1 декабря 1699 г.) Петр I ввел новый европейский календарь, в котором за отправную точку было взято Рождество Иисуса Христа. 25 января 1918 г. Декретом СНК введен «новый стиль» — григорианский календарь, ликвидировавший накопившееся отставание в 13 дней.

## ДРЕВНЕРИМСКИЙ И ЮЛИАНСКИЙ КАЛЕНДАРИ

Первоначально календарь римлян состоял из 304 суток, разбитых на 10 месяцев, которые обозначались порядковыми числительными (седьмой — сентябрь, восьмой — октябрь) или были названы в честь богов (майус — богиня Майя). В VII в. до н. э. римский царь Нумо Помпилий провел реформу, установив новый лунно-солнечный,

355-суточный календарь, разделенный на 12 месяцев (появились месяцы, посвященные богам Янусу — январию, и Фебруусу — февварию). Месяцы состояли из 29 и 31 дня (четные числа римляне считали несчастливыми). Первый день месяца назывался календы, 13 (15) — иды, три дня, предшествующие им, — кануны. Раз в два года добавлялся дополнительный месяц марцедониус.

В 45 г. до н. э. Гай Юлий Цезарь ввел новый солнечный календарь (разработанный Созигеном) с продолжительностью года в 365 суток, получивший название «юлианский». Для ликвидации отставания между новым и астрономическим годом к месяцу февварию в годы, кратные четырем, добавлялся еще один день — «виссекстус». Начало года переносилось на месяц январию.

Месяцы юлианского календаря: 1. Январий (31 сутки). 2. Февварию (29 или 30 суток). 3. Мартий (31 сутки). 4. Априлис (30 суток). 5. Майус (31 сутки). 6. Юний (30 суток). 7. Квинтилис (июлиус, 31 сутки). 8. Секстилис (августус, 31 сутки). 9. Сентябрь (31 сутки). 10. Октябрь (30 суток). 11. Ноябрь (31 сутки). 12. Декабрь (30 суток).

Юлианский календарь был принят на Никейском соборе в 325 г. н. э. христианской церковью и применялся с различными эрами («эра от сотворения мира», «от Рождества Христова») до XVI в.

## МУСУЛЬМАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

С появлением ислама на территории его распространения закрепился лунный календарь, в котором год состоит из 12 лунных месяцев продолжительностью 30 и 29 дней поочередно: мухаррам, сафар, раби I, раби II, джумада I, джумада II, раджаб, шаабан, рамадан, шавваль, зу-л-каада, зу-л-хиджа.

Общее количество дней в году — 354 с добавлением к последнему месяцу одного дня три раза за восемь лет («турецкий цикл») или 11 раз за 30 лет («арабский цикл»). Счет дней ведется семидневными неделями, началом суток считается время захода солнца. Исходным моментом мусульманского счета времени принято считать 16 июля 622 г. (пятница) — хиджру (время переселения пророка Мухаммеда из Мекки в Медину).

## ФРАНЦУЗСКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Календарь был введен декретом Конвента 5 октября 1793 г., в годы Великой французской революции. Отправной точкой летоисчисления стало 22 сентября 1792 г. — начало эры Республики. Год состоял из 12 месяцев: осенние (с 22 сентября по 20 декабря) — вандемер (виноградный), брюмер (туманный), фример (изморосный); зимние (с 21 декабря по 20 марта) — нивоз (снежный), плювиоз (дождливый), вантоз (ветренный); весенние (с 21 марта по 18 июня) — жерминаль (месяц прорастания), флораль (цветочный), прираль (луговой); летние (с 19 июля по 16 сентября) — мессидор (месяц жатвы), термидор (знойный), фрюктидор (плодоносный). Месяц составлял 30 дней и делился на декады. Для «выравнивания» календаря вводились дополнительные дни (санкюлоты). Сутки делились на 10 часов, час — на 100 минут, минута — на 100 секунд. Французский республиканский календарь был заменен в мае 1871 года на григорианский.

## ГРИГОРИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

К XVI в. в юлианском календаре накопилось много неточностей. Инициатором реформы выступила католическая церковь, т. к. для вычисления дня празднования Пасхи необходимо было привести в соответствие астрономический и юлианский календари. В 1582 г. католический Папа Григорий XIII провел реформу юлианского календаря. В ее

основе лежит проект итальянских математиков и астрономов Луиджи Лилио Гаралли и Христофора Клавиуса, перед которыми была поставлена задача вернуть начало весны к 21 марта, что было необходимо для расчета дня Пасхи, и устранить возможность такого расхождения в дальнейшем. В октябре 1582 г. был произведен переход на десять дней вперед — с 5 на 15 октября. Произошли изменения и в расчете високосных годов (високосными (366 дней) стали считать только те годы, которые делились без остатка на четыре и не делились на 100 или делились без остатка на 400). Новый календарный стиль оказался значительно точнее старого: ошибка в одни сутки в григорианском календаре накопится примерно за 2735 лет, в юлианском — за 128 лет. К началу XVII в. новый календарь был принят во всех католических государствах, в XVIII в. — в протестантских странах, к XX в. — в Греции, Турции, Египте, Китае. В настоящее время он стал основным международным календарем.

## ЦЕРКОВНЫЙ ПРАВОСЛАВНЫЙ КАЛЕНДАРЬ

Русская православная церковь (а также старообрядцы) в литургической жизни используют юлианский календарь (так называемый старый стиль). Начало церковного года — 1 сентября по юлианскому календарю, но фактический литургический год начинается с недели Пасхи. До XVIII в. в Московском государстве было принято летоисчисление «от сотворения мира» (5508 г. до н. э.). Новая эра — от «Рождества Христова» — ведется от предполагаемого года рождения Иисуса Христа (на Руси была введена Петром I в 1700 г.).

Наряду с юлианским календарем для определения так называемых переходящих праздников используется исчисление по дате Пасхи, сделанное на основании лунного календаря. Дата Пасхи может находиться в пределах с 4 апреля (22 марта) по 8 мая (25 апреля). Часть православных церквей (10 из 15 автокефальных православных церквей) используют новоюлианский (совпадающий в настоящее время с григорианским) календарь. Автономная Финская православная церковь является единственной, которая не только приняла григорианский календарь, но и празднует Пасху в один день с западными христианами.

# Религия

Первые религиозные представления у человека появились в эпоху палеолита. Первобытная религия принимала форму тотемизма, колдовства, обожествления сил природы (анимизма).

**Тотемизм** — одна из самых ранних форм религии. В ее основе лежит представление, что все члены рода происходят от определенного животного или растения — тотема. Люди верили, что вся их жизнь неразрывно связана с тотемом — покровителем. Пережитки тотемизма встречаются в религиях многих народов древнего Востока. В Древнем Египте, например, поклонялись шакалу, льву, крокодилу.

**Колдовство (шаманизм)** — вера в то, что человек может воздействовать на природу различными приемами и заклинаниями.

Постепенно развивалась и новая форма религии — **анимизм** (от лат. *anima, animus* — душа, дух) — культ природы. Человек стал поклоняться солнцу, земле, воде, огню, населив в своем воображении весь окружающий мир духами.

Развитие человека, усложнение его деятельности, социальных отношений привели и к усложнению религии, все большему ее влиянию на развитие общества. На данный момент сформировалось три основных, наиболее массовых религии: буддизм, христианство, ислам — и множество локальных религиозных направлений.

## Мировые религии

**Буддизм** — древнейшая мировая религия, которая возникла в Индии в VI в. до н. э. Впоследствии распространился по всей территории Юго-Восточной, Центральной Азии, Дальнему Востоку. Буддизм принято разделять на Махаяну и Тхераваду — так называемые Великую колесницу и Учение старейших. Основатель буддизма Сиддхартха Гаутама («потомок Готамы, успешный в достижении целей») стал именоваться Буддой («Пробудившимся»); Гаутаму также называют Сакьямуни, или Шакьямуни, — «мудрец из рода Сакья».

В основе буддизма лежит учение о Четырех Благородных Истинах: о страдании, о происхождении и причинах страдания, о подлинном прекращении страдания и устранении его источников, об истинных путях к прекращению страдания. Путь к достижению нирваны напрямую связан с тремя добродетелями: нравственностью, сосредоточением и мудростью — праджняй. Духовная практика прохождения по этим путям приводит к истинному прекращению страдания и находит свою наивысшую точку в нирване. С точки зрения буддизма жизнь неизбежно связана со страданием, причиной которого является жадность к чувственным наслаждениям. Для того чтобы избавиться от страданий, необходимо освободиться от этой жадности и достичь нирваны — вечного покоя.

**Ислам** — самая молодая из трех основных религий мира, сформировалась под значительным влиянием христианства и иудаизма на территории Аравийского полуострова. Священная книга мусульман — Коран, в котором изложены главные принципы ислама. Основные положения этой религии: вера в единого, вечно существующего Бога-Аллаха и поклонение Мухаммеду, его пророку; вера в загробную жизнь и бессмертие души. Пять основных правил для верующих: вера в единственного Бога Аллаха и его пророка Мухаммеда, пятикратная ежедневная молитва, милостыня в пользу бедных; обрезание, соблюдение поста в месяц рамадан, паломничество в Мекку. В исламе нет системы посредников между Аллахом и верующими, нет и института церкви, как в христианстве. Общественная жизнь регламентируется сводом законов, базирующихся на Коране и суннах, — шариатом. За время его существования в исламе возникло множество течений: сунниты, шииты, исмаилиты, ваххабиты, суфисты.

**Христианство** — самая крупная из религий по количеству последователей — около 2 млрд человек. Эта религия возникла в I в. н. э. в среде иудеев. Главным источником христианства является Священное Писание — Библия, состоящая из Ветхого и Нового Заветов. В основе этой мировой религии лежит постулат об Иисусе Христе как Богочеловеке, Мессии, втором лице в Божественной Троице (Бог Отец, Бог Сын, Бог Дух Святой); крестной жертве, искупившей людские грехи; воскрешении Христа; будущем воскрешении мертвых и вечной жизни после этого; о необходимости действий, сообщающих Божью благодать (таинствах). В процессе становления и развития христианства в нем возникали различные течения. Самые крупные расколы (схизмы) произошли в 1054—1204 гг.: на Восточную (Православную) и Западную (Католическую) церкви, а в XVII в., в ходе Реформации, — на католическую и протестантскую. Различия между ветвями христианства состоят не в основополагающих моментах, а в трактовке некоторых догматов и в отдельных особенностях ведения обрядов.

*Православная (Восточная) церковь* сформировалась в результате раскола христианства в XI—XIII вв. Причинами разделения были: раскол Римской империи на Западную (центр — Рим) и Восточную (центр — Константинополь); разные исторические и экономико-политические условия развития регионов; борьба за главенство в церкви. В православии нет единого центра, и оно состоит из множества автономных национальных церквей. Основные отличия православия от католицизма в догматике и каноне: исхождение Духа Святого только от Бога Отца; отказ от догматов о непогрешимости первого лица церкви, в католицизме, в отличие от православия, существует догмат о непорочном зачатии Девы Марии и ее телесном вознесении, а также о чистилище. Ведение обрядов в православии происходит на старославянском или национальных языках по греческому образцу, крестятся сверху вниз и справа налево тремя перстами (после никонианских реформ) в знак почитания триединства Бога и т. д.

*Католицизм* (от греч. «всеобщий») формировался как гибкая система, которая изначально имела единый центр и часто выступала как политическая сила, вмешивающаяся в государственные дела и имеющая независимые военные формирования — рыцарские ордена. Католическая церковь имеет единый центр — Ватикан и единого главу — Папу, выступающего как непогрешимая высшая инстанция в делах веры. Богослужение ведется на латыни. Ряд догматов и форма богослужения отличаются от православия: католическая религия считает, что Святой Дух исходит не только от Бога Отца, но и от Бога Сына, признает постулат о непогрешимости Папы Римского и верховенстве его над всеми христианами; существует догмат о непорочном зачатии Девы Марии, а также ее телесном вознесении, признается наличие чистилища. Католики крестятся сверху вниз слева направо пятью перстами в знак памяти о пяти язвах Христовых, которые он получил, когда был распят на кресте. В католицизме при прощении грехов важную роль играют дела верующего.

*Протестантизм* — направление в христианстве, возникшее из католицизма в XVI в. в ходе Реформации. Под этим названием объединяется большое количество церквей и сект. В целом для протестантизма характерен отказ от сложной католической иерархии, отсутствие посредников между Богом и верующими (института священничества), монашества, celibата; упрощенная система богослужения (отсутствие икон, пышного убранства); уменьшение количества таинств (два, а не девять, как у католиков и православных). Организационно это религиозное направление не имеет единого центра управления, а по форме варьируется от государственного учреждения до полного отсутствия объединяющих организаций.

## Основные религиозные течения, церкви, секты

**Баптисты** (от греч. «крещение») — одно из крупнейших протестантских направлений, возникшее в Англии в первой половине XVII в. Основателями первых баптистских церквей считают английских проповедников Смита и Гельвеса.

В основе учения баптистов лежат следующие положения: признание Священного Писания единственным авторитетом в делах веры и практической жизни; крещение через погружение проходят только взрослые, способные засвидетельствовать свою личную веру в Христа; автономия церковных общин; равноправие членов общины и избрание из их среды пресвитеров и дьяконов (священство всех верующих); Церковь и государство должны быть разделены в своих функциях. Баптисты не признают таинства, рассматривают крещение, причащение (хлебопреломление) и рукоположение как обряды, не имеющие мистического смысла.

Географически баптизм представлен очень широко и имеет множество направлений.

**Джайнизм** (от санскр. «победитель») — одна из основных религий Индии, возникла в VI в. до н. э. на северо-востоке Индостана. Создателем этого учения считается пророк Джину (Вардхамана). В основе учения лежит понятие вечной души, которая, вселяясь в различные материальные тела, проходит перерождения по законам кармы. Целью джайнизма является через личную веру, аскетизм и интуитивное познание (правильная вера, правильное поведение, правильное познание) превратить процесс перерождения и достичь нирваны. Согласно этому учению, душой обладают все, поэтому в основе праведного пути лежит доктрина ахимсы, т. е. неубийства любого существа. Джайнизм признает равенство всех людей независимо от касты или пола. Он имеет два течения: либеральное (шветамбры) и консервативное (дигамбры). На данный момент насчитывается около 3 млн последователей этой религии.

**Зороастризм** — возник в VI в. до н. э. в древней Персии и имеет много различных названий: маздаизм (наиболее древнее название), авестизм (по названию священного писания), зороастризм (по имени пророка и основателя), огнепоклонство (по характерным особенностям обрядов), парсаизм (парсы — название его современных последователей в Индии). На данный момент последователей зороастризма осталось немного — около 200 тыс. (в основном в Индии и Иране). Религия эта почти не сохранилась в своем первоначальном виде.

Родина зороастризма — Иран (Персия). Основатель зороастризма — Заратустра (по-древнегречески — Зороастр). Основная книга — «Авеста» — написана на мертвом авестийском языке. Согласно учению Заратустры, мир есть борьба добра и зла, а все царство богов довольно четко делится на две группы: добрые, созидательные боги (агуры) и злые, разрушительные (дэвы). Во главе добрых богов стоит Ахурамазда («господь премудрый»), он изображается в виде совершенного человека — царя с крыльями птицы, перья которой символизируют солнечные лучи. Агриман, возглавляющий дэвов, расколол единый мир на два начала — доброе и злое. Эта борьба закончится с приходом Спасителя — Саошьянта, сына Заратустры. Он воскресит мертвых, победит Агримана, после чего наступит очищение мира. Люди, принимая участие в борьбе двух божественных начал, своими поступками выбирают, на чью сторону им становиться. В зороастризме существовало учение о конце света, о потустороннем мире, о рае и аде. Персы верили, что душа умершего отделяется от тела и улетает в легкий воздушный эфир, где возвышается сияющий «мост ветров». Затем на вершине высокой горы бог Митра с другими богами судит новопрившедшего. На весах точнейшим образом взвешиваются его добрые и злые дела. Затем душа будет переходить через узкий мост, и если человек не заслужил рая, она упадет в ад, а если заслужил, то вскоре окажется в благоуханном краю, но впереди всех ждет Страшный суд и воскрешение из мертвых (после прихода Спасителя). Грешники же будут полностью уничтожены в конце света вместе с Агриманом.

Религия зороастризма оказала огромное влияние на духовную жизнь многих народов, в первую очередь европейских.

**Иудаизм** — одна из древнейших монотеистических национальных религий, которая начала формироваться в I в. до н. э. в Палестине среди еврейского народа. Главными каноническими текстами, регламентирующими не только религиозную практику, но и бытовую и социальную сферы жизни иудеев, являются Тора («Пятикнижие Моисея») и комментарии к ней — Талмуд («Закон»). Основные постулаты иудаизма: всемогущество единого бога Яхве, приход Мессии, бессмертие души, воскрешении из мертвых в конце дней, богоизбранность еврейского народа. В процессе развития в этой религии возникают отдельные течения: караимы, каббала, хасидизм.

Сейчас в мире насчитывается более 18 млн последователей иудаизма.

**Кальвинизм** — направление протестантизма, возникшее в XVI в., в период Реформации. Основатель — Ж. Кальвин; место возникновения — Женева. Это течение протестантизма распространено в Англии, Нидерландах, Франции, Германии, Венгрии, США, Польше. Во главе церковной общины стоят старейшины (пресвитеры), избираемые из членов общины, и проповедники, все они составляют консисторию. Главное в кальвинизме — учение об абсолютном предопределении и о божественном немешательстве в жизнь мира. Согласно ему, Бог еще до сотворения мира предопределил судьбу каждого человека и этот приговор неизменен, но доказательством избранности человека являются успехи в жизни и профессиональной деятельности. Спасение возможно только в рамках церкви.

Сейчас насчитывается приблизительно 45 млн приверженцев этого направления.

**Квакеры** («Религиозное общество друзей») — протестантское направление, возникшее в Англии в середине XVII в., основатель — проповедник Джордж Фокс. В основе учения квакеров лежит доктрина «внутреннего света», или «внутреннего голоса». Считается, что глас Божий прямо обращается к душе, и поэтому его рассматривают как высшую инстанцию для человека. В связи с этим не нужны посредники между людьми и Богом, не нужны сложные богослужбные обряды. Последователи этого учения признают причастие, но без внешних атрибутов (хлеба, вина), проповедуют аскетический образ жизни, пацифизм.

Наибольшее распространение квакерское движение получило в США, Великобритании, Кении, Перу. Общая численность — более 500 тыс. человек.

**Конфуцианство** — религиозное направление, возникшее в VI—V вв. до н. э. в Китае. Основатель — философ Кун Фу Цзы (Конфуций). Основные положения изложены в трактате «Лунь-юй» («Беседы и суждения»). Исходное положение конфуцианства — концепция неба (Тянь) и небесного веления — судьбы. В природе человека, данной небом, содержатся в равной степени как человечность (жень), так и жадность, и только посредством воспитания и праведных поступков его природа становится доброй и совершенной. Направлять воспитание людей должен правитель («сын неба»), т. е. его власть дарована свыше и священна. С 136 г. конфуцианство становится официальной доктриной в Китае и остается ею почти две тысячи лет. Сам Конфуций обожествлен, и с 224 г. ему строят храмы и приносят жертвы. За этот период конфуцианство стало определяющим в общественной жизни Китая.

**Лютеранство** («евангельские христиане») — одно из главных направлений протестантизма. Основатель — Мартин Лютер (1483—1546 гг.), профессор Виттенбергского университета. Основные положения (изложены в «Книге согласия»): богочеловеческая природа Иисуса Христа; концепция первородного греха, который может быть преодолен только действием благодати, выраженной в вере. Лютеране отвергают чистилище, монашество, институт священников и церковную иерархию, поклонение святым и их мощам. Признают только два таинства — крещение и причастие. Существует несколько независимых крупных церковных объединений лютеран: Всемирная лютеранская федерация, Лютеранский совет, Лютеранская конфедерация.

География распространения: Германия, США, Швеция, Финляндия, Норвегия, Индонезия, Танзания, Бразилия, Эстония, Латвия. Всего в мире насчитывается около 80 млн последователей этого учения.

**Методисты** — протестантское течение, основанное в Англии в начале XVIII в. братьями Джоном и Чарльзом Уэсли, студентами Оксфордского университета, как реформаторское движение внутри англиканской церкви. Окончательно сформировалось в 1791 г. Главные положения изложены в форме 25 статей (сокращенный вариант 39 статей англиканства). Методисты убеждены, что все люди могут быть спасены че-

рез веру и покаяние, любой человек может самосовершенствоваться всю жизнь, стремясь к идеалам христианства, а путем их достижения является Священное Писание, методичная работа и дисциплина.

Методистская церковь работает в 80 странах и насчитывает около 40 млн верующих (самая большая группа насчитывается в США).

**Общество свидетелей Иеговы** — создано в 1872 г. в США Чарльзом Тейзом Расселом. Основной печатный орган — журнал «Сторожевая башня». Главные постулаты иеговизма: в мире происходит извечная борьба между богом Иеговой и сатаной, которая закончится последней битвой — Армагеддоном, в ходе которой погибнут все (душа не бессмертна), воскрешены будут только праведники, а избранные 144 тыс. последователей иеговизма получают вечную жизнь на небесах и право на правление миром. Христос не является Богом, он сотворен небесным Отцом, как и все ангелы, и стал Мессией, когда Иоанн Креститель крестил его и на него сошел Святой Дух. Иеговисты отрицают постулат о Троице, не признавая божественной сущности Святого Духа.

На сегодня в мире насчитывается более 3 млн последователей Общества свидетелей Иеговы.

**Сикхизм** (от пендж. «последователь») — одна из основных религий в Индии, появилась в Пенджабе (Северо-Западная Индия) в конце XVII в. Основатель — гуру Нанак (1469—1539 гг.) из Лакхора. Основы вероучения сикхизма изложены в книге «Ади грантх» («Изначальная книга», другое название — «Гуру Грантх») — главным объекте религиозного почитания. Сикхизм — монотеистическая религия, не признающая кастовости, духовенства и пышности обрядов, в ее основе лежит положение о внутренней вере и свободе воли. С точки зрения сикхизма Бог определяет рамки существования, а дорогу в пределах этих рамок определяет сам человек. В каждом человеке есть Бог и есть возможности духовного роста и развития. Праведность — это достижение гармонии духа, она освобождает человека от цикла перерождений. После смерти душа человека не переходит никуда, а просто растворяется в Природе и возвращается к Творцу, сохраняется, как все сущее.

Внешними атрибутами сикха являются 5 предметов: кеш (нетронутые волосы, спрятанные под чалму), гребень, поддерживающий волосы, стальной браслет, нижнее белье, меч или кинжал.

Сикхская религиозная община (пантх) насчитывает около 16 млн членов.

**Синтоизм** (от япон. «путь богов») — национальная религия Японии. Современный синтоизм возник в результате объединения верований, для которых характерно обожествление природы, элементы буддизма и конфуцианства.

В отличие от других религий, в синтоизме нет основателя, нет канонических текстов (источниками японских религиозных традиций являются книги «Кодзаки» («Записки о делах древности») и «Нихонги» («Японские хроники»).

В основе синтоизма лежит культ духов природы — ками во главе с богиней Солнца Аматэрасу, с которыми человек сосуществует в одном мире и в разряд которых может переходить после смерти. Синтоисты считают, что спасение достигается в этом мире путем духовного соединения с божеством с помощью обрядов и молитв. К синтоистским обрядам относятся очищение, жертвоприношение, молитва и возлияние. Для синто характерно обожествление императорской власти (первый император — внук богини Аматэрасу), но с 1945 г. культ микадо упразднен. С 1868 по 1946 гг. синтоизм являлся государственной религией Японии.

**Старообрядцы (староверы)** — общее название групп и церквей христианского толка, не признавших реформ патриарха Никона, проведенных в XVII в. в России, и ушедших в оппозицию к официальной православной церкви.

Делятся на ряд направлений: беспоповцы, поповцы (признают необходимость священников), беглопоповцы. Принципиальных различий между старообрядцами и РПЦ нет — все они касаются только обрядов и нюансов в толковании богослужебных книг: крещение двумя перстами, восьмиконечный крест, написание имени Иисус (в РПЦ — Иисус), форма поклонов, количество просфор (семь просфор, а в официальной — пять) и т. д. Общая численность староверов — около 3 млн человек, большинство живет в России.

**«Христианская наука»** — религиозная организация протестантского толка, создана Мэри Бекер Эдди на базе идей американского гипнотизера Ф. Куимби.

Основная идея: единственное, что существует, — Бог, материальность мира — иллюзия. Способом избавиться от иллюзорных болезней и страданий являются вера в Бога и дисциплина, а любое вмешательство науки приводит только к усилению страданий и даже смерти.

Считывается приблизительно 350 тыс. верующих, главным образом в США.

**Шииты** (от араб. «приверженцы») — вторая по численности последователей ветвь ислама, возникла в 67 г. н. э. Причина появления этого течения — борьба за власть между преемниками Мухаммеда (шииты — сторонники зятя пророка, Али). Основное отличие шиитов — признание «божественности» имамата (верховой власти), которая закреплена только за родом Али, и только они являются посредниками между Аллахом и людьми, наделены сверхчеловеческими качествами. Шииты делятся на два крыла: умеренных и крайних (исмаилиты).

Последователи данного учения составляют приблизительно 10 % от всех мусульман, географически — большинство населения в Иране, половина жителей Ливана и Бахрейна.

## Религиозные обряды и праздники

### ПРАВОСЛАВИЕ

**Пасха** — главный христианский праздник, установленный в честь чудесного воскрешения распятого на кресте Иисуса Христа, о чем повествуется в Евангелиях. Отмечается в первое воскресенье после весеннего равноденствия и полнолуния. Для вычисления дат празднования составляются таблицы (пасхалии). У православных церквей Пасха приходится на период между 22 марта и 23 апреля по юлианскому календарю.

**Рождество Христово** — один из главных христианских праздников, установленный, согласно церковному вероучению, в честь рождения Иисуса Христа. Празднуется 25 декабря по юлианскому календарю (7 января по григорианскому календарю).

**Крещение Господне** — праздник в память о крещении Иисуса Христа Иоанном Крестителем в реке Иордан. Другое название — Богоявление — происходит от того, что на Иисуса сошел Святой Дух в виде голубя. Отмечается 19 января.

**Сретение** — праздник в честь встречи (сретения) 40-дневного младенца Иисуса, принесенного родителями в храм, со старцем Симеоном. Отмечается 15 февраля.

**Благовещение Богородицы** — праздник установлен в честь сообщения архангелом Гавриилом Деве Марии благой вести о грядущем рождении Сына Божьего Иисуса Христа. Празднуется 7 апреля.

**Вход Господень в Иерусалим (вербное воскресенье)** — праздник в честь прибытия Иисуса в Иерусалим. Народ, приветствуя его, бросал на дорогу пальмовые ветви (на Руси они были заменены вербой). Празднование проходит в последнее воскресенье перед Пасхой.

**Вознесение Господне** — праздник в честь вознесения Христа на небо. Отмечается на 40-й день после Пасхи.

**Троица (Пятидесятница)** — праздник в честь сошествия Святого Духа на апостолов. Отмечается на 50-й день после Пасхи.

**Преображение** — праздник в честь преобразования Иисуса Христа, явившего ученикам незадолго до голгофских страданий свою божественную природу. Празднуется 19 августа.

**Успение Богородицы** — праздник, установленный в память о кончине (успении) Божьей Матери. Отмечается 28 августа.

**Рождество Богородицы** — праздник в честь рождения Девы Марии — матери Христа. Отмечается 21 сентября.

**Воздвижение креста Господня** — праздник в честь воздвижения в IV в. над толпой верующих креста, на котором был распят Христос, матерью римского императора Константина Еленой. Отмечается 27 сентября.

**Покров Пресвятой Богородицы** — праздник в память о явлении около 910 г. во Влахернском храме в Константинополе Богородицы, простирающей свой покров над всеми верующими. Отмечается 14 октября.

**Введение во храм Богородицы** — праздник в память о торжественном вступлении трехлетней Марии (будущей матери Иисуса) в Иерусалимский храм, куда она была отдана родителями на воспитание. Отмечается 4 декабря.

**Обрезание Господне** — праздник в память о принятии младенцем, рожденным Марией, обрезания и получении имени Иисус. Отмечается 14 января.

**Рождество Иоанна Предтечи** — праздник в память о рождении Предтечи и Крестителя Господня Иоанна. Празднуется 7 июля.

**Посты** — воздержание на определенный срок от приема всякой пищи или ее отдельных видов.

Многодневные посты:

— Великий пост начинается с понедельника после сыропустной недели (Масленицы) и продолжается около 7 недель вплоть до Пасхи;

— Петров пост начинается в первый понедельник после Духова дня и заканчивается 29 июня, в день святых Петра и Павла;

— Успенский пост — 15 дней перед праздником Успения;

— Рождественский пост — 40 дней перед Рождеством Христовым.

Однодневные посты проводятся в течение всего года, за исключением сплошных седмиц и Святков, а также в Крещенский сочельник, в день усекновения главы Иоанна Крестителя, в праздник Воздвижения креста Господня.

## ИСЛАМ

**Чтение Корана.** Коран — священная книга мусульман, и, по их убеждению, он охраняет от зла. Чтение Корана угодно Богу, защищает и направляет верующего на правильный путь. Поэтому в мусульманских странах все значительные события в жизни, общественные мероприятия и праздники открываются чтением Корана.

**Молитва (намаз, саят).** Обязательно ежедневное пятикратное моление. Первое — утренняя молитва (саят ассух) — совершается от рассвета до восхода солнца и состоит из двух так называемых рак-атов, т. е. поклонений, падений ниц; вторая — полуденная (саят асазухр) — из четырех рак-атов; третья — вечерняя (саят аль-аср) — совершается во второй половине дня до заката солнца, состоит из четырех рак-атов; четвертая — при заходе солнца (саят аль-магриб) — и пятая — в начале ночи (саят аль-иша) — состоят из трех рак-атов. Совершать намаз можно в любом месте, но ему обязательно

должно предшествовать ритуальное омовение — тахара. Лучшее место для молитвы — мечеть, молитвой там руководит имам. Полуденная молитва в пятницу должна совершаться в мечети.

**Обрезание крайней плоти (суннат)** — обряд обрезания крайней плоти, которому подвергаются мусульмане в младенческом возрасте.

**Милостыня.** Мусульмане верят, что милостыня освобождает от греха и способствует достижению райского блаженства. Она имеет две формы: «закят» — государственный налог, выплачиваемый натурой, и «садака» — добровольное пожертвование («милостыня по внезапному побуждению») в пользу храма, нищего или калеки.

**Паломничество (хадж).** Паломничество в святые места (Мекку и Медину) не является обязательным обрядом, но каждый совершеннолетний мусульманин должен стремиться к совершению хаджа хотя бы один раз в жизни. В случае невозможности по каким-либо причинам совершить хадж разрешается посылать вместо себя других лиц.

**Курбан-байрам (Ид аль-Адха)** — праздник жертвоприношения ради единого Бога, отмечается на десятый день месяца зул-хиджа. В этот день имеющие возможность режут жертвенное животное: барана, верблюда или корову. Празднуется в течение трех дней.

**Праздник разговения (Ид аль-фитр, Ид ас-сагир или Ураза-байрам).** Праздник разговения отмечается по завершении поста в священный месяц рамадан. Праздник длится три дня и сопровождается угощением, раздачей пожертвований.

**Ночь Предопределения (Ляйлят уль-Кадр).** Мусульмане верят, что в эту ночь небесный подлинник Корана из-под престола Господа был перенесен Джабраилом на ближайшее к земле небо, и уже отсюда его содержание постепенно передалось пророку Мухаммеду. Эта ночь (27 рамадана) и другие ночи, предшествующие празднику разговенья, называются ночами бодрствования, когда мусульмане обращаются к Всевышнему с просьбой о милостях. Ляйлят уль-Кадр принято проводить в мечети, читая Коран и молитвы.

**Мирадж (Ляйлят уль-Исра валь-Мирадж)** — праздник установлен в честь ночи путешествия пророка Мухаммеда из Мекки в Иерусалим, а также вознесения его на небо. Мирадж отмечается 27 раджаба (7-й месяц мусульманского лунного календаря).

**Ашūra (Шахсей-вахсей)** — день скорби у мусульман-шиитов в память о смерти имама Хусейна, сына Али, внука пророка Мухаммеда. Он проходит в десятый день месяца мухаррама.

**Мавлюд** — праздник установлен в честь дня рождения Мухаммеда. Этот праздник отмечается 12 раби аль-аввала. Он сопровождается чтением молитв и проповедей в мечетях и домах верующих, угощениями и подношениями духовенству.

**Пятница** — этот день считается у мусульман днем отдыха и празднуется еженедельно.

## ИУДАИЗМ

**Пасха** — наступление весны и освобождение из египетского плена (праздник исхода евреев из Египта).

**Шебуот (Пятидесятница)** справляется на 50-й день после второго дня Пасхи. Шебуот — праздник в память о даровании Торы на горе Синай пророку Моисею через семь недель после исхода.

**Суккот (праздник кущей)** посвящен сбору осеннего урожая и установлен в память о странствовании по пустыне, «когда сыны Израиля жили в шатрах». Иудеи читают молитвы, во время которых в руках держат ветвь финиковой пальмы, две веточ-

ки ивы, три веточки мирта и этрог — особый сорт лимона. Этот букет — символ единства еврейского народа.

**Симхат-Тора (радость Торы)** — последний день праздника Суккот. В этот день заканчивается годичный цикл публичного (в синагогах) чтения Пятикнижия и начинается его повторное годичное чтение. В синагогах совершаются торжественные процессии со свитками Торы в руках и с пением хвалебных псалмов в адрес бога Яхве.

**Судный день (Йом-кипур)** — день покаяния, следующий день после Нового года (рош-гашана). Отмечается в сентябре. В Судный день все жители мира как бы проходят перед богом Яхве, а он, вникая во все дела людей, выносит приговор каждому человеку в отдельности «по заслугам».

**Ханукка (праздник огней)** — праздник в честь победы над войсками Антиоха и установления свободы вероисповедания для иудеев.

**Пурим** — праздник в честь спасения еврейской общины Персии в IV в. до н. э. от уничтожения.

**Тиша бе Ав** — день траура в память о разрушении первого и второго храмов.

**Молитва** — обязательный ежедневный обряд в иудаизме. Считается, что иудей каждый свой шаг с момента пробуждения должен сопровождать восхвалениями Божьей милости. Они дополняются формальными богослужениями, которые совершают в синагоге. Во время молитвы надевают специальное молитвенное покрывало, берут талес и тфиллин — две маленькие коробочки, в которых содержатся священные тексты. С помощью ремешков их прикрепляют особым образом ко лбу и к левой руке.

**Обряд капорес** — совершается в ночь накануне Йом-кипура и состоит в том, что мужчина трижды вертит над своей головой петуха (женщина — курицу), произнося три раза молитву.

**Обряд лулав** — проводится во время молитвы в дни праздника кущей (Суккот): верующий должен призывать ветер и дождь, держа в одной руке пальмовую ветвь, перевязанную тремя миртовыми и двумя ивовыми ветками (лулав), а в другой — этрог (особый сорт лимона).

**Обряд ташлик.** В день рош-гашан верующие собираются у реки, молясь и читая священные тексты, освобождаются от грехов, бросая в реку хлебные крошки.

**Кошер и треф.** Согласно иудейскому вероучению еда делится на кошерную (еда, отвечающая требованиям кашрута — еврейских законов об употреблении пищи) и трефную. Так, например, кошерной пищей будет только мясо четвероногих жвачных животных, имеющих раздвоенные копыта, которых забили и разделали по специальным правилам.

**Обрезание** — символизирует договор между Богом и народом Израиля и является обязательным для каждого новорожденного мужского пола.

**Омовение.** Верующие иудеи накануне субботы и других религиозных праздников должны совершить омовение в микве — специально оборудованном бассейне с дождевой или ключевой водой, предвзявая каждую молитву омовением рук.

## Пантеоны богов

### БОГИ ЕГИПТА

**Амон** — бог солнца. Его священным животным считается баран с закрученными рогами.

**Анубис (Анпу)** — бог мертвых, обычно изображается в виде собакоголового существа. Взвешивает сердца на Суде мертвых.

**Апис** — первоначально считавшийся символом плодородия, позже стал богом мертвых. Изображался в виде быка.

**Апоп** — демон в виде змея. Символ могущественных сил тьмы.

**Атон** — единый бог солнечного диска. Изображался в виде человека с головой сокола или солнечного диска с руками-лучами.

**Атум** — бог хаоса, из которого вышло все сущее. Изображался в образе скарабея, горы или змеи.

**Бес** — бог семьи и дома, веселья и одежды, карлик в львиной маске с перьями на голове.

**Геб** — бог земли, отец богов, изображается в образе человека; его знак — гусь.

**Гор** — бог неба, утреннего солнца. Почитался в образе крылатого солнца, сокола с распростертыми крыльями.

**Именхотепи** — бог медицины и здоровья.

**Маат** — олицетворяла понятия права и порядка. Изображалась сидящей, со страусиными перьями на голове. Судьи считались священниками Маат.

**Мафдет** — богиня судебной власти.

**Монту** — бог войны. Изображался в виде человека с головой сокола, увенчанной короной с двумя перьями и солнечным диском. Священное животное Монту — сокол.

**Нейт** — богиня войны, умерших, ткачества.

**Нефтис** — богиня очага и гробниц.

**Нут** — дочь бога воздуха Шу и супруга бога земли Геба, мать бога солнца — Ра. Изображалась как женщина, которая согнулась над землей, касаясь руками и ногами горизонта.

**Пта** — бог ремесла, создавший мир.

**Ра** — бог солнца, изображался в виде сокола, огромного кота или человека с соколиной головой, увенчанной солнечным диском.

**Серкет** — покровительница мертвых, дочь Ра, помогающая ему поражать врагов. Ее священное животное — скорпион.

**Сет** — бог пустыни, олицетворение злых сил.

**Сехмет** — богиня войны, изображается в виде львицы или женщины с львиной головой.

**Сешат** — богиня искусства письма.

**Собек (Сухос)** — бог воды (из его пота образуется Нил), изображался в виде крокодила с солнечным диском на голове.

**Тефнут** — лунный глаз бога Ра, почиталась в образе фламинго.

**Тот** — бог луны, времени, помощник умерших. Его атрибуты — письменные принадлежности и пальмовая ветвь. Изображался в виде павиана или ибиса.

**Упуат** («открыватель пути») — бог победоносной войны, страж умерших. Его атрибуты — булава и лук.

**Хапи** — бог Нила. Изображался тучным человеком с большим животом и женской грудью, с тиарой из папирусов и сосудами с водой в руках.

**Хатор** — в древние времена богиня неба, считалась матерью бога солнца — Гора, богиня танца, музыки и любви. Изображается в виде коровы или женщины с коровьими рогами на голове и солнечным диском между ними.

**Хнум** — страж родников Нила, творец, создавший богов. Почитался в образе барана или человека с головой барана.

**Хонс** — бог луны.

**Шу** — бог воздуха, изображался в человеческом облике со своим знаком-картинкой или с львиной головой.

## БОГИ ДРЕВНЕГО РИМА

**Анна Перенна** — богиня наступающего нового года.

**Бахус** — бог-покровитель виноградников, виноделия и вина.

**Беллона** — богиня войны и подземного мира, дочь Марса.

**Венера** — покровительница цветущих садов, богиня весны, любви, плодородия, страсти. Сын Венеры — бог любви Амур.

**Вертумн** — бог смены времен года и превращений, которые происходят с земными плодами. Вертумн посылал на землю цветение весны, летнюю жатву и осеннее изобилие плодов.

**Веста** — богиня священного очага, дома. Изображалась с лицом, закрытым покрывалом, с чашей, факелом, скипетром и палладием.

**Виктория** — богиня победы.

**Вулкан** — бог огня, очага, покровитель кузнецов и ювелиров.

**Гений** — дух-хранитель, преданный человеку, предмету и местности, ведает появлением на свет своих «подопечных» и определяет характер человека или атмосферу местности. Божество, сопровождающее римлянина в течение всей жизни. Поэтому в день своего рождения или после значительного события в жизни каждый римлянин приносил своему гению жертвы — цветы, плоды и возлияния. После смерти человека его гений оставался на земле, возле его могилы.

**Диана** — богиня-покровительница животных, цветущих полей, зеленых рощ и лесов, богиня Луны и подательница света и жизни.

**Купидон** — бог любви.

**Лары** — домашние боги, хранители домашнего очага и припасов. Изображались в виде двух юношей с собакой.

**Лемуры** — злонамеренные духи мертвых.

**Либитина** — богиня похорон.

**Майя (Майеста)** — покровительница плодородной земли.

**Мания** — богиня неистовства, безумия, страсти, преследует людей, преступивших установленные законы и обычаи. Способна ослепить человека, довести его до душевной болезни.

**Марс** — бог войны, весны, земледелия, пастушества и мужской мощи, считался отцом римского народа (Ромул со своим братом-близнецом Ремом были сыновьями Марса). Именем Марса назван третий месяц года — март. Спутники Марса: супруга Нериена (сила), Паллор (бледность) и Павор (ужас). Символом Марса было копье.

**Меркурий** — бог торговли, покровитель ремесел и искусств, знаток магии, астрологии.

**Минерва** — богиня искусства, науки, литературы, медицины, покровительствовала городам и ремеслам, дочь Юпитера. Минерва входила в божественную трицу, куда, кроме нее, включали Юпитера и Юнону.

**Нептун** — бог и владыка моря.

**Опс** — богиня посевов и урожая, жена Сатурна.

**Орк** — божество смерти.

**Плутон** — бог и владыка царства мертвых.

**Помона** — богиня плодовых деревьев, жена Вертумна.

**Приап** — бог плодородия, страж садов, родников, покровитель рыбаков и матросов. Приап почитался в виде древесного сучка и осла.

**Сатурн** — бог времени, посевов, первый дал людям пищу, обучил ремеслам и привил ими во времена «золотого века».

**Сильван** — покровитель леса, оберегал стада, пасущиеся в лесах. Его спутником был пес.

**Теллура** («светлая богиня») — мать-земля, олицетворяла плодородную землю, на которой произрастает все, что нужно человеку для существования, владычица землетрясений и властительница живых и мертвых.

**Фавн** — бог лесов, рощ и полей, защитник стад. Считался лукавым духом, воровавшим детей, насылавшим болезни и кошмары.

**Фавна** — богиня полей и садов, покровительница женщин, жена бога Фавна.

**Флора** — богиня распускающихся цветов, садов.

**Фонс** — бог фонтанов и бьющих из-под земли родников. В честь Фонса в октябре устраивались празднества — фонтналии.

**Фортуна** — богиня счастья, случая и удачи, защитница женщин. Фортуну изображали с рогом изобилия и веслом на шаре или колесе с повязкой на глазах.

**Церера** — богиня жатвы, покровительница плодородия.

**Эскулап** — бог врачевания, сын Аполлона.

**Юнона** — супруга Юпитера, царица неба, богиня плодородия, погоды, грозы, дождей, покровительница женщин, хранительница брачных союзов, помощница при родах.

**Юпитер** — верховное божество, бог неба, порядка, закона, суда, грозы, молнии.

**Янус** — бог неба и солнечного света, времени, покровитель дорог и путников, страж небесных врат, владыка всех начал и начинаний. Под его покровительством находились все входы и выходы. Ему был посвящен первый месяц года и первый день года. Янус изображался с двумя лицами, которые смотрели в противоположные стороны: одно — в прошлое, другое — в будущее.

## БОГИ ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ

**Аид (Гадес)** — сын Кроноса и Реи, брат Зевса, Посейдона и Деметры, властитель подземного царства.

**Амалтея** — божественная коза, вскормившая своим молоком младенца Зевса, которого его мать Рея укрывала от своего мужа Крона на острове Крит. После победы над Кроном Зевс взял козу на небо, и она стала звездой Капеллой в созвездии Возничего, из рога козы Зевс сделал рог изобилия, ее шкурой обтянул свой щит.

**Амфитрита** — богиня моря.

**Ананке** — богиня, олицетворяющая неизбежность (прежде всего смерти), мать мойр.

**Аполлон (Феб)** — один из главных греческих богов, считался хранителем стад, богом света, искусств, покровителем переселенцев и предсказателем будущего.

**Аргос** — стоокий великан, олицетворение звездного неба, сын Геи.

**Арес (Арей)** — бог войны, сын Зевса и Геры. Отец Эрота, Деймоса, Фобоса и Гармонии. Спутницы — богини раздора Эрида и Энιο. Его кони — Блеск, Пламя, Шум, Ужас; атрибуты — копье, факел, коршун.

**Артемид** — богиня дикой природы, сестра-близнец Аполлона, дочь Лето и Зевса.

**Асия (Азия)** — нимфа, океанида, дочь Океана и Тефиды, мать Прометея и Атланта.

**Асклепий** — сын Аполлона и Корониды, изображали его с жезлом (чашей), который обвивает змея. У Асклепия от супруги Эпионы было два сына, тоже врачи: Махаон и Подалирий, а также две дочери: Гигия («здоровье») и Панакея (Панацея, «всцелительница»).

**Ата (Ате)** — дочь Зевса, олицетворяет помрачение ума, затуманенный рассудок.

**Атлант (Атлас)** — титан, держащий небесный свод (по его имени назван океан и горы в Африке).

**Афина Паллада** — дочь Зевса, родившаяся из его головы, защитница городов, ремесел, искусств, покровительствовала справедливым войнам, даровала людям законы, учредила государство.

**Афродита** — богиня любви и красоты, символ вечной весны и жизни. Появилась из пены морской, которая образовалась из крови раненого Зевсом Урана. Любовной власти Афродиты подчинены боги и люди, кроме Афины и Артемиды. Ее муж — бог Гефест, сын — Эрот, дочь — Гармония.

**Ахелой** — речной бог, сын Океана и Тефиды. Изображают в виде бородатого старика с открытым ртом, из которого льется вода. Дочери — сирены.

**Бореады (Калаид и Зет)** — сыновья бога Борея. Так же, как отец, они были крылаты, способствовали быстрому движению судов по волнам.

**Борей** — бог северного ветра, может превращаться в коня. Греки изображали его крылатым, длинноволосым и бородатым мужчиной.

**Вакх («восторженный»)** — наиболее распространенное из прозвищ бога виноделия Диониса.

**Галло** — богиня времен года.

**Геката** — богиня мрака, покровительствует охоте, пастушеству, охраняет детей, дарует победу в состязаниях, в суде, на войне. У нее три тела и три головы.

**Гелиос (Гелий)** — бог солнца. Днем Гелиос мчитя по небу в золотой колеснице, запряженной четырьмя огненными конями, а ночью в золотом челне переплывает к месту своего восхода.

**Гемера** — богиня дневного света, олицетворение дня, дочь Эреба (мрака) и Никты (ночи), спутница Гелиоса.

**Гера** — старшая дочь Кроноса и Реи, супруга Зевса. Она покровительствует браку, посылает потомство, благословляет мать на рождение ребенка, охраняет нерушимость брачных союзов.

**Гермес** — вестник богов, покровитель путников и путешественников, торговли, красноречия, обмана и воровства, проводник душ умерших. Он избрал меры, числа и азбуку. Символ — кадуцей (этот жезл Гермес использует, чтобы усыплять или будить людей) и крылатые сандалии.

**Гестия** — богиня домашнего очага, старшая дочь Кроноса и Реи. Покровительница огня, семьи.

**Гефест** — бог огня и кузнечного дела, от него зависят огнедышащие вулканы. Сын Зевса и Геры.

**Гейя** — земля, мать всех богов, прародительница людей, хранительница древней мудрости.

**Гигия** — богиня здоровья, дочь Асклепия.

**Гименей** — бог брака, сын Диониса и Афродиты.

**Гипнос** — бог сна.

**Глаук** — морской бог, сын Посейдона. Покровитель моряков, рыбаков и ныряльщиков. Он предсказывал изменения погоды и перемещения в море косяков рыбы.

**Грайи** — три богини старости, сестры и охранницы горгон, дети морских божеств Форкия и Кето. Они были седыми от рождения, на троих у них один глаз и один зуб, которыми они пользовались по очереди.

**Деймос** — демон ужаса, сын бога Ареса.

**Деметра** — богиня плодородия и земледелия, сестра Зевса.

**Дике** — богиня правды, справедливости, хранительница ключей от ворот, через которые пролегают пути дня и ночи, одна из трех богинь времен года.

**Дионис** — бог плодородия, виноградарства и виноделия, сын Зевса и Семелы. Его свита — вакханки, менады, сатиры.

**Зевс** — верховный бог греков, сын Кроноса и Реи. Его символ и оружие — молнии.

**Зефир** — бог ветра, дующего с запада, сын Эос.

**Икел** — бог, посылающий людям сновидения, брат Фантаза и Морфея.

**Ирида** — богиня радуги, вестница богов, считалась посредницей между богами и людьми.

**Крон (Кронос)** — бог времени, отец Зевса.

**Лето (Латона)** — титанида, мать Аполлона и Артемиды. Лето — воплощение материнской любви, преданности своим детям, самоотверженности в их защите.

**Мания** — воплощение неистовства и безумия. Мания вселяет в людей чрезмерную уверенность в себе, презрение к другим, страсть к чему-либо. Она способна ослепить человека, довести его до душевной болезни.

**Мегера** — олицетворение гнева и мстительности, изображалась в виде отвратительной старухи с волосами-змеями и длинным языком, с факелом и бичом в руке.

**Мелисса** — родоначальница пчел, нимфа.

**Метида** — греческая богиня мудрости. Дочь Океана и его жены Тетиды, первая супруга Зевса.

**Мнемосина (Мнемосина)** — богиня памяти. Вместе с Зевсом породила девять муз.

**Мойры (Клото, Лахесис, Атропос)** — богини человеческой судьбы, дочери Зевса и Фемиды. Клото пряла нить человеческой жизни, Лахесис разматывала и пропускала ее сквозь жизненные невзгоды, а Атропос перерезала нить человеческой жизни (обрывала жизнь). Боги, несмотря на их могущество, также подчинялись мойрам. Греки представляли мойр в виде суровых старух: Клото — с веретеном в руке, Лахесис — с меркой или весами, Атропос — с книгой жизни и ножницами.

**Морфей** — бог сновидений, сын бога сна Гипноса. Греки изображали его в виде юноши с небольшими крылышками на висках.

**Музы** — девять богинь искусства: Каллиопа — муза эпической поэзии, Эвтерпа — муза лирической поэзии, Эрато — муза любовной поэзии, Талия — муза комедии, Мельпомена — муза трагедии, Терпсихора — муза танца, Клио — муза истории, Урания — муза астрономии, Полигимния — муза танцев, потом пантомимы и гимнов. Их изображали в виде молодых женщин с атрибутами, соответствующими искусству каждой: Каллиопу — с восковыми табличками и заостренной палочкой для письма, Эвтерпу — с флейтой, Эрато — с кифарой, Талию — с комической маской и венком из плюща, Мельпомену — с трагической маской и венком из виноградных листьев, Терпсихору — с лирой, Клио — со свитком из папируса, Уранию — с глобусом и циркулем, Полигимнию — в виде закутанной в покрывало девушки.

**Немесиды** — богиня справедливого возмездия. Изображалась задумчивой молодой женщиной, окруженной предметами-символами: весы обозначали равновесие между поступками человека и воздаянием за них, уздечка говорила о необходимости контролировать поведение, меч — о наказании за проступки, крылья или колесница, запряженная грифонами, — о быстроте воздаяния.

**Нерей** — бог морских глубин, спокойного моря. Он помогал мореплавателям в трудную минуту.

**Ника (Нике)** — богиня победы. Изображали ее крылатой женщиной на колеснице с лавровым венком или пальмовой ветвью.

**Пан** — бог лесов, охотников и пастухов, спутник Диониса. Сын Гермеса и нимфы Дриопы. Пан родился с козлиными ногами, рогами и длинной бородой.

**Панацея** — богиня, олицетворяющая исцеление от болезней, дочь бога-врачевателя Асклепия.

**Персефона (Кора)** — дочь Зевса и Деметры. Персефона ведаёт плодородием земли и управляет вместе со своим мужем Аидом подземным миром. Её почитали как законодательницу и покровительницу брачных и семейных отношений.

**Плутос** — слепой бог богатства. Его изображали мальчиком, держащим рог изобилия.

**Посейдон** — один из основных олимпийских богов, был богом морей и покровителем коневодства и конных состязаний.

**Прометей** — сын титана Иапета и океаниды Климены, обладал даром предвидения. Похитил огонь с Олимпа и подарил его людям. За это Прометей поплатился свободой — Зевс приказал приковать его к скале на отрогах Кавказского хребта и заставил орла каждый день прилетать и клевать его печень.

**Протей** — морское божество, пастух тюленых стад Посейдона. Протей обладал способностью предсказывать будущее.

**Психея** — олицетворение души. Обычно изображалась в виде бабочки или молодой девушки с крыльями бабочки.

**Рея** — мать богов, дочь Урана и Геи, сестра и супруга Кроноса.

**Селена** — дочь титана Гипериона и Тейи, сестра Гелиоса, считалась олицетворением луны.

**Стимула** — богиня, побуждавшая вакханок к неистовству.

**Танатос (Фанат)** — бог смерти.

**Титаниды** — сестры титанов Рея, Фемиды, Мнемосина, Тейя, Феба и Тефида.

**Титаны** — боги первого поколения, которые родились от брака Геи и Урана. Всего в древнегреческой мифологии шесть братьев-титанов: Гиперион, Иапет, Кой, Крий, Кронос и Океан. Самый младший из титанов, Кронос, оскотил Урана и занял место правителя богов, но его свергнул собственный сын Зевс, победивший титанов в битве, длившейся десять лет. Они были сброшены в Тартар, где их стали охранять сторукие.

**Тифон** — младший сын Тартара и Геи. Гигант со змеиными ногами, руками, заканчивающимися сотнями змей, и изрыгающий огонь человеческой головой.

**Уран** — верховное божество, владыка неба. Его жена Гея олицетворяла землю. Уран являлся прародителем греческих богов.

**Фазетон («пылающий»)** — сын бога солнца Гелиоса, погибший от молнии отца, когда не справившись с колесницей Гелиоса, чуть не погубил Землю.

**Фемиды** — богиня права, порядка и предсказаний, олицетворяющая правосудие и закон. Она была второй супругой Зевса, матерью богинь порядка в природе и мир — богинь человеческой судьбы; посредница между Зевсом и людьми. Фемиду изображают с повязкой на глазах, рогом изобилия и весами в руках.

**Фобос («страх»)** — сын Ареса и Афродиты. Спутник Ареса, олицетворяющий страх.

**Хариты** — дочери Зевса и океаниды Эвриномы. Обычно упоминают трех харит: Аглая («сияющая»), Талия («цветущая») и Евфросина («благомыслящая»).

**Хронос** — бог времени, порождающий огонь, воду и воздух.

**Эвнамия** — одна из богинь времен года. Дочь Зевса и Фемиды.

**Эвр** — бог юго-восточного ветра. Сын Борей.

**Эос** — богиня утренней зари, сестра Селены и Гелиоса.

**Эреб** — бог мрака.

**Эрида** — богиня раздора и соперничества.

**Эринии (Эвмениды)** — богини мести.

**Эрот (Эрос)** — бог любви.

## БОГИ КИТАЯ

**Бай-ху** («белый тигр») — один из духов, покровитель Запада.

**Би-гань** — гражданский бог богатства (в китайской мифологии боги часто делились на гражданских и военных).

**Бися юаньцзюнь** (**Тайшань няняня**, «госпожа лазоревых облаков») — покровительница детей и лис, дочь повелителя священной горы Тайшань. Ее сопровождали шесть богинь-покровительниц различных периодов детства.

**Будай-хэшан** (**Пу тай**, «монах с мешком») — божество радости, благополучия, довольства.

**Бэй доу** — боги дождя, властители жизни и смерти людей.

**Бянь цяо** — покровитель врачей-лечителей. Его изображали с птичьим клювом и крыльями летучей мыши.

**Ван мин-гуань** — один из небесных полководцев, охранитель дверей храмов. Его представляли большим краснолицым трехглазым человеком с кнутом в руке.

**Вэй Гу** — бог-покровитель медицины.

**Вэйто** — небесный воин, хранитель монастырей, покровитель Юга, страж закона и предводитель духов, охраняющих закон.

**Вэй шан-цзюнь** — один из богов-покровителей литературы, поэтов, имел двух помощников — Куй-син и Чжу-и.

**Вэнь-шень** — духи поветрий (эпидемий): весенний мор — Чжан Юань-бо, летний — Сян Юань-да, осенний — Чжао Гунн-мин, зимний — Чжун Шигуй, центра — Ши Вэнь-е.

**Гоу-шан** — бог весны и дух дерева.

**Го цзы-и** — один из богов счастья.

**Гуань-ди** — бог войны и богатства; его изображали с темно-красным лицом.

**Гуань-инь** — богиня-спасительница, покровительница женской половины дома, подательница детей. Ее представляли многорукой женщиной с веревкой или кувшином с веткой ивы.

**Гуй** — злые духи умерших.

**Гуйшу** — «мать бесов», покровительница жизни и смерти. Женское божество с головой тигра, ногами дракона, глазами удава.

**Гуннгуни** — божество воды, злой дух с телом змеи, лицом человека и красными волосами.

**Дицзан-ванн** — верховный владыка ада, спасающий души из подземного судилища. Повелитель подземного царства имел десять помощников-судей. Его изображали как человека с железным посохом в одной руке и светящейся жемчужиной в другой.

**Ди-цзен** — древнейшее божество, олицетворяющее хаос. Изображался в виде птицы с шестью ногами и четырьмя крыльями.

**Ди-цзюнь** — верховный владыка, первопредок (впоследствии был вытеснен культом Хуан-ди).

**Доу-шу** — божество, ведающее жизнью и смертью, божество света и защитник от войн. На рисунках изображался человеком с четырьмя лицами, восемью руками и тремя глазами.

**Ду Ван гунн** — владыка Востока, покровитель бессмертных — трехметровый человек с птичьим лицом и хвостом тигра.

**Ду кан** — бог-покровитель виноделов и изобретатель вина.

**Дянь-шу** — богиня молнии. Ее изображали женщиной в разноцветных платьях с двумя зеркалами в руках.

**Жу-шоу** — бог осени, ведал наказаниями на небе, дух металла.

**Луу** — распорядитель дел в небесном дворце (девятихвостый тигр с лицом человека).

**Ньюва** — женский дух с человеческим телом, птичьими ногами и змеиным хвостом. Она создала людей из глины.

**Паньгу** — первочеловек, разбивший яйцо, из которого образовались небо и земля. После его смерти из его глаз сформировались луна и солнце, из крови — реки, из волос — звезды на небе.

**Фуци** — правитель Востока. Восток отождествлялся с весной.

**Хуан-ди** («желтый Владыка») — брат Янь-ди, был не только верховным владыкой, но и правителем Центра.

**Чжуаньсюй** — бог-правитель Севера (зимы), имел лицо человека, рыло свиньи, чешуйчатое тело, сросшиеся ноги, копыта кабана. В управлении ему помогал дух воды.

**Чжужун** — китайский дух огня, восседал на колеснице из облаков, запряженной двумя драконами.

**Шаохao** — правитель Запада, считавшегося страной птиц и местопребыванием осени. Все министры и подданные Шаохao были птицами.

**Янь-ди** (**Шэнь-нун**, «красный государь») — бог солнца, целитель, правитель Юга. Весьма милостив к людям, научил их сеять злаки и дал им свет и тепло. Представляли бога с телом человека и головой быка.

## БОГИ ИНДИИ

**Агни** («огонь») — в ведийской и индуистской мифологии бог огня (домашнего очага и жертвенного костра), заполняющий воздушное пространство, укрепляющий и охраняющий небо и землю, соединяющий супругов, приносящий богатство. Основная его функция — посредничество между людьми и богами. Агни един и множествен — родился в трех местах: на небе, среди людей и в водах; у него три жилища, три жизни, три головы, три силы, три языка.

**Брахма** — творец и правитель мира, отец богов и людей; входит в триаду верховных богов наряду с Вишну и Шивой. Брахма — создатель Вселенной, он противопоставит Вишну, который ее сохраняет, и Шиве, который ее разрушает. Брахму часто изображают с четырьмя головами и четырьмя руками (держит Веда, жезл, сосуд с водой из Ганга и гириандру роз), восседающим на гусе, его жена — богиня Сарасвати.

**Варуна** — бог-судья, бог вод, неба, обладающий чудесной колдовской силой. Величайший из богов ведийского пантеона, защищающий людей от зла, болезней, смерти, дарующий долгую жизнь.

**Вишну** («всеобъемлющий») — один из важнейших и наиболее почитаемых в индуизме богов. Вместе с Шивой и Брахмой составлял божественную триаду (тримурти). Вишну — хранитель мироздания, сражаясь с демонами, он принимает различные облики — бога Кришны, Рамы, бога-вепря Варахи, способствует победе добра над злом и восстанавливает божественный порядок. Бога Вишну обычно изображали в виде синегокожего четырехрукого юноши. Его супруга — богиня Лакшми.

**Ганеша** — бог мудрости и устранения препятствий, входит в свиту Шивы, сын Шивы и Парвати. У него человеческое туловище красного или желтого цвета, огромный живот, четыре руки и слоновья голова с одним бивнем.

**Деви** («богиня») — жена бога Шивы; так же, как он, многолика — выступает то в мирном облике — как Парвати (горная), Сати (добродетельная), Ума (светлая), Джанганмата (мать мира), то в грозном — Кали (черная), Чанди (гневная), Дурга (труднодоступная), Бхайрави (ужасная).

**Дурга** («труднодоступная») — десятирукая богиня-воительница, одна из ипостасей Девы, выступала защитницей мира от демонов. Ее изображали восседающей на тигре, с атрибутами разных богов: с трезубцем Шивы, диском Вишну, луком Ваю, копьем Агни, палицей Индры. Жила она в горах, в обществе восьми помощниц.

**Индра** — бог грома, дождя, молнии и войны, глава богов (бросив вызов старому порядку, он стал ведущим божеством, потеснив бога Варуна). Его изображали едущим по небу в колеснице-солнце с молнией в руке, которой он разил врагов или возрождал погибших в бою.

**Кали** («черная») — богиня смерти и разрушения, одна из ипостасей великой богини-матери Девы. Ее рисовали черной четырехрукой женщиной с тремя кроваво-красными глазами, украшенной ожерельем из черепов и тигровой шкурой, в одной руке она держала оружие, в другой — голову Рактабиджи.

**Лакшми** («добрый знак», «счастье», «красота») — богиня богатства и счастливой судьбы, супруга Вишну, воплощение его творческой энергии. Ее изображали в виде молодой женщины, сидящей на цветке лотоса — символе материнства и духовной чистоты.

**Парвати** («дочь гор») — одно из имен супруги бога Шивы, дочери царя гор Химавата.

**Сарасвати** — богиня учения и покровительница искусств, наук и красноречия, супруга Брахмы.

**Сурья** — солнечное божество, которое, освещая мир, уничтожает болезни и врагов; его сопровождают адитьи — молодые солнечные боги. Отец Сурьи — Дьяус, воплощение неба, жена — Ушас, божество утренней зари.

**Хануман** — обезьяний бог, сын бога ветра Ваю, способный летать по воздуху, менять свой облик и имеющий божественную силу, позволяющую ему вырывать из земли холмы и горы.

**Шива** («приносящий счастье») — один из верховных богов индуизма, который вместе с Вишну и Брахмой образует божественную триаду — тримурти. Шива — бог-творец, бог времени, разрушения и плодородия, обитающий высоко в Гималаях на горе Кайласе. Его часто изображают синешеем четырехруким и трехглазым (глаз внутреннего видения расположен в центре лба). На шее у него ожерелье из змеи, еще одна змея опоясывает тело, а другие обвивают руки.

**Яма** — зеленокожий бог царства мертвых, сын солнца. Люди представляли его вооруженным петлей и булавой, в сопровождении двух четырехглазых собак. Его сестра Ями правила адом женщин.

## БОГИ СЛАВЯН

Славянские боги делились на две основные группы:

- «всеобщие» боги и боги, связанные с основной хозяйственной деятельностью (Род, Сварог, Перун, Дажьбог, Ярило, Макошь и т. д.);
- существа, отвечающие за конкретную бытовую деятельность: домовые, лешие, русалки, упыри, банники и т. д.

**Белобог** — явий («добрый») бог, бог плодородия, противостоящий Чернобогу, одна из ипостасей Рода.

**Вий** — бог навьего (подземного) мира и посмертный судья.

**Волх, Волхов** — сын Ящера, выступал как бог-оборотень, бог войны, охоты.

**Велес (Чернобог)** — лунный бог, хозяин навь, властитель непознанного, посмертный судья, повелитель магии, толкователь законов, покровитель путешественников, торговли, скота и богатств, учитель искусств, бог удачи. Ему подчинялись все низшие

духи. Обителью Велеса был остров Буян. Чернобога представляли в виде старика с кривой палкой в руке.

**Даждьбог (Радегаст)** — бог плодородия, солнечного света и живительной силы, сын Сварога. От него ожидали исполнения желаний, здоровья и прочих благ. Его изображали либо с лвиной головой, либо едущим на колеснице, запряженной львами.

**Денница** — богиня зари, сестра Хорса.

**Джевана (Девана)** — дочь Перуна и Летницы, богиня лесов и охоты.

**Дий, Див** — бог неба, небесных вод.

**Доля (Встреча, Счастье)** — пряха, помощница или младшая сестра Макоши-Яги.

**Желя (Жля)** — богиня печали, плача.

**Жива** — богиня жизни и плодородия, изображалась в виде пышногрудой голой женщины с плодами в руках, была связана с достатком (отсюда «нажива», «пожива»).

**Злата майя** — мать Коляды. Жена Ярилы.

**Карна (Кара, Кручина)** — богиня погребальных обрядов.

**Квасур (Квасир)** — дух хмельной браги.

**Коляда (Каледа)** — сезонный бог, олицетворяет прибытие света, умирание всего старого, отжившего.

**Корочун (Карачун)** — сезонный бог из свиты Велеса-Мороза, ипостась Чернобога.

**Коруна** — мать богов.

**Кощей** — навь, олицетворяющая смерть без возможности возрождения.

**Купала, Купало** — летний бог, бог влаги, росы (в ночь на Ивана Купалу соединяются огонь и вода и творятся чудеса).

**Лад, Ладо** — бог войны, веселья, брака.

**Лада** — богиня любви, брака.

**Лель и Полель** — сыновья Лады. Леля уподобляют Амуру. Полель — бог состоявшегося брака.

**Леля, Ляля** — богиня плодородия, деторождения, дочь Лады.

**Макошь (Мокуша)** — богиня судьбы, старшая из прях, богиня плодородия. В нижней ипостаси известна как Яга — мать ветров и богиня смерти.

**Маржана (Морана)** — богиня плодородия и жатвы, она же Мара — богиня смерти (отсюда «мор», «морок»).

**Перун** — бог грома и молнии, небесного огня, покровитель воинов. Перуну приносились в жертву животные, дети, пленные. Символом Перуна были стрелы и топоры. Дни Перуна начинались 20 июня и заканчивались в начале августа.

**Погода (Догода)** — бог изменчивости, южного или западного ветра. Внук Стрибога.

**Похвист** — бог северного ветра, внук Стрибога.

**Сварог (Род)** — верховный бог славян, бог огня, создатель материального мира, считался богом неба и родителем множества богов-сыновей — Сварожичей: Перуна, Даждьбога-Радегаста, Рарога-Семаргла. Сварог научил людей владеть огнем, обрабатывать металл, дал им законы и знание. Затем он отошел от дел и передал правление сыновьям. Считается прародителем славян.

**Симаргл (Семаргл)** — (от «смага», т. е. «пламя») — бог смерти, посредник между явным миром и миром поднебесным. Изображался как огненный волк с крыльями и головой сокола, ползуем.

**Стрибог** — бог ветров. Одно из имен Рода или ипостась Рода как отца богов.

**Хорос (Хорс)** — бог солнечного диска, миропорядка, связанного с ходом солнца. Начало нового года славяне отмечали 22 декабря — в день зимнего солнцестояния — день Хорса.

**Ярило (Яровит)** — бог зарождения, света, пробуждающейся природы. Его представляли юношей, принимающим участие во всевозможных праздниках весны и ищущим

щим себе красавицу невесту. Ярило давал хороший урожай, здоровое потомство, он изгонял зиму и холода. Ярило почитался между весенним и летним солнцестоянием (с 21 марта по 22 июня).

# Культура

## Архитектура

### АРХИТЕКТУРНЫЕ СТИЛИ

**Ампир** (от франц. *empire* — империя) — стиль в архитектуре и искусстве первой трети XIX в., завершивший развитие классицизма. Возник во Франции во время правления Наполеона, позднее получил распространение в Европе и России. Его отличительные черты: массивные, подчеркнуто строгие архитектурные формы, военные мотивы в декоре, опора на художественное наследие Древнего Рима и Древнего Египта, стремление к величию, грандиозности и торжественности.

Ведущими мастерами ампира были Ш. Персье и П. Ф. Фонтен (дворцовые интерьеры Лувра и Тюильри, Компьена, арка «Карусель»), А. Д. Захаров (Адмиралтейство), Ж. Тома де Томон (стрелка Васильевского острова со зданием Биржи в Петербурге, центральный комплекс в Полтаве), К. И. Росси (Михайловский дворец, Александринский театр, ансамбль Дворцовой площади).

**Барокко** (от итал. *barocco* — причудливый, странный) — стиль возник в Италии в конце XVI в., а затем быстро распространяется по всем странам Европы. Барокко отличается грандиозностью, пышностью, обилием кривых, пластично изгибающихся линий и поверхностей. Интерьеры барокко украшаются многоцветной скульптурой, лепкой, резьбой и росписью. Для барокко характерно создание больших ансамблей, в которых архитектура, живопись, скульптура и садово-парковое искусство создают единый комплекс. В Петербурге XVII в. барокко постепенно переходит в стиль рококо.

Архитекторы, работавшие в стиле барокко: Ф. Б. Растрелли (дворцы в Царском Селе и Петергофе, Зимний дворец, Смольный собор в Петербурге); А. Ринальди, Л. Бернини (ансамбль Площади Святого Петра в Риме).

**Био-тек** — архитектурное направление, заимствующее природные формы при проектировании и строительстве зданий или же включающее в постройки элементы природного ландшафта, живых растений (Н. Гримшоу, Национальный космический центр Великобритании).

**Готический стиль** (от итал. *gotico* — варварский). Термин «готика» введен в эпоху Возрождения Джорджо Вазари как презрительное обозначение средневекового искусства, считавшегося «варварским». Зародился готический стиль в Северной Франции в середине XII в. и быстро распространился по всей территории Западной Европы.

В основе готических построек лежит арочная конструкция — свод опирается на колонны, а боковое давление принимается аркбутанами и контрфорсами, в облегченных стенах много стрельчатых вытянутых окон. Легкость и устремленность вверх конструкций подчеркивали завершенные остроконечными шпилями башенки — пинакли. Преобладающие цвета готического стиля — желтый, красный, синий. В XV — начале XVI вв. на смену готическому стилю пришел Ренессанс.

Наиболее известные готические памятники: собор Парижской Богоматери (Франция), Кельнский собор (Германия), собор Вестминстерского аббатства (Англия), собор Святого Вита (Чехия), Дворец Дожей (Италия).

**Деконструктивизм** — направление в современной архитектуре, окончательно сформировавшееся в конце 1980-х гг. и основанное на применении в строительной практике идей французского философа Жака Деррида. Для деконструктивистских проектов характерны визуальная усложненность, изломанные формы, обилие острых углов, смещенных горизонталей и вертикалей, перекошенные окна, стоящие под углом опоры.

Яркими примерами деконструктивизма считаются музей Гутгенхайма в Бильбао Фрэнка Гери, Институт солнца в Штутгартском университете.

**Классицизм** (от лат. *classicus* — образцовый) формируется и развивается в XVII—XIX вв. Отличительной его чертой является обращение к античной архитектуре. Ему свойственны строгая организованность, ордерная система, четкость и геометричность объемов и планировки, выделяющиеся на гладких стенах портики, колонны, рельефы. Поздний классицизм, называемый также «ампир», приобретает черты парадности и пышности, выразившиеся в архитектуре первой трети XIX в.

Выдающимся шедевром архитектуры, соединившим классицизм и барокко в единый торжественный стиль, является дворцово-парковый ансамбль в Версале.

**Конструктивизм** — стиль в архитектуре, получивший развитие в 1920-е — нач. 1930-х гг. Для него характерны строгие геометрические формы, отсутствие архитектурных украшений, монолитность внешнего облика. Идеи конструктивизма нашли продолжение в архитектуре хай-тек, неоконструктивизма.

Типичные памятники конструктивизма: Клуб им. Русакова (Москва), здание Госпрома (Харьков).

**Неоготика** — художественный стиль XVIII—XIX вв., заимствовавший формы и традиции готики. Неоготика зародилась в Великобритании, получила распространение в континентальной Европе и Америке.

Выдающиеся образцы неоготики: здание Британского парламента в Лондоне, собор Святого Патрика в Нью-Йорке, Чесменский дворец под Петербургом.

**Ренессанс (Возрождение)** — стиль, возникший в начале XV в. в Италии и заменивший готику. Ренессанс делится на два периода: ранний (1420—1500 гг.), ведущий архитектор — Ф. Брунеллески, а основной центр — Флоренция; и период расцвета Ренессанса (т. н. высокий Ренессанс, начиная с 1500 г.), ведущий архитектор — Д. Браманте, центр перемещается в Рим.

Для Ренессанса характерны прямоугольные формы, арки, колоннады, росписи стен и потолков, наложение друг на друга горизонтальных этажей, чередование материалов и цветов (преобладают пурпурный, синий, желтый, коричневый), широкое использование терракоты, майолики, глазурованного кирпича и штукатурных растворов.

Наиболее известные памятники: Палаццо Те Джулио Романо (Мантуя), собор Святого Петра (Рим), базилика Сан-Лоренцо (Флоренция).

**Рококо** (от франц. *rocaille* — осколки камней, раковины) — этот стиль зарождается во Франции в первой половине XVIII в. и отличается сложностью форм и причудливым орнаментом. Для него характерны изобилие украшений, криволинейность, волнообразный растительный орнамент, мягкие пастельные оттенки голубого, зеленого, розового и желтого цветов. Рококо часто считают поздней стадией барокко (Алейжадиной, церковь Франциска Ассизского в Оуру-Прету).

**Романский стиль** — стиль, в котором использовались элементы античной архитектуры, в том числе римской. Он господствовал до середины XIII ст. Основными признаками являлись полуциркулярные, прямые, горизонтальные и вертикальные линии зданий, каменные или кирпичные конструкции, массивные с арочными или пря-

моугольными оконными и дверными проемами, залы с открытыми потолочными балками и опорами по центру. Преобладающие цвета: коричневый, красный, зеленый, белый. В романском стиле построена Пизанская башня.

**Хай-тек** (от англ. *high technology* — высокие технологии) — стиль в архитектуре, зародившийся в период позднего модернизма, в 1970 г., и нашедший широкое применение в 1980-х гг. Главные теоретики и практики хай-тека: Н. Фостер, Р. Роджерс, Н. Гримшоу, Р. Пиано. Для этого стиля характерны прямые линии и простые фигуры, широкое применение стекла, пластика, металла. Часто технические коммуникации (трубы, лестницы и шахты лифтов) вынесены наружу зданий. Основная палитра: серебристо-металлический цвет или же его сочетание с яркими моноцветами.

Постройки в стиле хай-тек: Центр Помпиду в Париже, здание штаб-квартиры Fuji TV и др.

**Эклектика (историзм)** — направление в архитектуре, доминировавшее в Европе и России в 1830—1890 гг. Для него характерно использование элементов так называемых «исторических» архитектурных стилей (неоренессанс, необарокко, неорококо, неоготика, неомавританский стиль и др.). Эклектика «многостильна» — постройки одного периода базируются на разных стилевых школах в зависимости от назначения зданий (храмы, общественные здания, фабрики, частные дома) и от средств заказчика (А. Штакеншнейдер, дом-дворец Белосельских-Белозерских).

## СЕМЬ ЧУДЕС СВЕТА

Чудеса света — самые знаменитые памятники архитектуры мира. Впервые чудеса света, ограничив семью, классифицировал и описал Филон Византийский в своем сочинении «О семи чудесах света».

**Египетские пирамиды** в Эль-Гизе представляют собой большие каменные сооружения пирамидальной формы, использовавшиеся в качестве гробниц для фараонов Древнего Египта. Всего в Египте обнаружено 118 пирамид. Большинство пирамид имеет строго геометрическую форму, грани ориентированы по сторонам света. Самой большой является пирамида Хеопса (фараона Хуфу). Первоначально ее высота составляла 146,6 м, однако из-за уничтожения облицовки к настоящему времени уменьшилась до 138,8 м. Строительство гробницы датируется XXVI в. до н. э.

**Висячие сады Семирамиды** — это древние сады Вавилона — столицы Месопотамии, созданные для жены Навуходоносора II Амисит. Они представляли собой сад-пирамиду, состоявшую из четырех ярусов, поддерживаемых высокими колоннами. Нижний ярус имел форму неправильного четырехугольника, наибольшая сторона которого составляла 42 м, наименьшая — 34 м. На ярусах лежала плодородная земля, куда были высажены различные травы, цветы, кустарники и деревья. В полости одной из колонн помещались трубы, по ним вода из реки Евфрат постоянно подавалась на верхний ярус садов, откуда она, стекая, орошала растения нижних ярусов.

**Усыпальница Мавсола (мавзолей)** — надгробный памятник карийского правителя Мавсола, сооруженный греческими зодчими Сатиром и Пифеем в середине IV в. до н. э. в Галикарнасе (современный Бодрум, Турция). Он представлял собой прямоугольное пятиярусное здание с усыпальницей наверху, окруженной 39 одиннадцатиметровыми колоннами, крышей в виде 24-ступенчатой каменной пирамиды, увенчанной квадригой — скульптурой, изображающей группу коней, запряженных в колесницу, которой управляли царь Мавсол и его жена Артемисия. Здание было облицовано мрамором и украшено скульптурами. Мавзолей простоял до XII в. и был разрушен землетрясением. В XV в. крестоносцы построили на его развалинах замок Святого Петра, используя для этого мраморные блоки гробницы.

**Храм Артемиды в Эфесе** (современный город Сельчук, Турция). Первый храм был построен на пожертвования лидийского царя Креза в середине VI в. до н. э. и сожжен Геростратом в 356 г. до н. э. Впоследствии храм был полностью восстановлен в прежнем виде. Деньги на постройку выделил Александр Македонский. Внутри храм был украшен статуями работы Праксителя и рельефами Скопаса. В 263 г. святилище Артемиды было разграблено готами. Во времена императора Феодосия I, когда в 391—392 гг. были запрещены все языческие культы, храм Артемиды в Эфесе закрыли. На месте храма была построена церковь, которая позже разрушилась. В 1869 г. английскому археологу Вуду удалось отыскать его месторасположение. Сейчас на месте храма стоит одна восстановленная из обломков колонна.

**Александрийский маяк** — был построен в 299—279 гг. до н. э. архитектором Состратом Книдским по приказу фараона Птолемея II Египетского на острове Фарос, при входе в бухту египетского города Александрия. Фаросский маяк состоял из трех мраморных башен, стоявших одна на другой. В верхней башне горел огонь, формой она напоминала цилиндр — 8 колонн несли купол, увенчанный бронзовой фигурой Посейдона (или Зевса). Чтобы поддерживать пламя, требовалось большое количество топлива, которое привозилось по спиральному пандусу на телегах, запряженных мулами. За огнем стояли бронзовые пластины, направлявшие свет в море. Общая высота маяка — 120—140 м, его свет было видно на расстоянии до 100 км.

К XII в. н. э. александрийская бухта обмелела настолько, что корабли больше не могли туда входить, и маяк пришел в упадок. В XIV в. он был полностью уничтожен землетрясением, а несколькими годами позже мусульмане использовали его обломки, чтобы построить военную крепость Кайт-Бей.

**Статуя Зевса Олимпийского** (работы Фидия) — находилась в храме Зевса в городе Олимпия, где с 776 г. до н. э. по 394 г. н. э. каждые четыре года проводились Олимпийские игры. Статуя изображала бога, сидящего на троне, с оливковым венцом на голове, в руках он держал скипетр с орлом (в левой) и статую богини победы Ники (в правой). Сам трон был украшен изображениями кентавров, подвигов Тесея и Геракла, фресками. Высота всей статуи вместе с пьедесталом составляла по разным данным от 12 до 17 м и была выполнена из дерева и облицована слоновой костью и золотом. Статуя простояла в храме до начала V в. н. э., а впоследствии была перевезена в Константинополь, где сгорела во время пожара в 425 или 476 г. н. э.

**Колосс Родосский** — гигантская статуя Гелиоса (по другим сведениям — Апполона), которая стояла в греческом портовом городе Родосе. Она была воздвигнута в честь снятия осады с Родоса и ухода войск Деметрия I Македонского (305—304 гг. до н. э.). Создателем статуи был скульптор Харес, ученик Лисиппа. Статуя была глиняной, но имела металлический каркас, а сверху была покрыта бронзовыми листами. Статуя бога с лучистым венцом на голове возвышалась прямо при входе в гавань Родоса и была видна с ближайших островов. На изготовление грандиозного монумента ушло около 13 тонн бронзы и 8 тонн железа. Сам Колосс простоял сравнительно недолго — всего около пятидесяти лет. В 222 г. до н. э. статую разрушило землетрясение.

## ВЫДАЮЩИЕСЯ АРХИТЕКТОРЫ

**Аалто Алвар Хуго Хенрик** (1898—1976) — финский архитектор и дизайнер, «отец модернизма» в Северной Европе (концертный зал «Финляндия» в Хельсинки, театр в Эссене).

**Алеижадинью** (Лисбоа Антониу Франсиску, 1870—1814) — бразильский архитектор и скульптор (Церковь Франциска Ассизского).

**Баженев Василий Иванович** (1737—1799) — русский архитектор эпохи классицизма (дом Пашкова, дворцовый ансамбль в Царицино).

**Бархин Григорий Борисович** (1880—1969) — советский архитектор (дом газеты «Известия» в Москве, проект восстановления Севастополя).

**Бекетов Алексей Николаевич** (1862—1941) — украинский архитектор, академик Петербургской Академии художеств. В значительной мере сформировал архитектурный облик города Харькова, особенно Нагорного района, улиц Пушкинской, Мирносоицкой и др.

**Бенуа Николай Леонтьевич** (1813—1898) — российский архитектор, автор Императорских главных конюшен, здания вокзала в Петергофе и др.

**Бове Осип Иванович** (1784—1834) — русский архитектор (Александровский сад в Москве).

**Браманте Донато** (1444—1514) — итальянский архитектор эпохи Возрождения, один из основоположников стиля ренессанс в архитектуре (храм Темпиетто, собор Святого Петра в Риме).

**Брунеллески Филиппо** (1377—1446) — итальянский архитектор эпохи Возрождения, один из основоположников стиля ренессанс в архитектуре (отель «Субиз» в Париже, Амалиенбургский павильон замка Нимфенбург в Баварии).

**Буанорроти Микеланджело** (1475—1564) — итальянский скульптор, живописец, архитектор, поэт, мыслитель. Один из величайших мастеров эпохи Ренессанса (ансамбль площади Капитолия, Библиотека Лауренциана и др.).

**Быковский Константин Михайлович** (1841—1906) — русский архитектор, представитель поздней эклектики (корпуса Московского университета на Большой Никитской: университетская библиотека в Москве, Зоологический музей).

**Вазари Джордже** (1511—1574) — итальянский архитектор и живописец эпохи Возрождения (комплекс зданий, составляющих Дворец рыцарей св. Стефана в Пизе).

**Вельде Анри** (1863—1957) — бельгийский архитектор и художник, один из основателей бельгийского модерна (здание Музея Кроллер-Мюллер в Оттерло, дом Сете в Дивеге).

**Витрувий Поллион Маркус** (I в. до н. э. — I в. н. э.) — римский архитектор и инженер (автор трактата «Десять книг об архитектуре», базилики Фано).

**Воронихин Андрей Никифорович** (1760—1814) — русский архитектор (Казанский собор в Санкт-Петербурге).

**Гауди Антонио** (1852—1926) — испанский (каталонский) архитектор, большинство работ построено в Барселоне (Дом Мила, храм Святого Семейства и др.).

**Гримшоу Николас** (р. 1939) — британский архитектор. Президент Королевской Академии художеств (железнодорожный вокзал Ватерлоо в Лондоне, Национальный космический центр Великобритании в Лестере, проект «Эдем» — комплекс оранжерей, выполненных в виде геодезических сетчатых оболочек в местечке Сент-Остелл в Корнуолле).

**Жилиярди Доменико** (Дементий Иванович, 1785—1845) — швейцарский архитектор, работавший в Москве. Один из авторов восстановления Москвы после пожара 1812 г.

**Захаров Адриан Дмитриевич** (1761—1811) — русский архитектор, представитель стиля ампира. Создатель комплекса зданий Адмиралтейства в Петербурге.

**Имхотеп** (начало III тыс. до н. э.) — египетский архитектор, создатель первой каменной пирамиды (Джосера).

**Казаков Матвей Федорович** (1738—1812) — русский архитектор (Московский университет, здание Дворянского собрания в Москве и др.).

**Кваренги Джакомо** (1744—1817) — русский архитектор итальянского происхождения (Смолянский институт в Санкт-Петербурге и др.).

**Клейн Роман Иванович** (1858—1924) — российский архитектор, мастер эклектики и неоклассицизма. Автор Музея изящных искусств (Музея изобразительных ис-

кусств им. А. С. Пушкина), магазина «Мюр и Мерилиз» (ЦУМ), Средних торговых рядов, Бородинского моста и др.

**Ле-Корбюзье (Жаннере) Шарль Эдуар** (1887—1965) — французский архитектор, разработавший принципы современной архитектуры (функциональность, рационализм).

**Макинтош Чарльз Ренни** (1868—1928) — шотландский архитектор, художник и дизайнер, родоначальник стиля модерн в Шотландии. Автор нового здания Школы искусств в Глазго и др.

**Монферран Огюст Рикарде** (1786—1858) — французский архитектор, с 1816 г. работал в России, автор проекта Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге.

**Нэш Джон** (1752—1835) — любимый архитектор Георга IV, автор Риджент-парка, королевского павильона в Брайтоне.

**Орта Виктор** (1861—1947) — бельгийский архитектор, один из основателей стиля модерн в архитектуре (отель «Сольвей» и др.).

**Палладио Андреа** (1508—1580) — итальянский архитектор позднего Возрождения. Основоположник палладианства и классицизма (собор Сан-Джорджо Маджоре, вилла Ротонда и др.).

**Померанцев Александр Никанорович** (1848—1918) — русский архитектор, мастер эклектики (храм-памятник Александра Невского в Софии, комплекс сооружений Малого кольца Московской окружной железной дороги).

**Пэкстон Джозеф** (1803—1865) — английский архитектор (Хрустальный дворец).

**Растрелли Бартоломео** (1700—1771) — итальянский архитектор, построивший Зимний дворец в Петербурге, Екатерининский дворец в Царском Селе и др.

**Рен Кристофер** (1632—1723) — английский математик и архитектор (королевский и епископский дворцы в Винчестере, госпитали — военный в Челси и морской в Гринвиче, библиотека Тринити-колледжа в Кембридже).

**Ринальди Антонио** (1710—1794) — итальянский архитектор, работавший в России, автор дворца Петра III, Китайского дворца в Ораниенбауме, Большого Гатчинского дворца и др.

**Росси Карл Иванович** (1775—1849) — русский архитектор итальянского происхождения, автор здания Русского музея, ансамбля Дворцовой площади в Санкт-Петербурге и др.

**Сантьяго Калатрава Вальс** (р. 1951) — испанский архитектор и скульптор, автор футуристических построек, сторонник направления био-тек (Израильский технологический институт, железнодорожный вокзал Льеж-Гийемен в Льеже).

**Старов Иван Егорович** (1745—1808) — русский архитектор. Автор Таврического и Потемкинского дворцов в Екатеринославле, Троицкого собора в Александрово-Невской лавре и др.

**Тома де Томон Жан** (1760—1813) — русский архитектор, приверженец классицизма (Биржа и ростральные колонны в Санкт-Петербурге, административный центр в Полтаве).

**Тон Константин Андреевич** (1794—1881) — русский архитектор, ректор Императорской Академии художеств, придворный архитектор Николая I (храм Христа Спасителя в Москве и др.).

**Утсон Йорн** (р. 1918) — датский архитектор, автор проекта Сиднейского оперного театра.

**Фельтен Юрий Матвеевич** (1730—1801) — русский архитектор, педагог. Автор лютеранской церкви Святой Анны и Святой Екатерины, армянской церкви Святой Екатерины на Невском проспекте, флигеля Эрмитажа, Чесменского дворца и др.

**Фиораванти Аристотель** (1415—1486) — итальянский архитектор, инженер. С 1475 г. работал в России. Построил Успенский собор в Московском Кремле.

**Фостер Норман** (р. 1935) — британский архитектор (Дворец Мира и Согласия, Башня Херста, мост «Миллениум» в Лондоне и др.).

**Шинкель Карл Фридрих** (1781—1841) — немецкий архитектор, художник. Считается лидером «романтического историзма» в немецком зодчестве (дворцы Шарлоттенхоф, Бабельсберг близ Потсдама, Альтштадтская кирха).

**Шлютер Андреас** (1662—1714) — немецкий ваятель и зодчий, представитель раннего барокко в Германии (дворец Монплезир, дворцы Меншикова на Васильевском острове и в Ораниенбауме).

**Шусев Алексей Викторович** (1873—1949) — русский и советский архитектор (Казанский вокзал в Москве, Мавзолей В. Ленина, гостиница «Москва» и др.).

**Эйфель Александр Гюстав** (1832—1923) — французский инженер и архитектор, автор знаменитой Эйфелевой башни в Париже.

**Ээро Сааринен** (1910—1961) — финский и американский архитектор, дизайнер мебели. Основные работы: Смитсоновский институт в Вашингтоне, посольство США в Лондоне, аэропорт им. Даллеса близ Вашингтона.

## Живопись и скульптура

### НАПРАВЛЕНИЯ ЖИВОПИСИ И СКУЛЬПТУРЫ

**Абстракционизм** (от лат. *abstractio* — отвлечение) — направление искусства, отказавшееся от изображения реальных, действительных форм в живописи и скульптуре. Художники-абстракционисты стремятся отразить действительность через ассоциацию, путем создания цветовых сочетаний и геометрических форм. Представители: В. Кандинский, П. Пикассо.

**Авангардизм** (от франц. *avant-garde* — передовой отряд) — совокупность течений в искусстве XX в., экспериментальных по своей сути, отражающих окружающую действительность в необычной внешней и цветовой форме. Авангардными направлениями являются кубизм, фовизм, футуризм, экспрессионизм, абстракционизм, сюрреализм, поп-арт, концептуальное искусство. Представители: М. Ларионов, В. Кандинский, М. Шагал.

**Академизм** (франц. *academisme*) — направление в европейской живописи XVII — XIX вв. Художники этого направления следовали внешним формам классического искусства. Для него характерны многоплановость и помпезность, высокое техническое мастерство. Представители академизма, как правило, выбирают для своих картин сюжеты на библейскую или мифологическую тематику, пейзажи или парадные портреты. Представители: К. Брюллов, А. Иванов, У. Бугеро и др.

**Акционизм** (от англ. *action art* — искусство действия) — хэппенинг, перформанс, эвент, искусство процесса, демонстрации и ряд других форм, возникших в авангардистском искусстве 1960-х гг. Согласно идеологии акционизма, художник должен заниматься организацией событий, процессов. Акционизм стремится стереть грань между искусством и действительностью. Представитель: Дж. Поллок.

**Ампир** (от франц. *empire* — империя) — стиль в искусстве, возникший во Франции в начале XIX в., в период империи Наполеона Бонапарта. Ампир воплощал роскошь, мощь империи и ее воинскую силу. Представитель: Ж. Л. Давид.

**Арт деко** (от франц. *art deco*, сокр. от *decoratif*) — направление в искусстве середины XX в., обозначившее синтез авангарда и неоклассицизма, пришло на смену конструктивизму. Отличительные признаки этого направления: этнические геометри-

ческие узоры, роскошь, дорогие материалы (слоновая кость, крокодиловая кожа). Представитель: Тамара де Лемпицка.

**Дадаизм** (от франц. *dadaisme, dada* — деревянная лошадка; в переносном смысле — бессвязный детский лепет) — модернистское течение в искусстве, возникло в Швейцарии в начале XX в. Дадаисты провозглашали абсолютный иррационализм, бессистемность, отрицание признанных канонов и стандартов. В 1920-е гг. дадаизм слился с сюрреализмом и экспрессионизмом. Представители: К. Швиттерс, Ф. Пикабия, М. Дюшан.

**Импрессионизм** (от франц. *impression* — впечатление) — направление в живописи, зародившееся во Франции в середине XIX в. Импрессионисты стремились при помощи цвета и фактуры запечатлеть реальный мир в его подвижности и изменчивости. Представители: Э. Мане, П. Ренуар, П. Сезанн, Э. Дега, К. Моне.

**Кинетическое искусство** (от греч. *kineticos* — приводящий в движение) — течение в искусстве, в основе которого лежит идея движения, трансформация формы или объекта. Представители: Ж. Тэнгли, Н. Шеффер, Н. Табо.

**Концептуализм** (от англ. *concept* — идея и *art* — искусство) — постмодернистское течение в искусстве 1960—1980-х гг., представители которого считали, что концепция произведения важнее его формы, цель искусства — в передаче идеи. Объектом искусства может стать любой предмет, явление, процесс. Представители: И. Клейн, П. Манцони, А. Монастырский.

**Кубизм** — авангардистское направление в живописи начала XX в., изображавшее окружающую действительность в виде комбинации геометрических тел или фигур. Представитель: П. Пикассо.

**Маньеризм** — художественное течение, появившееся в эпоху позднего Возрождения, для которого характерны взвинченность и изломанность линий, удлиненность, деформированность фигур, напряженность поз, необычные эффекты, связанные с размерами, освещением или перспективой, использование едкой цветовой гаммы, перегруженность композиции. Представители: Ф. Сальвиати, Б. Челлини.

**Минимализм** — течение, возникшее в США в первой половине 1960-х гг. Для минимализма характерен отказ от субъективности, стремление к простоте и единообразию форм, цвета, минимального изменения материала, с которым работает художник. Представители: М. Бочнер, Р. Моррис, Р. Мэнголд.

**Модернизм** (от лат. *modernus* — современный) — совокупность художественных направлений, которые стремились отойти от классического искусства путем создания нового, нетрадиционного подхода к изображению действительности. Стиль возник во второй половине XIX — начале XX вв. Наиболее значительными модернистскими направлениями были импрессионизм, символизм, модерн, экспрессионизм, постимпрессионизм, фовизм, кубизм, футуризм и др. Представители: С. Дали, В. Ван Гог.

**Натурализм** (от лат. *naturalis* — природный, естественный) — направление в искусстве, сложившееся в последней трети XIX в. в Европе и США. Представители этого направления считали, что художник должен отражать окружающий мир без всяких прикрас, условностей и запретов, с максимальной объективностью. Представители: Ж. Бастьен-Лепаж, А. Мутт, Л. Лермит.

**Оп-арт** (от англ. *optical art* — оптическое искусство) — неоавангардистское течение, одна из разновидностей геометрического абстракционизма. Суть произведения в этом направлении подается через оптические иллюзии — резкий цветовой контраст, ритмическое повторение фигур и линий. Основателем и наиболее ярким представителем этого направления был В. Вазарели.

**Примитивизм** — направление искусства, в котором произведение намеренно создается в упрощенной, лубочной манере. Стиль зародился в конце XIX — начале XX вв. Представители: М. Шагал, Н. Пиромани.

**Поп-арт** — неоавангардистское направление в изобразительном искусстве, получившее распространение с конца 1950-х гг. в США. Отличительная черта поп-арта: искусство — в обыденном, все одинаково ценно или бесценно, предметы жизни и быта становятся главными «героями». Представители: Дж. Джонс, Э. Уорхол.

**Постимпрессионизм** — общее название различных течений в живописи XX в., возникших после импрессионизма: символизма, дивизионизма, экспрессионизма, кубизма, пуризма. Художники этого направления стремились свободно и обобщенно передавать материальность мира, прибегали к декоративной стилизации. Представители: В. Ван Гог, П. Гоген, П. Сезанн.

**Романтизм** — направление в искусстве конца XVIII — первой половины XIX вв., борющееся с канонами классицизма, выдвигавшее на первый план индивидуализм, естественность, искренность и раскованность, чувственное восприятие мира. Его основные черты: динамичность композиции, объемная пространственность, насыщенный колорит, светотень. Представители: Дж. Тернер, Т. Жерико и Э. Делакруа).

**Символизм** — одно из крупнейших направлений в искусстве, возникшее во Франции в 1870—1880-х гг. и достигшее наибольшего развития на рубеже XIX и XX веков. Художники этого направления считали, что познание мира происходит интуитивно и отражается не в реальном его изображении, а в символах, выражающих потусторонний, скрытый от обыденного сознания смысл явлений. Представители: М. Врубель, Х. Симберг, Г. Моро).

**Супрематизм** (от лат. *supremus* — высший, крайний) — одно из основных течений абстракционизма, основанное в первой четверти XX в. в России К. Малевичем. Представители этого направления считали, что единственно возможно отражение действительности через комбинацию разноцветных геометрических плоскостей простейших форм (квадрата, круга и прямоугольника). Представители: К. Малевич, А. Экстер, И. Пуни.

**Сюрреализм** (от франц. *surréalisme* — сверхреализм) — направление в искусстве, сформировавшееся к началу 1920-х гг. во Франции. Первейшей целью сюрреалистов было духовное возвышение и отделение духа от материального. Основное понятие этого течения — сюрреальность, т. е. совмещение сна и реальности. Для этого сюрреалисты предлагали абсурдное, противоречивое сочетание натуралистических образов. Представители: С. Дали, М. Эрнст, Р. Магритт.

**Фовизм** (франц. *fauve* — дикий) — направление во французской живописи начала XX в., характеризующееся первичностью цвета и вторичностью предмета изображения — яркие и резко контрастные краски, сведение формы к простым очертаниям, отказ от линейной перспективы. Представитель: А. Матисс.

**Экспрессионизм** (от лат. *expressio* — выражение) — авангардистское течение в европейском искусстве, получившее развитие в конце XIX — начале XX вв. и рассматривающее произведение искусства как инструмент донесения до зрителя эмоционального образа или эмоционального состояния самого художника. Представители: Э. Мунк, Ф. Марк.

## ВЫДАЮЩИЕСЯ ЖИВОПИСЦЫ И СКУЛЬПТОРЫ

**Агелад** (VI—V вв. до н. э.) — древнегреческий скульптор, глава аргосской школы, учитель Фидия. Известен своими статуями победителей Олимпийских игр и статуей Зевса в Мессене.

**Айвазовский Иван Константинович** (Гайвазян Оганес, 1817—1900) — русский живописец-маринист («Девятый вал», «Черное море»).

**Антокольский Марк Матвеевич** (Антокольский Мордух Матысович, 1843—1902) — скульптор-реалист, профессор скульптуры («Смерть Сократа», «Нестор-летописец», «Ермак»).

**Архипенко Александр Порфирьевич** (1887—1964) — украинский и американский художник и скульптор («Шагающая», «Перед зеркалом», «Меланхолия»).

**Боровиковский Владимир Лукич** (1757—1825) — русский и украинский художник-портретист (портреты Павла I, М. Лопухиной, А. Куракина).

**Босх Иероним** (ван Акен Ерун Антонисон, ок. 1460—1516) — голландский живописец, один из крупнейших мастеров северного Возрождения («Семь смертных грехов», «Блудный сын»).

**Боттичелли Сандро** (1445—1510) — величайший итальянский живописец эпохи раннего Возрождения («Поклонение волхвов», «Благовещение»).

**Брейгель-ст. Питер** (ок. 1525—1569) — фламандский живописец и график, мастер пейзажа и жанровых сцен («Крестьянский танец», «Поклонение волхвов» и др.).

**Брюллов Карл Павлович** (1799—1852) — русский живописец, рисовальщик, представитель академизма («Всадница», «Последний день Помпеи», «Вирсавия»).

**Буонарроти Микеланджело** (1475—1564) — итальянский живописец, скульптор и архитектор периода Возрождения («Давид», «Умиравший раб», роспись Сикстинской капеллы в Риме).

**Ван Гог Винсент Виллем** (1853—1890) — нидерландский художник-постимпрессионист («Подсолнухи», «Пейзаж в Овере после дождя», «Автопортрет с отрезанным ухом»).

**Васнецов Виктор Михайлович** (1848—1926) — русский художник и архитектор, мастер исторической и фольклорной живописи («Аленушка», «Иван-Царевич на сером волке», «Витязь на распутье» и др.).

**Ватто Жан Антуан** (1684—1721) — французский художник, мастер жанровой живописи («Жиль», «Общество в парке» и др.).

**Веласкес Диего** (1599—1660) — один из величайших представителей испанского «золотого века» («Венера с зеркалом», «Завтрак», «Сдача Бреды» и др.).

**Венецианов Алексей Гаврилович** (1780—1847) — русский живописец, мастер жанровых сцен из крестьянской жизни («Жнецы», «Спящий пастушок» и др.).

**Верещагин Василий Васильевич** (1842—1904) — русский художник-баталист («Апофеоз войны», «Наполеон на Бородинских высотах» и др.).

**Вермеер Ян** (1632—1675) — голландский живописец, мастер портрета и бытовой живописи («Молочница», «Бокал вина» и др.).

**Веронезе (Кальери) Паоло** (1528—1588) — итальянский живописец эпохи Возрождения («Битва при Лепанто», «Брак в Кане Галилейской» и др.).

**Врубель Михаил Александрович** (1856—1910) — русский художник-универсал, работал в живописи, графике, декоративной скульптуре («Ангел с кидилом и свечой», «Демон», «Царевна-Лебедь» и др.).

**Вучетич Евгений Викторович** (1908—1974) — русский советский скульптор-монументалист («Родина-мать» на Мамаевом кургане в Волгограде, памятник Н. Ватутину в Киеве и др.).

**Ге Николай Николаевич** (1831—1894) — русский живописец, мастер портретов, исторических и религиозных полотен («Тайная вечеря», «Петр I допрашивает царевича Алексея Петровича в Петергофе», «Голгофа»).

**Гейнсборо Томас** (1727—1788) — английский живописец, график, портретист и пейзажист («Голубой мальчик», «Корнардский лес» и др.).

**Юген Поль** (1848—1903) — французский живописец, скульптор — керамист и график. Считается крупнейшим представителем постимпрессионизма («А, ты ревнуешь?», «Шьющая женщина»).

**Гойя Франсиско** (1746—1828) — испанский живописец и график («Маха обнаженная», «Семья короля Карла IV», серия гравюр «Капричос» и др.).

**Грабарь Игорь Эммануилович** (1871—1960) — русский и советский художник, искусствовед, музейный деятель («Мартовский снег», «Крестьяне-ходоки на приеме у В. Ленина» и др.).

**Греко** (Эль-Греко, Теотокопулос Доменикос, 1541—1614) — испанский живописец греческого происхождения («Кающаяся Мария Магдалина», «Портрет инквизитора», «Апостолы Петр и Павел»).

**Греков Митрофан Борисович** (1882—1934) — советский художник-баталист («Трубачи Первой конной», «Тачанка»).

**Давид Жак Луи** (1748—1825) — французский живописец-неоклассицист («Клятва Горациев», «Смерть Марата», «Сабинянки, останавливающие битву между римлянами и сабинянами»).

**Да Винчи Леонардо** (1452—1519) — итальянский художник, скульптор, архитектор и ученый («Тайная вечеря», «Мона Лиза», «Дама с горностаем»).

**Дали Сальвадор** (1904—1989) — испанский живописец-сurreалист, график, скульптор («Сон, вызванный полетом пчелы вокруг граната за секунду до пробуждения», «Тайная вечеря»).

**Дега Эдгар** (1834—1917) — французский живописец-импрессионист («Юные спартанцы», «Балетная школа», «Голубые танцовщицы»).

**Делакруа Фердинан Виктор Эжен** (1798—1863) — французский живописец и график, сторонник романтизма («Свобода, ведущая народ», «Резня на Хиосе»).

**Джамболонья Джорджоне** (ок. 1476—1510) — итальянский художник венецианской школы живописи периода высокого Возрождения («Спящая Венера», «Три философа», «Юдифь»).

**Ди Бондоне Джотто** (ок. 1267—1337) — итальянский художник и архитектор («Поцелуй Иуды»).

**Донателло** (ди Бетто Барди Донато ди Никколо, ок. 1386—1466) — итальянский скульптор эпохи Возрождения, основоположник индивидуализированного скульптурного портрета (статуя Давида).

**Дюрер Альбрехт** (1471—1528) — немецкий живописец и график эпохи Ренессанса (автопортреты, «Мадонна с младенцем», диптих «Адам и Ева», гравюры «Меланхолия», «Четыре всадника Апокалипсиса»).

**Жерико Жан Луи Андре Теодор** (1791—1824) — французский живописец («Плот», «Медузы», «Раненый кирасир»).

**Кандинский Василий Васильевич** (1866—1944) — русский живописец-абстракционист, график («Восток»).

**Караваджо Микеланджело** (1571—1610) — итальянский художник, реформатор европейской живописи XVII в., один из крупнейших мастеров барокко («Шулеры», «Гадание»).

**Кипренский Орест Адамович** (1782—1836) — русский художник-портретист, представитель романтизма (портреты Н. Батюшкова, В. Жуковского, А. Пушкина).

**Клодт Петр Карлович** (фон Юргенсбург Клодт, 1805—1867) — русский скульптор-анималист, представитель классицизма (кони на Аничковом мосту в Санкт-Петербурге).

**Коненков Сергей Тимофеевич** (1874—1971) — русский (советский) художник, скульптор («Стрибог», бюст Альберта Эйнштейна, цикл «Три возраста»).

**Коро Жан Батист Камиль** (1796—1875) — французский художник-пейзажист, жанровый портретист («Воспоминание о Мортелефонте», «Дорога в Севр», «Орфей, ведущий Эвридику из царства теней»).

**Коровин Константин Алексеевич** (1861—1939) — русский живописец и театральный художник («Лунная ночь, зима», «Федор Шалапин», «Парижское кафе»).

**Коровин Сергей Алексеевич** (1858—1908) — русский живописец-жанрист; брат К. А. Коровина («На миру», «К Троице»).

**Крамской Иван Николаевич** (1837—1887) — русский живописец-портретист, передвижник, учитель И. Е. Репина («Незнакомка», «Христос в пустыне», портреты И. Шишкина, Д. Менделеева).

**Корзухин Алексей Иванович** (1835—1894) — русский жанровый живописец, один из учредителей Товарищества передвижных художественных выставок («Перед исповедью», «Разлука»).

**Куинджи Архим Иванович** (1841—1910) — русский живописец-пейзажист, передвижник («Украинская ночь», «Ночь на Днепре», «Ночное»).

**Курбе Гюстав** (1819—1877) — французский живописец, пейзажист и портретист («Автопортрет с черной собакой», «Мастерская художника»).

**Кустодиев Борис Михайлович** (1878—1927) — русский художник, жанровый портретист (портреты Ф. Шалапина, М. Волошина, «Купчиха за чаем»).

**Кусту Гийом** (1677—1746) — французский королевский скульптор, директор Королевской академии живописи и скульптуры («Укротители коней» и «Кони Марли»).

**Левитан Исаак Ильич** (1860—1900) — русский художник-пейзажист, создатель жанра «пейзаж настроения» («Озеро. Русь», «Золотая осень», «Над вечным покоем»).

**Левицкий Дмитрий Григорьевич** (ок. 1735—1822) — русский художник, мастер парадного и камерного портрета (портреты У. Мнишек, Е. Воронцовой, П. Демидова).

**Лемпицка Тамара** (Гурвич-Гурска Мария; 1898—1980) — польская и американская художница, автор известной картины «Прекрасная Рафаэла».

**Лисипп** (IV в. до н. э.) — древнегреческий скульптор, его произведения известны по более поздним описаниям или римским копиям («Отдыхающий Гермес», «Купидон»).

**Мазаччо** (ди Гвиди Томмазо ди сер Джованни; 1401—1428) — итальянский живописец, представитель флорентийской школы («Изгнание из рая», «Вознесение Марии»).

**Маковский Владимир Егорович** (1846—1920) — художник-передвижник, график, мастер жанровой сцены («Императрица Мария Федоровна», «Крах банка»).

**Маковский Константин Егорович** (1839—1915) — русский художник, работавший как в академическом жанре, так и в стиле передвижников («Исцеление слепых», «Смерть Ивана Грозного», «Дети, бегущие от грозы»).

**Малевич Казимир Северинович** (1878—1935) — русский художник-супрематист («Атлеты», «Черный квадрат», «Красный квадрат»).

**Мане Эдуард** (1832—1883) — французский художник, один из родоначальников импрессионизма («Олимпия», «Завтрак на траве»).

**Мартос Иван Петрович** (1754—1835) — русский скульптор-монументалист (памятники Минину и Пожарскому, Ломоносову в Холмогорах, герцогу Ришелье в Одессе).

**Матейко Ян Алоизий** (1838—1893) — польский живописец-баталист, автор полотен на историческую тематику («Грюнвальдская битва», «Жанна д'Арк»).

**Матисс Анри** (1869—1954) — французский живописец, скульптор и график, основатель фовизма («Танец», «Музыка»).

**Мирон из Элветер** (V в. до н. э.) — греческий (беотский) скульптор первой половины V в. до н. э. («Дискобол», «Афины и Марсия»).

**Модильяни Амедео Клементе** (1884—1920) — итальянский скульптор и живописец-экспрессионист («Эльвира»).

**Моне Оскар Клод** (1840—1926) — французский живописец, один из основателей импрессионизма («Женщины в саду», «Водяные лилии», «Пруд с лилиями»).

**Мунк Эдвард** (1863—1944) — норвежский график и живописец-экспрессионист («Большая девочка», «Крик»).

**Мухина Вера Игнатьевна** (1889—1953) — советский скульптор-монументалист («Рабочий и колхозница», памятник М. Горькому в Москве).

**Мясоедов Григорий Григорьевич** (1834—1911) — российский живописец-передвижник («Земство обедает», «Бегство Отрепьева», «Страдная пора»).

**Перов (Криденер) Василий Григорьевич** (1834—1882) — русский живописец-передвижник («Тройка», «Портрет Ф. Достоевского», «Охотники на привале»).

**Пикассо Пабло** (1881—1973) — французский художник и скульптор испанского происхождения. Работал в стиле реализма и кубизма («Пикадор», «Любительница абсента», «Девочка на шаре»).

**Пиросмани Нико** (Пиросманашвили Николай Асланович, 1862—1918) — грузинский художник-самоучка, представитель примитивизма («Жираф», «Порт Батуми»).

**Пракситель** (IV в. до н. э.) — древнегреческий (афинский) скульптор («Гермес с младенцем Дионисом», «Аполлон, убивающий ящерицу», «Афродита Книдская»).

**Пуссен Никола** (1594—1665) — французский исторический живописец и пейзажист, основатель французского классицизма («Похищение сабинянок», «Смерть Германика», «Царство Флоры»).

**Рембрандт Харменс ван Рейн** (1606—1669) — голландский живописец, рисовальщик, гравёр («Ночной дозор», «Даная», «Святое семейство»).

**Ренуар Пьер Огюст** (1841—1919) — французский живописец-импрессионист, график и скульптор («Купальщица», «Завтрак гребцов»).

**Репин Илья Ефимович** (1844—1930) — русский и украинский живописец. Мастер исторического и портретного жанров («Запорожцы пишут письмо турецкому султану», «Бурлаки на Волге», «Не ждали», «Крестный ход в Курской губернии»).

**Рерих Николай Константинович** (1874—1947) — русский художник, мастер исторического и пейзажного жанров («Заморские гости», «Гонец (Восстал род на род)», «Лхаса»).

**Роден Франсуа Огюст Рене** (1840—1917) — французский скульптор-импрессионист («Мыслитель», «Граждане Кале», «Врата ада»).

**Рубенс Питер Пауль** (1577—1640) — фламандский живописец-портретист, пейзажист, автор масштабных картин на историческую и мифологическую тематику («Четыре философа», «Похищение дочерей Левкиппа», «Шубка»).

**Рублев Андрей** (Ок. 1360 — ок. 1430) — русский художник-иконописец (иконы «Святая Троица», «Апостол Павел»).

**Рубо Франц Алексеевич** (1856—1928) — русский художник-панорамист («Оборона Севастополя», «Бородинская битва», «Штурм аула Ахульго»).

**Саврасов Алексей Кондратьевич** (1830—1897) — русский живописец-пейзажист, передвижник («Грачи прилетели», «Плоты», «Зимняя ночь»).

**Санти Рафаэль** (1483—1520) — итальянский живописец, архитектор и график («Мадонна Конестабиле», «Сикстинская Мадонна», «Афинская школа»).

**Сезанн Поль** (1839—1906) — французский живописец, постимпрессионист («Пьеро и Арлекин» «Гора Сент-Виктуар», «Берега Марны»).

**Серов Валентин Александрович** (1865—1911) — русский живописец-портретист, передвижник («Похищение Европы», «Девочка с персиками», «Портрет Иды Рубинштейн»).

**Суриков Василий Иванович** (1848—1916) — русский художник-передвижник, мастер исторического жанра, портретист («Утро стрелецкой казни», «Меншиков в Березове», «Боярыня Морозова», «Переход Суворова через Альпы»).

**Тинторетто (Робусто) Якопо** (1518—1594) — итальянский живописец, один из величайших живописцев венецианской школы позднего Ренессанса («Тайная вечеря», «Философ Диоген»).

**Тициан** (Вечеллио Тициано, 1477—1576) — венецианский живописец эпохи высокого Возрождения («Венера Анадиомена», «Венера Урбинская», «Венера и Адонис», «Даная»).

**Торвальдсен Бертель** (1768—1844) — датский скульптор, представитель классицизма («Ясон»).

**Тропинин Василий Андреевич** (1776—1857) — русский живописец-портретист (портреты А. Пушкина, К. Брюллова).

**Тулуз-Лотрек Анри** (1864—1901) — французский график и живописец, постимпрессионист («Портрет Ван Гога», «Танец в “Мулен Руж”», «Прачка»).

**Фальконе Этьен Морис** (1716—1791) — французский скульптор, приверженец классицизма («Зима», «Амур», «Медный всадник»).

**Фидий** (ок. 490—430 гг. до н. э.) — древнегреческий скульптор и архитектор. Произведения Фидия считаются одним из высших достижений античного искусства (статуи «Афина Парфенос», Зевса в Олимпии — одно из семи чудес Древнего мира, «Раненая Амазонка»).

**Челлини Бенвенуто** (1500—1571) — итальянский скульптор, медальер и архитектор эпохи Ренессанса («Персей», «Ганимед», бюст Козимо Медичи).

**Шагал Марк** (Шагал Мойше, 1887—1985) — французский художник-авангардист, выходец из России («Еврей в молитве», «Над городом», «Летающая повозка»).

**Шишкин Иван Иванович** (1832—1898) — русский художник-пейзажист, один из учредителей Товарищества передвижных художественных выставок («Утро в сосновом лесу», «Дебри», «Пасека», «Еловый лес»).

**Эйк ван Ян** (ок. 1385—1441) — фламандский живописец-портретист периода Возрождения, один из первых художников, освоивших технику живописи масляными красками («Мадонна с читающим ребенком», «Портрет человека в тюбане», «Портрет четы Арнольфини»).

**Ярошенко Николай Александрович** (1846—1898) — русский живописец, жанровый портретист, передвижник («Кочегар», «Всюду жизнь», «Курсистка»).

## Театральное искусство

### ЖАНРЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ТЕАТРА

**Абсурда театр** — направление в драматургии и театре, представляющее мир как бессмысленный, нелогичный набор фактов, поступков. Зародился в Париже в середине XX в.

**Балет** — вид сценического искусства, в котором основными выразительными средствами являются неразрывно связанные между собой музыка и классический или характерный танец — пантомима, с помощью которой актеры передают суть происходящего.

**Бурлеск-шоу** — разновидность развлекательного театрального шоу, основными элементами которого являются шуточные диалоги и монологи с эротическим подтекстом, а также танцевальные эротические номера.

**Буффонада** — комическое представление, построенное на приемах народного уличного театра.

**Вербатим (документальный театр)** — вид представления, состоящий из реальных монологов или диалогов обычных людей, перепроизносимых актерами. Документальный театр зародился в Англии в середине 1990-х гг.

**Водевиль** — вид комедии положений с песнями-куплетами и танцами.

**Драма** — один из ведущих жанров драматургии, изображающий остроконфликтные взаимоотношения человека с обществом или собой. Современная драма отличается серьезным содержанием и показывает различные стороны жизни человека и общества с упором на психологические аспекты.

**Комедия** — вид драмы, в котором действие, события и характеры трактуются в формах комического.

**Комедия дель арте (комедия масок)** — вид итальянского народного уличного театра, спектакли которого создавались методом импровизации с участием актеров, одетых в маски (Полишинель, Панталоне, Арлекин и др.). Комедия масок произошла от карнавальных празднеств.

**Кукольный театр** — вид театра, где роли играют куклы, управляемые актерами.

**Мелодрама** — жанр произведения, в основе которого лежит эмоциональная интрига с резким противопоставлением добра и зла.

**Мим** — комедийный жанр уличного театра с короткими сценками сатирического или развлекательного характера.

**Мистерия** — жанр европейского средневекового религиозного театра. Мистерии представлялись на площадях городов.

**Моноспектакль (театр одного актера)** — спектакль с единственным исполнителем.

**Моралите** — жанр театра, возникший в Западной Европе в XV в., назидательная аллегорическая пьеса, герои которой представляют различные добродетели и пороки.

**Мюзикл (музыкальная комедия)** — музыкальная театральная постановка, в которой используются различные средства музыки, драматического, хореографического и оперного искусств.

**Опера** — театральный жанр, в котором пение и музыка играют главную роль в сценическом действии. Жанр зародился в XVI в. в Италии.

**Оперетта** — лирическое или комическое театральное представление, в котором отдельные музыкальные номера чередуются с диалогами без музыки и танцами.

**Пантомима** — вид сценического искусства, в котором основным средством создания художественного образа являются мимика, жесты и пластика человеческого тела, без использования слов.

**Пародия** — театральный жанр, в котором намеренно имитируют в сатирической или юмористической форме другое произведение.

**Пастораль** — произведение, сюжет которого связан с идеализированным изображением пастушеской жизни.

**Сатира** — театральный жанр, в котором высмеивается какое-либо событие или явление при помощи различных комических средств: сарказма, иронии, гиперболы, гротеска и др.

**Соти** — комедино-сатирический жанр французского театра XV—XVII вв., разновидность фарса.

**Театр зверей** — вид театра, в котором актерами выступают животные. Одним из первых был театр В. Дурова, основанный в 1912 г.

**Театр света** — светомузыкальный театр, в котором роль актеров выполняют световые лучи.

**Театр теней** — театральное представление, в котором используются плоские куклы, прислоняемые сзади к полупрозрачному экрану. Возник в Азии более 1500 лет назад.

**Трагедия** — жанр драматического произведения, основанный на развитии событий, приводящем к катастрофическому для персонажей исходу.

**Трагикомедия** — драматическое произведение, обладающее признаками как комедии, так и трагедии.

**Уличный театр** — разновидность театра, спектакли которого происходят на открытой местности, зачастую с вовлечением зрителей в действие.

**Феерия** — жанр театральных спектаклей с фантастическим сюжетом, красочными костюмами и декорациями и использованием постановочных эффектов. Этот тип представлений возник в Италии в XVII в.

**Флиаки** — короткие шуточные сценки о жизни богов и героев в древнегреческом театре.

## ТЕАТРАЛЬНЫЕ ФЕСТИВАЛИ И ПРЕМИИ

**Авиньонский фестиваль** — основан в 1947 г. Ж. Виларом и ежегодно проходит под открытым небом в Авиньоне (Франция).

**«Арт-Альтернатива»** — ежегодный международный фестиваль-лаборатория альтернативных театров, проводимый в Донецке с 2005 г.

**«Белая Вежа»** — международный театральный фестиваль, проходит в Бресте (Белорусь) с 1996 г. Программа восьми фестивальных дней включает весь спектр современного театрального искусства — от академической драмы до уличных представлений.

**«Европа — театру»** — одна из самых престижных театральных премий в мире. Была учреждена в 1986 г. в итальянском городе Таормина. Премия составляет 60 тыс. евро.

**«Золотая маска»** — всероссийская театральная премия, учреждена в 1994 г. и вручается спектаклям всех жанров театрального искусства: драма, опера, балет, оперетта, мюзикл и кукольный театр. Церемония проходит в Москве, лауреатам вручают украшенные полудрагоценными камнями фарфоровые маски.

**«Киевская пектораль»** — самая престижная премия Украины в сфере театрального искусства, основана в 1992 г. Лауреат награждается золотой статуэткой, почетной грамотой и денежной премией. Церемония награждения приурочена к празднованию Международного дня театра (27 марта).

**Международный театральный фестиваль имени А. П. Чехова** — проводится с 1992 г., учрежден Международной конфедерацией театральных союзов. Фестиваль проходит каждые два года в Москве и состоит из нескольких серий: мировая серия, московская серия, экспериментальные и молодежные постановки.

**Премия Лоуренса Оливье** — британская театральная премия (данное название носит с 1984 г.). Существует с 1976 г. и вручается номинантам в категориях «Мюзикл», «Драма», «Опера», «Балет» и «Танец». Приз представляет собой бюст Лоуренса Оливье в образе шекспировского Генриха V.

**Премия Станиславского** — ежегодная международная театральная премия, учреждена в 1994 г. Вручается в девяти номинациях. Премия включает в себя памятный нагрудный знак «Золотая чайка» и денежное вознаграждение.

**«Театральные встречи»** — ежегодный берлинский театральный фестиваль. Жюри проводит отбор десяти лучших театральных постановок на немецком языке, которые показывают в мае месяце в течение двух недель в Берлине.

**«Тони»** — старейшая и престижнейшая театральная премия США (первая церемония состоялась в 1947 г.), была учреждена театром «Винг» и названа в честь актрисы и продюсера Антониетт Перри. Имеет 22 номинации. Премия «Тони» — медаль с изображением масок трагедии и комедии на одной стороне и профилем Тони Перри — на другой.

**Эдинбургский фестиваль театра и музыки** — крупнейший международный фестиваль. Основан в 1947 г., программа включает концерты оркестровой, камерной и вокальной музыки, оперного искусства, театральных и балетных постановок, фестиваль экспериментального исполнительского искусства — Фриндж (начинается за неделю до Эдинбургского фестиваля).

## Кинематограф

**Кино** — синтетическое искусство, соединяющее элементы литературы, театра, музыки, живописи, архитектуры, балета и т. д. Появилось в XX в., после изобретения братьями Люмьер кинокамеры. Имеет пять основных видов: художественное (игровое), документальное, научно-популярное, мультипликационное, рекламное. Каждый из этих видов делится на ряд жанров, хотя жанры игрового кино не имеют четких границ и могут непрерывно переходить один в другой. В результате один и тот же фильм можно отнести к нескольким жанровым группам.

## ВИДЫ И ЖАНРЫ КИНО

**Боевик (экшен)** — жанр кинематографа, в котором основное внимание уделяется перестрелкам, дракам, погоням; приключенческие фильмы этого жанра зачастую имеют несложный сюжет — насильственная борьба главного героя со злом, в результате которой побеждает добро.

**Вестерн** — разновидность приключенческого фильма-боевика, действие которого происходит во второй половине XIX в. на Диком Западе, в Западной Канаде или в Мексике. Наибольший расцвет вестерна пришелся на середину XX в.

**Военный фильм** — жанр кино, в котором изображаются события войны или сражения, амуниция, оружие, приемы и организация боя. В центре событий обычно находится сцена главного сражения.

**Гангстерский фильм** — приключенческий фильм, сюжет которого построен на конфликте гангстерских группировок в 1930-е г. в США.

**Готика (неоготика)** — жанр приключенческой фантастики с элементами драмы, романтики, мистики. Сюжет базируется на сверхъестественности образов и описываемых событий, но нет присущей фильмам ужасов атмосферы страха и обреченности.

**Детектив** — жанр кинематографа, произведения которого показывают процесс расследования загадочного происшествия, преступления с целью выяснения его обстоятельств и раскрытия загадки.

**Джалло** — поджанр фильмов ужасов, сочетающий элементы криминального триллера и эротики.

**Драма** — кинематографический жанр, изображающий в основном частную жизнь человека и его конфликт с обществом с акцентом на общечеловеческих противоречиях.

**Исторический фильм** — фильм, в котором реконструируются исторические события.

**Карате-фильм (кунг-фу-фильм)** — приключенческий фильм с упором на рукопашные схватки с использованием приемов различных единоборств.

**Киберпанк** — жанр фантастики, основа сюжета которого — проблемы, возникающие в обществе в связи с неправильным применением технических достижений человечества.

**Кинокомедия** — один из основных жанров киноискусства, цель которого — рассмешить зрителя, улучшить его настроение. Кинокомедия появилась почти одновременно с возникновением кинематографа.

**Комедия положений** — один из поджанров комедии, основа сюжета — действия героев в курьезных, смешных ситуациях.

**Мелодрама** — жанр кино, в произведениях которого раскрывается духовный мир человека в кризисных, ярких эмоциональных ситуациях.

**Музыкальный фильм** — жанр кино, в котором музыка и танцы являются частью сюжета. Множество музыкальных фильмов снимается по мотивам мюзиклов и оперетт.

**Нуар** — разновидность детектива, возникшая в американском кинематографе 1940-х — 1950-х гг. и отражавшая пессимизм и разочарование в американском обществе после Великой депрессии и в годы Второй мировой войны.

**Пародия** — вид комедии, в котором в сатирической или юмористической форме повторяются черты другого произведения.

**Порнофильм** — более откровенный вариант эротического фильма, основным сюжетом является половой акт.

**Приключенческий фильм** — может иметь характерные черты других жанров, в том числе боевиков, но главной особенностью является отсутствие в сюжете грубого насилия и минимум кровавых сцен, акцент смещен на смекалку персонажей, умение перехитрить, обмануть злодея. В приключенческих фильмах, как правило, добро побеждает зло.

**Семейное кино** — фильмы с комедийным или мелодраматическим сюжетом, предназначенные для просмотра всей семьей.

**Триллер** — фильм, не ограниченный определенными сюжетными рамками, главная особенность — ощущение напряженного переживания, волнения, страха, создаваемое работой оператора, соответствующей музыкой, монтажными средствами.

**Уся** — приключенческий жанр китайского фэнтези, в котором делается упор на демонстрацию восточных единоборств.

**Фантазмагория** — жанр фантастических фильмов, имеющий в основе сюжет абстрактного характера, изображающий причудливые, нереальные события, видения.

**Фантастический фильм** — жанр кинематографа, в котором образы, события и антураж намеренно отстранены от обыденной реальности — основные действия происходят в будущем, прошлом или в «параллельном» мире.

**Фильм-катастрофа** — жанр приключенческого фильма, показывающий действия и спасение главных героев в природной или техногенной катастрофе.

**Фильм ужасов** — к этому жанру относятся фильмы, основная сюжетная линия которых — страх, все события, образы призваны напугать зрителя, вселить чувство тревоги и создать напряженную атмосферу ожидания чего-то ужасного.

**Фэнтези** — поджанр фантастики, основанный на использовании мифологических и сказочных мотивов; основное действие происходит в вымышленном мире, населенном мифическими, сказочными существами.

**Эротический фильм** — направлен на то, чтобы вызвать у зрителя сексуальное возбуждение и эротические фантазии.

## МЕЖДУНАРОДНЫЕ КИНОФЕСТИВАЛИ И КИНОПРЕМИИ

**BAFTA (British Academy of Film and Television Arts Awards)** — премия Британской академии кино- и телевизионных искусств. Церемония вручения наград BAFTA проходит в Лондоне ежегодно в середине февраля. Впервые награждение состоялось в 1947 г. Награды вручаются в девятнадцати номинациях, существует и четыре специальных именных награды по итогам прошлого года. Кроме кинематографических, BAFTA вручает награды в области телевидения, искусства для детей, компьютерных игр (с 2006 г.). Призы: «Золотая маска» (позолоченная «маска» работы Генри Мура, олицетворяющая драматическое искусство) — за лучший фильм года мирового кино и премия имени Александра Корды — английского кино.

**«Аэлита»** — фестиваль фантастики, проводится ежегодно весной в Екатеринбурге (с 1989 г. фестиваль получил статус международного). На фестивале «Аэлита» вручается четыре приза: премия «Аэлита», приз имени И. А. Ефремова, приз «Старт», приз имени В. Бугрова.

**Берлинский кинофестиваль (Берлинале)** — ориентируется в основном на фильмы «авторского кино». Фестиваль проводится с 1951 г. (с 1956 г. получил официальный статус международного кинофестиваля). Его учредителями стали союзники по Второй мировой войне — США, Великобритания и Франция. Победители определяются по таким категориям: «Лучший мюзикл», «Лучшая драма», «Лучший приключенческий фильм» и «Лучшая комедия». В конкурсной программе участвуют художественные полнометражные и короткометражные фильмы, созданные в течение 12 месяцев до начала Берлинале и не демонстрировавшиеся на других фестивалях. Награды: «Золотой Медведь», «Серебряный Медведь» и «Бронзовый Медведь».

**«Бригантина»** — ежегодный конкурс фильмов из России, Украины и Беларуси. Проводится в июне в Бердянске (Украина) с 2002 г.

**Венецианский международный кинофестиваль** — старейший в мире фестиваль, основан в 1932 г. по инициативе итальянского диктатора Бенито Муссолини. Место проведения с 1934 г. — остров Лидо, время проведения — август-сентябрь. Фестивальный показ состоит из следующих основных частей: основная программа — главный конкурс, программа «Горизонты», конкурс короткометражных фильмов, внеконкурсный показ, секция независимого и параллельного кино, конкурс авторского кино. Призы: главный приз, вручаемый лучшему фильму фестиваля, — «Золотой лев», «Серебряный лев» — лучшему режиссеру, кубок Вольпи за лучшую мужскую роль — лучшему актеру, приз Марчелло Матростяни — лучшему молодому актеру или актрисе, Osella — приз за лучший сценарий, операторскую работу, специальный приз жюри (приз Луиджи ди Лаурентиса) — вручается по желанию жюри режиссеру, актеру или актрисе за совокупный вклад в киноискусство.

**«Золотой глобус»** — ежегодная американская кинопремия, присуждается с 1944 г. за кинофильмы и телевизионные картины. Первое официальное вручение «Золотого глобуса» проводилось в 1954 г. в Лос-Анджелесе. Решение о награждении принимает Ассоциация иностранной прессы Голливуда.

**«Золотой Минбар»** — международный фестиваль мусульманского кино, организуется как ежегодный форум мусульманских кинематографистов, место регулярных встреч и обмена опытом деятелей культуры и искусства России и мусульманских стран ближнего и дальнего зарубежья. В фестивале могут принимать участие не только мусульмане, но и представители других конфессий, создающие фильмы, popularизирующие общечеловеческие духовно-нравственные и культурные традиции.

**«Золотой орел»** — национальная кинонаграда России. Учреждена Национальной Академией кинематографических искусств и наук России в 2002 г. Премия присуждается по итогам голосования действительных членов и членов-корреспондентов Академии. Фигурка приза «Золотой орел» изготовлена из позолоченной бронзы и помещена на яшмовый постамент. Первое вручение премии «Золотой орел» состоялось в 2002 г. в рамках XXIV Московского международного кинофестиваля.

**Ирпенский кинофестиваль** — международный некоммерческий фестиваль альтернативного кинематографа. Проводится ежегодно, начиная с 2003 г., в городе Ирпень (Украина).

**Каннский кинофестиваль** — претендентом на показ в официальной и неофициальной программе может стать любая картина, отвечающая предварительным условиям: фильм должен быть выпущен за 12 месяцев до марта календарного года проведения фестиваля и ранее не принимать участия в конкурсной программе других кинофестивалей; длительность короткометражных фильмов — до 15 минут с титрами, полнометражных — свыше 60 минут. Основной приз фестиваля — «Золотая пальмовая ветвь».

**Киевский международный кинофестиваль (КМКФ)** — ежегодный международный кинофестиваль, основан в 2009 г. Учредители: Министерство культуры и туризма Украины, Министерство иностранных дел Украины, продюсерский центр «Арт-Про». Заявленные цели кинофестиваля: поддержка игрового кино, формирование его высокого социально-культурного статуса, развитие творческих контактов, обмен опытом и идеями между кинематографистами Украины и зарубежных стран, оказание содействия творческой молодежи в сфере кинематографии, популяризация достижений национального кинематографа.

**«Кинотавр»** — открытый российский кинофестиваль, проводится в Сочи с 1991 г. Является вторым по величине (после ММКФ) российским кинофестивалем. В конкурсную программу фестиваля входит показ художественных полнометражных и короткометражных фильмов, снятых на русском языке. Призы вручаются в номинациях за лучшую режиссуру, за лучший дебют, за лучшую женскую и мужскую роль, за лучшую операторскую работу. Кроме главного приза фестиваля, вручаются призы им. Г. Горина «За лучший сценарий», им. М. Таривердиева «За лучшую музыку к фильму» и приз конкурса «Кинотавр. Короткий метр».

**Кинофестиваль «Послание к Человеку»** — международный кинофестиваль документальных, короткометражных игровых и анимационных фильмов, был учрежден в 1988 г. Госкино СССР (первый конкурс проведен в 1989 г.). Изначально фестиваль проводился раз в два года, с 1993 г. — ежегодно. Номинации: «Лучший полнометражный документальный фильм», «Лучший короткометражный документальный фильм», «Лучший короткометражный игровой фильм», «Лучший анимационный фильм», «Лучший дебют», «Гран-при за лучший фильм фестиваля». Призы: «Золотой Кентавр» (главный приз) и «Кентавр».

**«Киношок»** — открытый фестиваль кино стран СНГ, Латвии, Литвы и Эстонии. «Киношок» является одним из самых масштабных и престижных кинофестивалей России. Главный приз фестиваля — «Золотая лоза».

**КРОК** — ежегодный международный фестиваль анимационных фильмов, проводимый в России и Украине с 1989 г. С 1991 г. фестивали проходят в круизах по рекам СНГ.

**«Лістапад»** — Минский международный кинофестиваль, проводится ежегодно в ноябре в городе Минск (Республика Беларусь). Основными призами конкурса игрового кино являются «Золото «Лістапада»», «Серебро «Лістапада»», «Бронза «Лістапада»».

**Лондонский кинофестиваль** — проводится ежегодно с 1957 г. в столице Великобритании во второй половине октября — начале ноября. Главный организатор киносмотр — Британский киноинститут. Открывает или закрывает фестиваль британский фильм или лента о Великобритании. В программе фестиваля: художественные, короткометражные, анимационные, документальные и архивные фильмы, в основном европейских стран. Традиционными категориями на двухнедельном показе являются «Новое британское кино», «Французские революции», «Кино Европы», «Мировое кино».

**Международный кинофестиваль «2morrow/Завтра»** — ежегодный фестиваль современного кино. Проводится в Москве с 2007 г. Задача фестиваля — продвигать и поддерживать новые тенденции и направления в современном кинематографе. Фестиваль представляет конкурсную программу и несколько специальных программ и ретроспектив. Призы вручаются по следующим номинациям — «Изображение», «Звук», «Игра актера», «История» и «Гран-при».

**Международный фестиваль продюсерского кино** — проходит в Ялте (Украина). Главный приз фестиваля — «Большое золотое яблоко». Фестиваль проводится с 2000 г. Главными целями кинофестиваля является выявление и поддержка лучших проектов, разработанных кинопродюсерами Украины и России, а также повышение уровня кинопроизводства обеих стран и сохранение традиционных связей кинематографистов Украины и России.

**«Меридианы Тихого»** — Международный кинофестиваль полнометражного и короткометражного кино стран Азиатско-Тихоокеанского региона. Кинофорум проводится ежегодно во Владивостоке.

**Московский международный кинофестиваль (ММКФ)** — второй старейший киносмотр мира (после Венецианского кинофестиваля), проходит в конце июня и длится десять дней. Впервые был проведен в 1935 г., возобновлен только в 1959 г., а с 1997 г. становится ежегодным. Главный приз фестиваля (учрежден в 1989 г.) — «Золотой Святой Георгий».

**Московский фестиваль кино Латинской Америки** — объединяет в одной программе фильмы разных стран региона и ставит своей задачей популяризацию культуры стран Латинской Америки. Фестиваль был организован культурным центром LatinoFiesta при поддержке Института Латинской Америки РАН и одиннадцати посольств стран-участниц.

**«Ника»** — национальная премия Российской Академии кинематографических искусств, учреждена в 1987 г. Награждение проводится в 20 номинациях. Приз — позолоченные бронзовые статуэтки крылатой богини Ники. Первая церемония награждения состоялось в 1988 г. Основатель и художественный руководитель премии — Юлий Гусман.

**1-й Одесский международный кинофестиваль** — был основан в 2010 г. Он включает в себя конкурсную программу полнометражных фильмов, а также внеконкурсные разделы: «Фестиваль фестивалей», ретроспективы и специальные показы, отдельные программы национальных кинематографов и специальный проект — «Летняя киношкола». Основным критерий отбора кинокартин — наличие в фильме яркого

и неординарного чувства юмора. Главный приз фестиваля — статуэтка «Золотой Дюк», а также призы за лучшую режиссерскую и актерскую работу, два специальных приза жюри и приз зрительских симпатий.

**«Оскар»** — ежегодная национальная премия Американской академии киноискусства, главная кинопремия в США. Инициатором ее создания был глава киностудии «Metro-Goldwyn-Mayer» Луис Б. Майер. Первое вручение премии «Оскар» состоялось в 1929 г. «Оскары» вручаются по результатам всеобщего голосования членов Академии в конце февраля — начале марта (голосование по всем категориям происходит среди членов киноакадемии США по кинопрофессиям — актеры выбирают актера, режиссеры — режиссерами и т. д.). Основная награда — статуэтка рыцаря, стоящего на бобине с киноплёнкой.

В настоящее время премия «Оскар» вручается по 24 основным и 6 специальным номинациям. Необходимым условием для выдвижения фильма во все номинации, кроме «иноязычной», является то, что он должен быть показан до конца года, предшествующего награждению.

**«Сатурн»** — американская кинопремия Академии научной фантастики, фэнтези и фильмов ужасов, вручается с 1972 г. Основатель премии — доктор Дональд А. Рид. Номинации: «Лучший научно-фантастический фильм», «Лучший фильм-фэнтези», «Лучший фильм ужасов».

**«Сезар»** — национальная кинонаграда Франции. Вручается с 1975 г. Академией кинематографических искусств и техники по результатам голосования. Церемония награждения проходит ежегодно в феврале в парижском театре «Шатле».

**Таллиннский кинофестиваль «Темные ночи»** — фестиваль полнометражных фильмов стран Балтии, Северной, Центральной и Восточной Европы, России и Средней Азии. Проводится с 1997 г. с конца ноября до начала декабря. Включает в себя конкурсные программы полнометражных фильмов, специализированные фестивали с конкурсными программами (детских и молодежных, анимационных, студенческих и короткометражных фильмов). Логотип — воющий волк.

**«Феликс»** — ежегодная континентальная премия Европейской академии кино, учреждена в конце 1988 г. Конкурс задуман как главная европейская некоммерческая кинопремия, вручение наград происходит в разных городах Европы. Главный приз — бронзовая статуэтка «Феликс» на латунном постаменте.

## ВЫДАЮЩИЕСЯ КИНОРЕЖИССЕРЫ И АКТЕРЫ

**Абдулов Александр Гаврилович** (1953—2008) — советский и российский актер, заслуженный артист РСФСР, народный артист России. Снялся в 120 фильмах («Чародей», «Формула любви», «Десять негрят», «Мастер и Маргарита» и др.).

**Аллен Вуди** (Аллен Стюарт Кенигсберг, р. 1935) — американский актер, режиссер, сценарист. Автор 40 кинокартин. Лауреат трех премий «Оскар», премии «Сезар», «Золотой глобус», обладатель «Пальмовой ветви» Каннского фестиваля, «Золотого льва» — Венецианского.

**«Аль» Пачино Альфредо Джеймс** (р. 1940) — американский актер итальянского происхождения. Является обладателем американской «тройной короны актера» — «Оскар», «Золотой Глобус» и «Тони».

**Андреев Борис Федорович** (1915—1982) — советский актер театра и кино, народный артист СССР (1962), дважды лауреат Сталинской премии. Снялся в фильмах «Трактористы», «Два бойца», «Остров сокровищ» и др.

**Бандерас Антонио** (р. 1960) — испанский актер, известен по фильмам «Матадор», «Эвита», «Маска Зорро» и др.

**Баслашвили Олег Валерианович** (р. 1934) — советский и российский актер. Самые известные фильмы: «Вокзал для двоих», «Мастер и Маргарита», «Служебный роман».

**Басов Владимир Павлович** (1923—1987) — советский актер, режиссер, сценарист. Народный артист СССР (1983). Сыграл 80 ролей, режиссер 17 фильмов («Дни Турбиных» и др.).

**Беллуччи Моника Анна Мария** (р. 1964) — итальянская актриса и модель. Снялась в 45 фильмах («Матрица», «Братство волка», «Малена» и др.).

**Бельмондо Жан Поль** (р. 1933) — французский актер («Профессионал», «Великолепный», «Одиночка» и др.).

**Бодров Сергей Сергеевич** (1971—2002) — российский актер, режиссер, телеведущий. Лауреат Государственной премии РСФСР. Снялся в 13 фильмах («Брат», «Кавказский пленник» и др.).

**Бондарчук Сергей Федорович** (1920—1994) — советский актер, сценарист, режиссер. Принял участие в создании более 35 фильмов (в том числе «Война и мир», «Они сражались за Родину» и др.). Лауреат Сталинской, Ленинской, Государственной премий. Награды: почетный диплом Венецианского кинофестиваля, большой приз МКФ, премия «Оскар».

**Борисов Олег (Альберт) Иванович** (1929—1994) — советский и российский актер. Снялся в 64 фильмах (приз за лучшую мужскую роль на Венецианском кинофестивале).

**Брандо Марлон** (1924—2004) — американский актер. Снимался в фильмах «Мужчины», «Трамвай “Желание”», «В порту» (премия «Оскар»), «Крестный отец» («Оскар»), «Последнее танго в Париже» и др.

**Быков Леонид Федорович** (1928—1979) — артист, режиссер, сценарист. Народный артист УССР. Режиссер фильмов «В бой идут одни старики», «Аты-баты, шли солдаты» и др.

**Быков Ролан Антонович** (Роланд Анатольевич, 1929—1998) — советский и российский актер, режиссер, сценарист, народный артист СССР. Снялся в 97 фильмах. Режиссер и сценарист фильмов «Внимание, черепаха!», «Чучело» и др.

**Вертинский Александр Николаевич** (1889—1957) — русский киноактер, композитор, поэт и певец.

**Визин Георгий Михайлович** (1918—2001) — советский и российский актер. Народный артист СССР. Снялся в 84 фильмах («Кавказская пленница», «Джентльмены удачи»).

**Высоцкий Владимир Семенович** (1938—1980) — советский поэт, бард, актер, лауреат Государственной премии СССР. Сыграл около тридцати ролей в фильмах (в том числе «Место встречи изменить нельзя», «Маленькие трагедии», «Хозяин тайги», «Вертикаль»).

**Габен Жан** (Монкорже Жан Алексис, 1904—1976) — французский киноактер, актер театра («Французский канкан», «Преступление и наказание», «Мегрэ и гангстеры» и др.).

**Гайдай Леонид Иович** (1923—1993) — советский кинорежиссер, сценарист, актер. Народный артист РСФСР (1974), народный артист СССР (1989). Режиссер и автор сценариев фильмов «Операция “Ы” и другие приключения Шурика», «Кавказская пленница, или Новые приключения Шурика», «Бриллиантовая рука» и др.

**Галкин Владислав Борисович** (1971—2010) — советский и российский актер театра и кино, заслуженный артист России. Фильмография — 54 фильма.

**Гафт Валентин Иосифович** (р. 1935) — советский и российский актер театра и кино, народный артист РСФСР (1984). Снялся в более чем 100 фильмах.

**Герасимов Сергей Аполлинариевич** (1906—1985) — советский кинорежиссер, сценарист, киноактер, лауреат Ленинской, трех Сталинских премий и Государственной премии СССР, народный артист СССР. С 1929 по 1984 г. снял 34 фильма («Молодая гвардия», «Тихий Дон» и др.).

**Гердт Зиновий Ефимович** (Храпинович Залман Эфроимович, 1916—1996) — советский и российский актер театра и кино, народный артист СССР (1990). Снялся в 79 фильмах («Соломенная шляпка», «Золотой теленок» и др.).

**Говорухин Станислав Сергеевич** (р. 1936) — советский и российский кинорежиссер, сценарист, актер кино. Снял 22 фильма («Ворошиловский стрелок», «Место встречи изменить нельзя» и др.).

**Гофман Ежи** (р. 1932) — польский кинорежиссер и сценарист («Знахарь», «Огнем и мечом» и др.).

**Гундарева Наталья Георгиевна** (1948—2005) — советская и российская актриса театра и кино. Снялась в 74 фильмах («Одиноким предоставляется общежитие», «Труффальдино из Бергамо» и др.).

**Даль Олег Иванович** (1941—1981) — советский актер. Снялся в 41 фильме («Звезда пленительного счастья», «Горожане», «Не может быть!» и др.).

**Данелия Георгий Николаевич** (р. 1930) — советский, российский кинорежиссер и сценарист, заслуженный деятель искусств РСФСР, народный артист СССР, лауреат Государственной премии России, премии «Золотой Овен». Создал 17 фильмов («Мимино», «Афоня», «Кин-дза-дза» и др.).

**Де Ниро-мл. Роберт** (р. 1943) — американский актер, режиссер и продюсер. Обладатель премий «Золотой глобус» (1980) и «Оскар» (1974, 1980). Снялся в более чем 70 фильмах («Крестный отец-2», «Однажды в Америке», «Схватка» и др.).

**Депардье Жерар Ксавье Марсель** (р. 1948) — французский актер, лауреат премий «Золотой глобус» и «Сезар». Снялся в 173 фильмах («Невезучие», «Беглецы», «Сирано де Бержерак», «Граф Монте-Кристо», «Видок» и др.).

**Депп II Джон («Джонни») Кристофер** (р. 1963) — американский актер. Наибольшую известность получил за роли в фильмах «Пираты Карибского моря», «Сонная лошадина». Обладатель трех премий «Оскар», «Пальмовой ветви» Каннского фестиваля, восьми премий «Золотой глобус».

**Де Фюнес Луи** (1914—1983) — французский актер. Снялся в 153 фильмах («Фантомас», «Жандарм из Сен-Тропе», «Скупой» и др.).

**Джигарханян Армен Борисович** (р. 1935) — советский и российский актер театра и кино, режиссер театра. Занесен в Книгу рекордов Гиннеса как самый снимаемый российский актер (более 250 ролей в кино- и телефильмах, в том числе «Собака на сене», «Место встречи изменить нельзя», «Тегеран-43» и др.).

**Джолли Войт Анджелина** (р. 1975) — американская актриса, фотомодель, обладательница премии «Оскар», а также трех премий «Золотой глобус» и двух премий Гильдии киноактеров США.

**Дисней Уолт** (1901—1966) — американский художник-мультипликатор, кинорежиссер, актер, сценарист и продюсер, основатель компании «Walt Disney Productions» (сейчас «The Walt Disney Company»). Является создателем первого в истории звукового мультфильма, первого музыкального и первого полнометражного. Уолт Дисней как режиссер снял 111 фильмов и был продюсером еще 576 киноработ. Заслуги Диснея в области киноискусства были отмечены 26 премиями «Оскар» и многими другими наградами и премиями.

**Домогаров Александр Юрьевич** (р. 1963) — советский и российский актер, народный артист России. Снялся в кинокартинах «Огнем и мечом», «Царь», «Графиня де Монсоро».

**Евстигнеев Евгений Александрович** (1926—1992) — советский и российский актер театра и кино. Народный артист СССР. Снялся в 125 фильмах («Собачье сердце», «Зимний вечер в Гаграх», «Семнадцать мгновений весны» и др.)

**Ефремов Олег Николаевич** (1927—2000) — советский и российский актер, режиссер и театральный деятель, народный артист СССР (1976). Снялся в 78 фильмах, в том числе «Берегись автомобиля», «Три тополя на Плющихе» и др.

**Жженов Георгий Степанович** (1915—2005) — советский и российский актер театра и кино, за годы творческой деятельности сыграл более 100 ролей («Ошибка резидента», «Экипаж» и др.)

**Зеленая Рина** (Екатерина Васильевна, 1901—1991) — советская актриса эстрады, театра и кино, народная артистка РСФСР («Подкидыш», «Весна»).

**Золотухин Валерий Сергеевич** (р. 1941) — советский и российский актер театра и кино, народный артист России. Известен по фильмам «Бумбараш», «Ночной дозор», «Мастер и Маргарита» и др.

**Ильинский Игорь Владимирович** (1901—1987) — советский актер, лауреат Государственных премий СССР, Ленинской премии, народный артист СССР. Снялся в 29 фильмах, в том числе «Волга-Волга», «Карнавальная ночь», «Гусарская баллада» и др.

**Кадочников Павел Петрович** (1915—1988) — советский актер и режиссер. Снялся в 75 фильмах, в том числе «Подвиг разведчика», «Укротительница тигров», «Очи черные».

**Калягин Александр Александрович** (р. 1942) — российский актер, режиссер, председатель Союза театральных деятелей РФ. Снялся в более чем 60 фильмах («Свой среди чужих, чужой среди своих», «Мертвые души», «Здравствуйте, я ваша тетя!» и др.).

**Караченцов Николай Петрович** (р. 1944) — советский и российский актер театра и кино, народный артист РСФСР («Собака на сене», «Приключения Электроника», «На углу, у Патриарших» и др.).

**Кейдж Николас** (Коппола Николас Ким, р. 1964) — американский актер, продюсер и режиссер («Оружейный барон», «Призрачный гонщик», «Ученик чародея» и др.).

**Кеосаян Давид Эдмундович** (р. 1961) — российский актер кино, сценарист и продюсер («Счастье по рецепту», «Огнеборцы», телесериал «Марш Турецкого» и др.).

**Керри Джим** (р. 1962) — американский актер, сценарист, известный по фильмам «Маска», «Лжец, лжец», «Брюс Всемогущий». Один из самых высокооплачиваемых комиков США. Обладатель двух «Глобусов», 11 различных премий MTV Movie Awards.

**Климов Элем Германович** (1933—2003) — советский кинорежиссер, народный артист России. В 1986—1988 гг. — председатель Союза кинематографистов СССР. Режиссер фильмов «Добро пожаловать, или Посторонним вход воспрещен», «Иди и смотри» и др.

**Клуни Джордж** (р. 1961) — американский киноактер, известен по фильмам «От заката до рассвета», «11 друзей Оушена», «Бэтмен и Робин» и др.

**Коппола Фрэнсис Форд** (р. 1939) — американский режиссер, продюсер, сценарист. Фильмы: «Крестный отец» (три части), «Апокалипсис сегодня», «Дракула» и др. Лауреат нескольких премий «Оскар», «Золотой пальмовой ветви».

**Крачковская Наталья Леонидовна** (р. 1938) — советская и российская актриса театра и кино, заслуженная артистка России. Снималась в фильмах «12 стульев», «Иван Васильевич меняет профессию» и др.

**Крючков Николай Афанасьевич** (1911—1994) — советский, российский актер. Снялся в более чем 120 фильмах («Трактористы», «Свинарка и пастух», «Гусарская баллада», «Осенний марафон»).

**Куравлев Леонид Вячеславович** (р. 1936) — советский, российский актер театра и кино, народный артист РСФСР. Снялся в 170 фильмах («Афоня», «Иван Васильевич меняет профессию» и др.).

**Куросава Акира** (1910—1998) — японский кинорежиссер, продюсер и сценарист. Известен по фильмам «Семь самураев», «Дерсу Узала», «Тень воина» и др.

**Лавров Кирилл Юрьевич** (1925—2007) — советский и российский актер театра и кино, лауреат Государственных премий РСФСР и СССР, народный артист РСФСР и СССР. Снялся в фильмах «Живые и мертвые», «Мой ласковый и нежный зверь», «Мастер и Маргарита» и др.

**Леонов Евгений Павлович** (1926—1994) — советский и российский актер, народный артист СССР, лауреат Государственных премий СССР и Российской Федерации. Снялся в 70 фильмах, в том числе «Белорусский вокзал», «Кин-дза-дза!», «О бедном гусаре замолвите слово» и др.

**Марсо Софи Даниэль Сильвия** (р. 1966) — французская киноактриса («Форт Сган», «Храброе сердце» и др.).

**Мастроянни Марчелло Винченцо Доменико** (1924—1996) — итальянский актер, снимался в таких фильмах, как «Брак по-итальянски», «Очи черные» и др.

**Машков Владимир Львович** (р. 1963) — российский актер театра и кино, народный артист России. Известен по фильмам «Лимита», «Вор», «Ликвидация» и др.

**Миронов Андрей Александрович** (1941—1987) — советский актер, народный артист РСФСР. Снялся в более чем 60 фильмах, в том числе «Бриллиантовая рука», «Соломенная шляпка», «Человек с бульвара Капуцинов» и др.

**Михалков-Кончаловский Андрей Сергеевич** (р. 1937) — советский и российский режиссер, сценарист. Снял более 25 фильмов («Танго и Кэш», «Одиссея» и др.).

**Михалков Никита Сергеевич** (р. 1945) — советский и российский актер и кинорежиссер, народный артист РСФСР, председатель Союза кинематографистов России, лауреат кинопремии «Оскар» (1994) в номинации «Лучший фильм на иностранном языке» за фильм «Утомленные солнцем».

**Мкртчян Фрунзик** (Мкртчян Фрунзе Мушегович, 1930—1993) — советский актер, режиссер, народный артист Армянской ССР и СССР. Снялся в фильмах «Кавказская пленница, или Новые приключения Шурика», «Мимино», «Одиноким предоставляется общежитие» и др.

**Монро Мэрилин** (Бейкер Норма Джин, 1926—1962) — американская киноактриса, певица. Известна по фильмам «В джазе только девушки», «Джентльмены предпочитают блондинок» и др.

**Мордюкова Нонна (Ноябрина) Викторовна** (1925—2008) — советская и российская актриса, народная артистка СССР, лауреат Сталинской премии. Снялась в 50 фильмах, в том числе «Бриллиантовая рука», «Гори, гори, моя звезда», «Они сражались за Родину» и др.

**Муратова (Короткова) Кира Георгиевна** (р. 1934) — советский и украинский режиссер, сценарист. Режиссер фильмов «Среди серых камней», «Чеховские мотивы», «Настройщик» и др.).

**Никулин Юрий Владимирович** (1921—1997) — советский и российский клоун и актер, сыгравший во многих популярных советских фильмах: «Бриллиантовая рука», «Операция «Ы» и другие приключения Шурика», «Кавказская пленница, или Новые приключения Шурика», «Они сражались за Родину» и др.

**Орлова Любовь Петровна** (1902—1975) — советская актриса, лауреат двух Сталинских премий, народная артистка СССР. Известна по фильмам «Веселые ребята», «Волга-Волга», «Весна» и др.

**Пельцер Татьяна Ивановна** (1904—1992) — советская актриса театра и кино, народная артистка СССР («Формула любви», «Трое в лодке, не считая собаки», «Деревенский детектив» и др.).

**Поллак Сидни Ирвин** (1934—2008) — американский режиссер, сценарист, актер и продюсер («Загнанных лошадей пристреливают, не правда ли?», «Сабрина», «Фирма», «Тутси» и др.).

**Раневская Фаина Георгиевна** (Фельдман Фаина Гиршевна, 1896—1984) — советская актриса театра и кино, народная артистка СССР, трижды лауреат Сталинской премии. Известна по фильмам «Новые похождения Швейка», «Весна» и др.

**Ришар Пьер Морис Шарль Леопольд Дефе** (р. 1934) — французский актер, режиссер. Снялся в более чем 50 фильмах («Игрушка», «Невезучие», «Высокий блондин в черном ботинке» и др.).

**Рязанов Эльдар Александрович** (р. 1927) — советский и российский кинорежиссер, сценарист, актер. Наиболее известные работы: «Карнавальная ночь», «Гусарская баллада», «Ирония судьбы, или С легким паром!», «Служебный роман» и др.

**Светин (Гольцман) Михаил Семенович** (р. 1930) — советский и российский актер театра и кино («Сильва», «Чародеи», «Золотой теленок» и др.)

**Смоктунувский (Смоктунувич) Иннокентий Михайлович** (1925—1994) — советский и российский актер театра и кино, народный артист СССР. Сыграл в 81 фильме, в том числе «Берегись автомобиля», «Приключения Шерлока Холмса и доктора Ватсона» и др.

**Соломин Виталий Мефодьевич** (1941—2002) — советский и российский актер театра и кино, народный артист РСФСР. Снялся в более чем 50 фильмах: «Сибиряда», «Приключения Шерлока Холмса и доктора Ватсона», «Зимняя вишня» и др.

**Спилберг Стивен Аллан** (р. 1946) — сценарист, продюсер и один из самых успешных американских кинорежиссеров («Индиана Джонс: В поисках утраченного ковчега», «Парк юрского периода», «Список Шиндлера»).

**Ступка Богдан Сильвестрович** (р. 1941) — советский и украинский актер, народный артист СССР, лауреат Государственной премии СССР, народный артист Украины. Снимался в более чем 80 фильмах, в том числе «Даниил — князь Галицкий», «Огнем и мечом», «Тарас Бульба» и др.

**ТабакОВ Олег Павлович** (р. 1935) — советский и российский актер, народный артист СССР, лауреат Государственных премий СССР и РФ. Художественный руководитель МХТ им. А. Чехова. Наиболее известные фильмы: «Семнадцать мгновений весны», «Человек с бульвара Капуцинов» и др.

**Тарковский Андрей Арсеньевич** (1932—1986) — советский кинорежиссер и сценарист. Наиболее известные фильмы: «Андрей Рублев», «Солярис», «Зеркало», «Сталкер».

**Тейлор Элизабет Роузмунд** (1932—2011) — американская актриса, обладательница двух «Оскаров» за лучшую женскую роль. Наиболее известны роли в фильмах «Клеопатра», «Кто боится Вирджинию Вульф?» и др.

**Тихонов Вячеслав Васильевич** (1928—2009) — советский и российский актер. Наиболее известные работы в фильмах: «Война и мир», «Доживем до понедельника», «Белый Бим Черное Ухо», «Семнадцать мгновений весны».

**Ульянов Михаил Александрович** (1927—2007) — советский и российский актер, народный артист СССР. Снялся в более чем 70 фильмах, в том числе «Председатель», «Битва за Москву», «Ворошиловский стрелок» и др.

**Утесов Леонид Осипович** (Вайсбейн Лазарь Иосифович, 1895—1982) — советский эстрадный артист, народный артист СССР («Веселые ребята» и др.).

**Фарада (Фердман) Семен Львович** (1933—2009) — советский и российский актер, заслуженный артист РСФСР, народный артист России. Снялся в более чем 70 фильмах, в том числе «Формула любви», «Миллион в брачной корзине», «Чародеи».

**Феллини Федерико** (1920—1993) — итальянский кинорежиссер. Обладатель пяти премий «Оскар», «Золотой пальмовой ветви» (фильмы «Дорога», «8 ½», «Сладкая жизнь» и др.).

**Филатов Леонид Алексеевич** (1946—2003) — советский и российский актер, режиссер, народный артист России, лауреат Государственной премии РФ. Известен по фильмам «Экипаж», «Грачи», «Забытая мелодия для флейты» и др.

**Форд Харрисон** (р. 1942) — американский актер («Звездные войны», «Индиана Джонс: В поисках утраченного ковчега» и др.).

**Фрейдлих Алиса Бруновна** (р. 1934) — советская и российская актриса, народная артистка СССР. Наиболее известны роли в фильмах «Служебный роман», «Д'Артаньян и три мушкетера» и др.

**Хепберн Одри** (Растон Одри Кэтлин, 1929—1993) — британская и американская актриса, фотомодель («Римские каникулы», «Завтрак у Тиффани»).

**Хичкок Альфред** (1899—1980) — британский кинорежиссер, продюсер, сценарист («Птицы», «Семейный заговор» и др.).

**Холодная (Левченко) Вера** (1893—1919) — русская актриса немого кино («Песнь торжествующей любви», «Дама с камелиями»).

**Хопкинс Филипп Энтони** (р. 1937) — британский актер («Молчание ягнят», «Ганнибал», «Красный дракон» и др.).

**Хофман Дастин Ли** (р. 1937) — американский актер, режиссер и продюсер. Обладатель нескольких премий «Золотой глобус» и двух премий «Оскар». Наиболее известные фильмы: «Крамер против Крамера», «Тутси», «Человек дождя» и др.

**Чан Джеки** (р. 1954) — гонконгский и американский актер, каскадер, кинорежиссер, продюсер, сценарист, снялся в главных ролях в более чем 150 фильмах («Доспехи бога», «Городской охотник» и др.).

**Чаплин Чарльз («Чарли») Спенсер** (1889—1977) — английский сценарист, режиссер, актер, дважды обладатель «Оскара». Наиболее известные фильмы: «Золотая лихорадка», «Цирк», «Огни большого города» и др.

**Черкасов Николай Константинович** (1903—1966) — советский актер театра и кино, народный артист СССР, лауреат Ленинской и пяти Сталинских премий. Наиболее известные роли в фильмах: «Александр Невский», «Иван Грозный», «Дон Кихот» и др.

**Шукшин Василий Макарович** (1929—1974) — русский советский писатель, кинорежиссер, актер, сценарист («Печки-лавочки», «Калина красная», «Они сражались за Родину» и др.).

**Эйзенштейн Сергей Михайлович** (1898—1948) — советский режиссер, сценарист, лауреат двух Сталинских премий. Наиболее известные фильмы: «Броненосец «Потемкин»», «Александр Невский», «Иван Грозный».

**Этуш Владимир Абрамович** (р. 1922) — советский и российский актер, народный артист СССР. Снялся в фильмах «Кавказская пленница», «Двенадцать стульев», «Иван Васильевич меняет профессию» и др.

**Яковлев Юрий Васильевич** (р. 1928) — советский и российский актер, народный артист СССР («Гусарская баллада», «Иван Васильевич меняет профессию», «Ирония судьбы, или С легким паром!» и др.).

## Музыка

### МУЗЫКАЛЬНЫЕ ЖАНРЫ

**Авторская (бардовская) песня (музыка)** — жанр, возникший в середине XX в. в СССР. Основной упор — на утверждении авторской жизненной позиции, авторского мироощущения. Наиболее известные представители: Б. Окуджава, В. Высоцкий, А. Галич и др.

**Академическая музыка** — музыка, написанная на базе классических музыкальных традиций и исполняемая музыкантами с профессиональным академическим образованием.

**Джаз** — направление в музыке, возникшее в конце XIX — начале XX вв. на юге США путем слияния африканских и европейских музыкальных традиций. Базой для его возникновения стали афроамериканская народная музыка и блюз. Характерные черты джаза — импровизация, полиритмия. Наиболее известный исполнитель — Луи Армстронг.

**Духовная музыка** — создается на основе текстов религиозного содержания и имеет такие жанры: григорианский хорал, органная музыка, музыка для других музыкальных инструментов, хоровая (а capella), сольная. Направления: богослужебная (литургическая) музыка, духовная музыка для использования вне богослужения, молитвенно-медитативная музыка.

**Камерная музыка** (от итал. *camera* — комната, палата) — музыка, исполняемая небольшим коллективом музыкантов (вокалистов) — от двух до десяти; при этом каждую партию исполняет только один инструмент (голос).

**Кантри** (от англ. *country music* — сельская музыка) — наиболее распространенная разновидность североамериканской народной музыки. Возникла на основе музыки белых поселенцев и ковбойских баллад Дикого Запада. Основные музыкальные инструменты этого стиля — гитара, банджо и скрипка.

**Классическая музыка** — направление в искусстве, начало которому было положено еще в Средневековье; академическая музыка, перенимающая традиции европейской музыки XVII—XIX вв. и следующая им в плане мелодического и гармонического построения музыкальных произведений (оперы, симфонии, сонаты и т. д.).

**Народная (фольклорная) музыка** — музыкально-поэтическое творчество народа. Народная музыка не записывается, ей обучаются по памяти, слушая игру или пение других музыкантов, и носителями ее являются не музыканты-профессионалы, а самоучки. Переходя от исполнителя к исполнителю в процессе коллективного творчества, народная песня подвергается изменениям, возникают ее варианты. Эта музыка чаще всего несет на себе отпечаток местной культуры, и имена авторов преимущественно неизвестны.

**Поп-музыка** — популярная музыка, основные черты которой — простота, мелодичность, опора на вокал и ритм. Основная форма композиции в поп-музыке — песня, обычно посвященная личным чувствам. Поп-музыка имеет множество направлений: европоп, латино, диско, электропоп, танцевальная музыка, данс-поп и др. В более широком смысле поп-музыка — это любая массовая музыка (включая рок, электронику, джаз и т. д.).

**Рок-музыка** — обобщающее название ряда направлений популярной музыки, для которых характерны ритмичность, использование электромузыкальных инструментов, наличие связи «ритм — движение», исполнение композиций собственного сочинения. Рок-музыка обычно исполняется рок-группой, состоящей из вокалиста, гитариста (как правило, играющего на электрогитаре), бас-гитариста и барабанщика, иногда клавишника. Солирующим инструментом обычно является электрогитара.

Рок-музыка имеет большое количество направлений: от легких жанров (как танцевальный рок-н-ролл, поп-рок, бритпоп) до агрессивных (хардкор).

**Хип-хоп** — музыкальное течение, состоящее из двух основных элементов: рэпа (ритмичного речитатива с четко обозначенными рифмами) и ритма, задаваемого диджеем, хотя нередко композиции и без вокала (такая комбинация называется «эм-си»). Этот стиль возник в США в 1980-х гг. как молодежное «протестное» движение, но постепенно превратился в часть модной музыкальной индустрии, представленной множеством направлений музыкального (рэп, фанк, битбокс) и танцевального (брейк-данс, крамп) стилей.

**Шансон** (от франц. *chanson* — песня) — в современном виде сформировался в конце XIX — начале XX вв. и имеет два направления — классический шансон, в котором основное значение придается поэтической составляющей песни и автор, как правило, сам является исполнителем, и «новый шансон», в котором более широко используется современная легкая электронная музыка, включая элементы рока и этнических ритмов.

## ЗНАМЕНИТЫЕ МУЗЫКАНТЫ И КОМПОЗИТОРЫ

**Адан Адольф Шарль** (1803—1856) — французский композитор-романтик, автор балетов «Жизель», «Корсар».

**Алябьев Александр Александрович** (1787—1851) — русский композитор, автор многих песен и романсов («Соловей», «Два ворона», «Вечерний звон», опера «Лунная ночь, или Домовые» и др.).

**Бах Иоганн Себастьян** (1685—1750) — немецкий композитор, мастер полифонии, виртуозный органист, автор более 1000 музыкальных произведений.

**Берлиоз Луи Гектор** (1803—1869) — французский композитор, дирижер («Ромео и Джульетта», «Фантастическая симфония», «Троянцы»).

**Бетховен Людвиг ван** (1770—1827) — немецкий композитор, дирижер и пианист («Лунная соната», опера «Фиделио», девятая симфония и др.).

**Бизе Жорж** (1838—1875) — французский композитор (оперы «Кармен», «Пертская красавица», «Иван Грозный»).

**Бородин Александр Порфирьевич** (1833—1887) — русский композитор (автор опер «Князь Игорь», «Богатыри» и др.).

**Бортнянский Дмитрий Степанович** (1751—1825) — русский и украинский композитор, мастер хоровой духовной музыки (оперы «Креонт», «Алкид», «Квинт Фабий»).

**Брамс Иоганнес** (1833—1897) — немецкий композитор и дирижер, пианист, представитель романтизма («Немецкий реквием» и др.).

**Вагнер Вильгельм Рихард** (1813—1883) — немецкий композитор, дирижер (опера «Тристан и Изольда», тетралогия «Кольцо Нибелунга» и др.).

**Верди Джузеппе Фортунини Франческо** (1813—1901) — итальянский композитор, мастер оперного жанра («Риголетто», «Травиата», «Аида», «Корсар»).

**Вивальди Антонио** (1678—1741) — венецианский композитор, скрипач, дирижер, автор более 40 опер, 500 концертов, свыше 100 сонат.

**Гайдн Франц Йозеф** (1732—1809) — австрийский композитор, учитель Л. ван Бетховена («Орфей и Эвридика, или Душа философа», «Лунный мир», «Прощальная симфония», «Оксфордская симфония»).

**Гендель Георг Фридрих** (1685—1759) — немецкий композитор, автор многих опер и ораторий (оперы «Альмира» и «Нерон», оратория «Мессия» и др.).

**Глинка Михаил Иванович** (1804—1857) — русский композитор, один из основоположников русской классической музыки, автор романсов и опер (оперы «Жизнь за царя», «Руслан и Людмила»).

**Глюк Кристоф Виллибальд Риттер** (1714—1787) — немецкий композитор, представитель классицизма (оперы «Федра», «Орфей», «Парис и Елена»).

**Григ Эдвард Хагеруп** (1843—1907) — норвежский композитор, пианист, дирижер (музыка к драме Генрика Ибсена «Пер Гюнт», цикл «Норвежские народные мелодии»).

**Гуно Шарль Франсуа** (1818—1893) — французский композитор (оперы «Фауст», «Ромео и Джульетта»).

**Даргомыжский Александр Сергеевич** (1813—1869) — русский композитор, основоположник реалистического направления в русской музыке (оперы «Русалка», «Каменный гость», «Эсмеральда»).

**Дворжак Антонин** (1841—1904) — чешский композитор, дирижер (оперы «Дмитрий», «Русалка», симфонические поэмы «Водяной», «Полуденница» и др.).

**Дебюсси Ашиль-Клод** (1862—1918) — французский композитор, сочинявший музыку в стиле импрессионизма (опера «Родриго и Химена», триптих «Ноктюрны» и др.).

**Доминго Пласидо** (род. 1941) — испанский певец-тенор.

**Дунаевский Исаак Осипович** (1900—1955) — советский композитор, автор музыки к многочисленным песням, опереттам, балетам, кинофильмам («Соломенная шляпка», «Школьный вальс» и др.).

**Кабалье Монтсеррат** (р. 1933) — испанская оперная певица (сопрано).

**Каллас Мария** (1923—1977) — американская (греческого происхождения) оперная певица (сопрано).

**Кальман Имре** (1882—1953) — венгерский композитор, автор популярных оперетт («Сильва», «Баядера», «Принцесса цирка», «Фиалка Монмартра» и др.).

**Каррерас Хосе** (р. 1947) — испанский оперный певец-тенор.

**Карузо Энрико** (1873—1921) — итальянский певец-тенор, мастер бельканто.

**Клиберн Ван** (Клайберн-мл. Харви Лейвэн, р. 1934) — американский пианист-виртуоз.

**Козловский Иван Семенович** (1900—1995) — русский советский певец, лирический тенор.

**Легар Ференц** (1870—1948) — венгерский композитор, автор более 30 оперетт («Веселая вдова», «Граф Люксембург», «Цыганская любовь»).

**Лемешев Сергей Яковлевич** (1902—1977) — русский оперный певец, лирический тенор.

**Леонкавалло Руджеро** (1857—1919) — итальянский композитор (оперы «Паяцы», «Богема», «Заза» и др.).

**Лист Ференц** (1811—1886) — австро-венгерский композитор, пианист, дирижер, один из крупнейших представителей музыкального романтизма (автор опер «Дон Санчо, или Замок любви», «Сарданапал», оратории «Легенда о св. Елизавете» и др.).

**Лысенко Николай Витальевич** (1842—1912) — украинский композитор, дирижер (оперы «Наталка Полтавка», «Энеида», «Тарас Бульба», «Рождественская ночь»).

**Мендельсон Якоб** (1809—1847) — немецкий композитор, дирижер, представитель романтического направления в музыке («Итальянская симфония», «Шотландская симфония» и др.).

**Моцарт Вольфганг Амадей** (1756—1791) — австрийский композитор, дирижер, скрипач-виртуоз, органист, автор более 600 музыкальных произведений (начал сочинять музыку в пять лет). Оперы: «Волшебная флейта», «Дон-Жуан», «Маленькая ночная серенада» и др.

**Мусоргский Модест Петрович** (1839—1881) — русский композитор (оперы «Борис Годунов», «Хованщина», «Сорочинская ярмарка» и др.).

**Оффенбах Жак** (1819—1880) — французский композитор и музыкант, один из основоположников французской оперетты («Прекрасная Елена», «Сказки Гофмана», «Черный корсар» и др.).

**Паваротти Лучано** (1935—2007) — итальянский певец-тенор.

**Паганини Никколо** (1782—1840) — итальянский скрипач-виртуоз, композитор.

**Прокофьев Сергей Сергеевич** (1891—1953) — русский и советский композитор (балеты «Ромео и Джульетта», «Сказ о каменном цветке» и др.).

**Пуччини Джакомо** (1858—1924) — итальянский оперный композитор («Турандот», «Тоска», «Богема», «Мадам Баттерфляй» и др.).

**Рахманинов Сергей Васильевич** (1873—1943) — русский композитор, пианист и дирижер (автор опер «Алеко», «Скупой рыцарь», симфонической поэмы «Остров мертвых» и др.).

**Римский-Корсаков Николай Андреевич** (1844—1908) — русский композитор, дирижер (оперы «Псковитянка», «Садко», симфоническая сюита «Шехеразада»).

**Россини Джоаккино Антонио** (1792—1868) — итальянский композитор, автор опер, духовной и камерной музыки (оперы «Севильский цирюльник», «Отелло, или Венецианский мавр» и др.).

**Сен-Санс Шарль Камиль** (1835—1921) — французский композитор, органист, дирижер (оперы «Самсон и Далила», «Асканио», симфоническая поэма «Пляска смерти» и др.).

**Скрябин Александр Николаевич** (1872—1915) — русский композитор и пианист (симфонии «Поэма Экстаза» и «Прометей» и др.).

**Стравинский Игорь Федорович** (1882—1971) — русский, а затем американский композитор и дирижер (балеты «Жар-птица», «Весна священная» и др.).

**Хачатурян Арам Ильич** (1903—1978) — армянский советский композитор, дирижер (балеты «Гаянэ», «Спартак» и др.).

**Чайковский Петр Ильич** (1840—1893) — русский композитор, дирижер (балеты «Лебединое озеро», «Спящая красавица», «Щелкунчик» и др.).

**Шаляпин Федор Иванович** (1873—1938) — русский оперный певец-бас.

**Шопен Фредерик** (1810—1849) — польский композитор и пианист («Большая фантазия на польские темы», «Большой блестящий полонез» и др.).

**Шостакович Дмитрий Дмитриевич** (1906—1975) — советский композитор, пианист (кантата «Казнь Степана Разина», «Ленинградская симфония» и др.).

**Штраус Иоганн** (1825—1899) — австрийский композитор, «король вальса» (вальсы «Венская душа», «Песнь Дуная», «Полька-Катенька», «Марш Радецкого»).

**Шуберт Франц Петер** (1797—1828) — австрийский композитор, последователь романтизма (циклы «Прекрасная мельничиха», «Неоконченная симфония», опера «Альфонсо и Эстрелла» и др.).

**Шуман Роберт** (1810—1856) — немецкий композитор-романтик, дирижер (циклы «Карнавал», «Бабочки», опера «Геновева» и др.).

## МУЗЫКАЛЬНЫЕ ПРЕМИИ

**«Брит эвордс» («Brit Awards»)** — британская музыкальная премия, основанная в 1977 г. Считается британским аналогом американской премии «Грэмми». Премии вручаются в нескольких десятках номинаций, в том числе: «Лучшая группа», «Лучший британский сингл», «Лучший британский дебют», «Лучшая британская поп-группа», «Лучшее британское видео» и т. д. В этих номинациях представлены исключительно британские исполнители. Также существует ряд номинаций для иностранных артистов: «Лучший иностранный исполнитель», «Лучшая иностранная группа», «Лучший иностранный

дебют». Победители определяются компетентным жюри, в состав которого входят члены BRIT Award Voting Academy.

**«Грэмми»** («**Grammy**») — музыкальная награда Национальной академии звукозаписи США. Была учреждена в 1957 г. в Лос-Анджелесе и считается самым престижным музыкальным призом в мире. Сам приз представляет собой золотой граммофончик. Число номинаций — более 100, в номинациях отражены все основные музыкальные стили — от рэпа до классики. Главные номинации: «Альбом года», «Запись года», «Песня года», «Новичок года». Победители в категориях определяются с помощью голосования около 13 тысяч членов Национальной академии звукозаписи США.

**«Золотой граммофон»** — ежегодная российская музыкальная премия в области популярной музыки. Учредитель — радиостанция «Русское радио». Церемония вручения премии проходит в Кремлевском дворце съездов с 1995 г. Лауреаты определяются путем голосования радиослушателей.

**«Овация»** — ежегодная российская музыкальная премия. Первое вручение состоялось в 1992 г. Премия представляет собой статуэтку в виде пары аплодирующих рук. Победители определяются специальным жюри — Высшей академической комиссией, в состав которой входят деятели шоу-бизнеса, журналисты, представители культуры.

Статуэтки «Овация» вручаются по нескольким десяткам номинаций, в том числе: «Солист года», «Композитор года», «Лучший концертный альбом», «Лучший вокальный дебют года» и т. д. Вручаются также специальные премии: «Живая легенда», «За особый вклад в развитие отечественной культуры».

**«Эм-ти-ви видео мьюзик эвордс»** («**MTV Video Music Awards**») — ежегодная премия, вручаемая за достижения в области производства музыкальных видеоклипов. Учредителем является молодежный музыкальный телеканал MTV. Приз — статуэтка Лунного Человечка. Церемония проводится ежегодно с 1984 г. в конце августа — начале сентября в Radio City Music Hall (Нью-Йорк, США). Победителей определяет специальное жюри, состоящее из 500 деятелей музыкальной индустрии.

**«Эм-ти-ви юроп мьюзик эвордс»** («**MTV Europe Music Awards**») — одна из ежегодных церемоний вручения музыкальных наград, учрежденная музыкальным телеканалом MTV. Основана в 1994 г., церемонии проходят в крупнейших городах Европы. Премия вручается в более чем 20 категориях. Победителей определяет жюри — европейская Академия MTV (около 1000 представителей музыкальной индустрии), а также зрители MTV. Кроме того, жители многих европейских стран каждый год выбирают исполнителя из своей страны, которому выпадет честь представлять ее на очередной церемонии.

## МУЗЫКАЛЬНЫЕ КОНКУРСЫ

**Женевский музыкальный конкурс.** Место проведения — Женева, Швейцария. Номинация — «Сочинение для струнного квартета».

**Международный конкурс композиторов «Франц Шуберт и современная музыка».** Место проведения — Грац, Австрия. Номинация — «Трио для фортепиано, скрипки и виолончели».

**Международный конкурс композиторов «Комилло Тоньи».** Место проведения — Брешиа, Италия. Номинация — «Сочинения для ансамбля с участием от 1 до 8 исполнителей».

**Международный конкурс органной музыки.** Место проведения — Саарлуис — Лисдорф, Германия. Номинация — «Сочинения для органа и солирующего инструмента».

**Конкурс «City Chorus».** Место проведения — Хартфордшир, Англия. Номинация — «Сочинения для хора».

**NYFA и «Оркестр нашего времени» (конкурс для композиторов).** Место проведения — Нью-Йорк, США. Номинация — «20-минутные работы для хора».

**Конкурс памяти Отторино Респи.** Место проведения — Нью-Йорк, США. Номинация — «Композиторы (струнный оркестр)», «Солисты (инструменталисты и вокалисты)».

**Международный конкурс имени Арама Хачатуряна (сочинение, фортепиано).** Место проведения — Ереван, Армения. Номинация — «Композиция».

**Международный конкурс композиторов «Calefax».** Место проведения — Амстердам, Нидерланды. Номинация — «Квинтет языковых инструментов».

**Международный конкурс композиторов «Ad Libitum».** Место проведения — Штутгарт, Германия. Номинация — «Сочинение для любого состава инструментов».

**Международный конкурс композиторов «Pierrot Lunaire».** Место проведения — Вена, Австрия. Номинация — «Камерный оркестр».

**Международный конкурс композиторов.** Место проведения — Булонь-Бийанкур, Франция. Номинации — «Сочинение для инструмента соло», «Сочинение для юных музыкантов», «Камерная музыка», «Сочинение для оркестра».

**Международная премия имени Йоширо Ирино.** Место проведения — Токио, Япония. Номинация — «Камерная музыка (с использованием или без электроакустических устройств)».

**Форум молодых композиторов TACTUS.** Место проведения — Брюссель, Бельгия. Номинация — «Сочинения для симфонического оркестра».

**Международный конкурс Чайковского.** Место проведения — Москва, Россия. Номинации — «Фортепиано», «Скрипка», «Виолончель» и «Вокал».

**Международный конкурс скрипачей имени Яна Сибелиуса.** Место проведения — Хельсинки, Финляндия. Номинация — «Скрипка».

**Международный конкурс джазовых композиторов в Бухаресте.** Место проведения — Бухарест, Румыния. Номинация — «Группа (до 6 исполнителей)».

**Международный конкурс для пианистов-любителей.** Место проведения — Форт-Уэрт, США. Номинация — «Фортепиано».

**Международный конкурс пианистов «Клара Хаскиль».** Место проведения — Веве, Швейцария. Номинация — «Фортепиано».

**Международный конкурс пианистов имени Л. ван Бетховена, учрежденный компанией «Telecom».** Место проведения — Бонн, Германия. Номинация — «Фортепиано».

**Международный конкурс пианистов в Кливленде.** Место проведения — Кливленд, США. Номинация — «Фортепиано».

**Международный конкурс пианистов в Вашингтоне.** Место проведения — Вашингтон, США. Номинация — «Фортепиано».

**Международный конкурс скрипачей.** Место проведения — Клостер-Шенталь, Германия. Номинация — «Скрипка».

**Конкурс «Flame» в Париже.** Место проведения — Париж, Франция. Номинации — «Скрипка», «Виолончель», «Фортепиано».

**Международный конкурс камерных ансамблей «Premio Trio di Trieste».** Место проведения — Триест, Италия. Номинация — «Дуэты и ансамбли».

**Международный конкурс арфистов «The Golden Harp».** Место проведения — Санкт-Петербург, Россия. Номинация — «Арфа».

**Международный музыкальный конкурс флейтистов «Jeunesses».** Место проведения — Бухарест, Румыния. Номинация — «Флейта».

**Международный конкурс камерной музыки в Мельбурне.** Место проведения — Мельбурн, Австралия. Номинации — «Фортепианное трио» и «Струнный квартет».

**Международный конкурс исполнителей «Gaudefamus».** Место проведения — Амстердам, Нидерланды. Номинации — «Все инструменты», «Вокалисты», «Ансамбли».

**Международный конкурс исполнителей.** Место проведения — Рим, Италия. Номинации — «Кларнет», «Флейта и пикколо», «Хор высоких голосов», «Вокал», «Фортепиано».

**Международный конкурс классической гитары «Stefano Strata».** Место проведения — Пиза, Италия. Номинация — «Гитара».

## Литература

### ЛИТЕРАТУРНЫЕ ЖАНРЫ

Литература подразделяется на художественную, научную, научно-популярную, справочную, техническую.

Литературные жанры можно разделить:

- по форме: новелла, ода, опус, очерк, повесть, пьеса, рассказ, роман, эпopeя, эпос, эссе;
- по содержанию: комедия, фарс, водевиль, интермедия, пародия, комедия положений, комедия характеров, трагедия, драма;
- по родам: эпические (басня, былина, баллада, миф, новелла, повесть, рассказ, роман, роман-эпopeя, сказка, фэнтези), лирические (ода, послание, стансы, элегия, эпиграмма), лиро-эпические (баллада, поэма), драматические (драма, комедия, трагедия).

### ЗНАМЕНИТЫЕ ПИСАТЕЛИ И ПОЭТЫ

**Аверченко Аркадий Тимофеевич** (1881—1925) — русский писатель, сатирик, театральный критик («Записки театральной крысы», «Веселые устрицы» и др.).

**Азимов Айзек** (Азимов Исаак Юдович, 1920—1992) — американский писатель-фантаст, автор около 500 книг («Я, робот», «Сами боги» и др.).

**Айтматов Чингиз Торекулович** (1928—2008) — киргизский советский писатель («Буранный полустанок», «Плаха» и др.).

**Алигьери Данте** (1265—1321) — итальянский поэт, создатель итальянского литературного языка. Автор «Божественной комедии».

**Амаду Жоржи** (1912—2001) — бразильский писатель, общественный и политический деятель. Автор произведений «Бескрайние земли», «Донна Флор и два ее мужа», «Лавка чудес», «Засада» и др.

**Андерсен Ханс Христиан** (1805—1875) — датский писатель-сказочник («Гадкий утенок», «Новое платье короля», «Оле-Лукойе» и др.).

**Аристофан** (ок. 450—380 до н. э.) — древнегреческий драматург, «отец комедии» («Всадники», «Облака», «Осы», «Мир», «Птицы», «Лисистрата»).

**Ахматова (Горенко) Анна Андреевна** (1889—1966) — русская поэтесса, литературовед, литературный критик, переводчик («Белая стая», «Реквием», сборник стихов «Бег времени» и др.).

**Бабель Исаак Эммануилович** (1894—1941) — русский советский писатель: повести о Гражданской войне (сборник «Конармия»), рассказы («Одесские рассказы»), пьесы и др.

**Бажов Павел Петрович** (1879—1950) — русский писатель, фольклорист; впервые выполнил литературную обработку уральских сказов («Малахитовая шкатулка», «Каменный цветок» и др.).

**Байрон Джордж Ноэл Гордон** (1788—1824) — английский поэт-романтик (поэмы «Корсар», «Манфред» и др.).

**Бальзак Оноре де** (1799—1850) — французский писатель: цикл романов и повестей «Человеческая комедия».

**Бальмонт Константин Дмитриевич** (1867—1942) — русский поэт-символист, эссеист, представитель русской поэзии Серебряного века (поэтические сборники «Дар земле», «Марево», «Раздвинутые дали», «Северное сияние»).

**Белый Андрей** (Бугаев Борис Николаевич, 1880—1934) — русский писатель, поэт, критик, один из ведущих деятелей русского символизма («Северная симфония», трилогия «Восток или Запад» и др.).

**Беляев Александр Романович** (1884—1942) — советский писатель-фантаст, один из основоположников советской научно-фантастической литературы («Голова профессора Доуэля», «Человек-амфибия», «Остров погибших кораблей» и др.).

**Бержерак Сирано де** (1619—1655) — французский драматург, поэт и писатель, предшественник научной фантастики («Государства и империи Солнца» и др.).

**Бернс Роберт** (1759—1796) — британский (шотландский) поэт, фольклорист («Джон Ячменное Зерно», «Честная бедность»).

**Бианки Виталий Валентинович** (1894—1959) — русский советский детский писатель. Написал популярные книги о природе («Лесная газета» и др.).

**Бичер-Стоу Гарриет** (1811—1896) — американская писательница. Наиболее известное произведение — роман «Хижина дяди Тома».

**Боккаччо Джованни** (1313—1375) — итальянский писатель и поэт, представитель гуманистической литературы раннего Возрождения. Главное произведение — «Декамерон».

**Бомарше Пьер** (1732—1799) — французский драматург (пьесы «Севильский цирюльник», «Безумный день, или Женитьба Фигаро»).

**Бо Синцзянь** (776—826) — китайский писатель и поэт, автор «Повести о красавице Ли», «Записки о трех снах».

**Брехт Бертольд** (1898—1956) — немецкий драматург, прозаик, режиссер («Трехгрошовая опера», «Мамаша Кураж» и др.).

**Бродский Иосиф Александрович** (1942—1996) — русский советский и американский поэт, драматург, переводчик, лауреат Нобелевской премии (эссе «Набережная неисцелимых», сборник «Меньше единицы», стихи «Пилигримы» и др.).

**Брюсов Валерий Яковлевич** (1873—1924) — русский поэт-символист, прозаик, драматург («Граду и миру», «Семь цветов радуги», исторический роман «Огненный ангел» и др.).

**Булгаков Михаил Афанасьевич** (1891—1940) — русский советский писатель и драматург («Белая гвардия», «Мастер и Маргарита», «Бег» и др.).

**Бунин Иван Алексеевич** (1870—1953) — русский поэт, писатель, лауреат Нобелевской премии («Митина любовь», «Жизнь Арсеньева», «Легкое дыхание» и др.).

**Буссенар Луи Анри** (1847—1910) — французский писатель, автор приключенческой литературы («Похитители бриллиантов», «Капитан Сорвиголовы» и др.).

**Вега Лопе де** (1562—1635) — испанский драматург, основоположник испанской национальной драматургии («Собака на сене», «Учитель танцев» и др.).

**Вергилий** (Марон Публий Вергилий, 70—19 гг. до н. э.) — древнеримский поэт (поэмы «Энеида», «Георгики», «Буколики»).

**Верн Жюль** (1828—1905) — французский писатель-фантаст, классик приключенческой литературы, один из основателей жанра научной фантастики («Дети капитана Гранта», «Вокруг света за 80 дней», «Пятнадцатилетний капитан» и др.).

**Визбор Юрий Иосифович** (1934—1984) — русский поэт-бард, автор более 300 песен (повесть «Завтрак с видом на Эльбрус», песни «Лыжи у печки стоят», «Ходишки», «Сезон удачи» и др.).

**Войнич Этель Лилиан** (1864—1960) — английская писательница (роман «Овод»).

**Волошин (Кириенко-Волошин) Максимилиан Александрович** (1877—1932) — русский поэт, переводчик («Лики творчества», «Неопалимая купина» и др.).

**Вольтер** (Аруэ Мари Франсуа, 1694—1778) — французский писатель, один из крупнейших французских философов-просветителей XVIII в. («Философский словарь», «Кандид» и др.).

**Гамсун (Педерсен) Кнут** (1859—1952) — норвежский писатель и драматург. Психологические романы («Голод», «Пан» и др.), пьесы.

**Гауф Вильгельм** (1802—1827) — немецкий писатель. Автор известных сказок («Карлик Нос», «Маленький Мук» и др.).

**Гашек Ярослав** (1883—1923) — чешский писатель-сатирик (роман «Приключения бравого солдата Швейка»).

**Гейне Христиан Иоганн Генрих** (1797—1856) — немецкий поэт и публицист (сборники стихов «Книга песен», «Романсеро» и др.).

**Гете Иоганн Вольфганг фон** (1749—1832) — немецкий поэт и мыслитель. Наиболее известные произведения: «Страдания юного Вертера», «Фауст» и др.

**Гоголь Николай Васильевич** (1809—1852) — русский писатель и драматург, автор пьесы «Ревизор», эпопеи «Мертвые души», цикла рассказов «Вечера на хуторе близ Диканьки» и др.

**Голсуорси Джон** (1867—1933) — английский прозаик и драматург, автор трилогии «Сага о Форсайтах». Лауреат Нобелевской премии.

**Гомер** (VIII—VII вв. до н. э.) — легендарный поэт Древней Греции, автор поэмы «Илиада» и «Одиссея».

**Гончаров Иван Александрович** (1812—1891) — русский писатель, автор романов «Обыкновенная история», «Обломов», «Обрыв».

**Гораций** (Флакк Квинт Гораций, 65—8 гг. до н. э.) — древнеримский поэт, автор сборников стихов «Эподы», «Оды» и др.

**Гофман Эрнст Теодор Амадей** (1776—1822) — немецкий писатель-сказочник («Щелкунчик и мышиный король»).

**Грибоедов Александр Сергеевич** (1795—1829) — русский писатель и поэт, автор пьесы «Горе от ума».

**Гримм, братья Якоб** (1785—1863) и **Вильгельм** (1786—1859) — немецкие ученые-филологи, писатели-сказочники («Белоснежка», «Бременские музыканты», «Волк и семеро козлят»).

**Грин Александр** (Гриневский Александр Степанович, 1880—1932) — русский писатель (повести «Алые паруса», «Бегущая по волнам» и др.).

**Гулак-Артемьевский Петр Петрович** (1790—1865) — украинский писатель и баснописец («Рыбак», «Настоящая доброта» и др.).

**Гумилев Николай Степанович** (1886—1921) — русский поэт Серебряного века, переводчик, литературный критик. Автор сборников стихов «Колчан», «Костер» и др.

**Гюго Виктор Мари** (1802—1885) — французский писатель, теоретик французского романтизма. Автор романов «Собор Парижской Богоматери», «Отверженные» и др.

**Даль Владимир Иванович** (1801—1872) — русский ученый-языковед и писатель, этнограф, составитель четырехтомного «Толкового словаря живого великорусского языка».

**Державин Гавриил Романович** (1743—1816) — русский поэт, представитель классицизма (оды «Фелица», «Бог», «Гром победы, раздавайся!»).

**Дефо Даниэль** (1660—1731) — английский писатель, автор романа «Робинзон Крузо».

**Джалаладдин Руми** (1207—1273) — персидский поэт-суфий (поэмы «Диван», «Маснави»).

**Джером Клапка Джером** (1859—1927) — английский писатель-юморист, автор повести «Трое в лодке, не считая собаки».

**Диккенс Чарльз** (1812—1870) — английский писатель-гуманист, классик мировой литературы. Автор романов «Посмертные записки Пиквикского клуба», «Домби и сын», «Приключения Оливера Твиста» и др.

**Доде Альфонс** (1840—1897) — французский писатель, автор трилогии «Необычайные приключения Тартарена из Тараскона».

**Достоевский Федор Михайлович** (1821—1881) — русский писатель, автор романов «Преступление и наказание», «Братья Карамазовы» и др.

**Драйзер Теодор** (1871—1945) — американский писатель, автор трилогии «Титан» — «Финансист» — «Гений».

**Дюма-отец Александр** (1802—1870) — французский писатель, драматург, один из классиков исторической приключенческой литературы, автор романов «Три мушкетера», «Граф Монте-Кристо» и др.

**Еврипид** (ок. 480—406 гг. до н. э.) — древнегреческий драматург, из его произведений до наших дней дошло 17 трагедий и одна драма («Киклоп»).

**Ершов Петр Павлович** (1815—1869) — русский писатель, драматург, автор сказки «Конек-горбунук».

**Есенин Сергей Александрович** (1895—1925) — русский поэт, автор сборников стихов «Стихи скандалиста», «Москва кабацкая», «Радуница» и др.

**Етим Эмин** (1838—1884) — лезгинский поэт. Основоположник лезгинской письменной литературы («Крик о помощи», «Друзьям», «Миру» и др.).

**Ефремов Иван Антонович** (1907—1972) — советский писатель-фантаст, автор романов «Час Быка», «Лезвие бритвы», «Туманность Андромеды» и др.

**Жемчужников Александр Михайлович** (1826—1896) — русский писатель, поэт, один из авторов, творивших под псевдонимом Козьма Прутков.

**Жорж Санд** (Дюпен Аманда Люсиль, 1804—1876) — французская писательница, автор романов «Грех господина Антуана», «Консуэло» и др.

**Жуковский Василий Андреевич** (1783—1852) — русский поэт, основоположник романтизма в русской поэзии, переводчик (элегия «Сельское кладбище», «Сказка о Иване-Царевиче и сером волке», баллада «Светлана»).

**Золя Эмиль** (1840—1902) — французский писатель-реалист, теоретик натуралистического движения. Автор 20-томной серии романов «Ругтон-Маккары».

**Ильф Илья** (Файнзильберг Илья Арнольдович, 1897—1937) — русский советский писатель-сатирик (совместно с Е. Петровым автор романов «Двенадцать стульев», «Золотой теленок»).

**Ирвинг Вашингтон** (1783—1859) — американский писатель, один из «отцов американской литературы» («Рип ван Винкль», «Легенда о Сонной Лощине»).

**Искандер Фазиль Абдулович** (р. 1929) — советский и российский поэт абхазского происхождения (романы «Сандро из Чегема», «Человек и его окрестности», повести «Стоянка человека», «Кролики и удавы», «Созвездие Козлотура» и др.).

**Каю Альбер** (1913—1960) — французский писатель и философ, представитель экзистенциализма. Лауреат Нобелевской премии. Автор романа «Чума».

**Карамзин Николай Михайлович** (1766—1826) — русский писатель, историк. Автор 12-томной «Истории государства Российского».

**Кафка Франц** (1883—1924) — австрийский писатель. Автор романа «Процесс» и ряда рассказов.

**Квитка-Основьяненко Григорий Федорович** (1778—1843) — украинский писатель и драматург (повести «Шельменко-денщик», «Пан Халаявский» и др.).

**Киплинг Джозеф Редьярд** (1865—1936) — английский поэт и писатель. Лауреат Нобелевской премии. Автор «Книги джунглей».

**Конан Дойл Артур** (1859—1930) — английский писатель, классик детективного жанра (рассказы о Шерлоке Холмсе, повесть «Затерянный мир»).

**Костер Шарль де** (1827—1879) — бельгийский писатель, автор романа «Легенда об Уленшпигеле».

**Котляревский Иван Петрович** (1769—1838) — украинский писатель, драматург, классик украинской литературы (поэмы «Энеида», «Наталка-Полтавка» и др.).

**Купер Джеймс Фенимор** (1789—1851) — американский романист, автор приключенческих и исторических романов («Зверобой», «Следопыт», «Последний из могикан» и др.).

**Куприн Александр Иванович** (1870—1938) — русский писатель-гуманист, автор повестей и рассказов («Поединок», «Яма», «Колесо времени» и др.).

**Лафонтен Жан де** (1621—1695) — французский баснописец, драматург, писатель («Ворон и Лис», «Цикада и Муравьи» и др.).

**Лем Станислав** (1921—2006) — польский писатель-фантаст («Звездные дневники», «Солярис» и др.).

**Лермонтов Михаил Юрьевич** (1814—1841) — русский поэт, прозаик, классик русской литературы. Автор повести «Герой нашего времени», поэм «Мцыри», «Демон» и др.

**Лесков Николай Семенович** (1831—1895) — русский писатель («Леди Макбет Мценского уезда», «На ножах» и др.).

**Лондон Джек** (Гриффиث Джон Чейни, 1876—1916) — американский писатель (рассказы о жизни Севера, роман «Мартин Иден» и др.).

**Лорка Федерико Гарсиа** (1898—1936) — испанский поэт и драматург. Автор пьес («Дом Бернарды Альбы», сборника стихов «Цыганское романсеро»).

**Лукреций** (Кар Тит Лукреций, ок. 99—55 гг. до н. э.) — римский поэт и философ-эпикурец. Известен по философской поэме «О природе вещей».

**Ле Гуин (Ле Ген) Урсула Кребер** (р. 1929) — американская писательница и литературный критик, автор романов, стихов, детских книг, публицист. Наибольшую известность получила как автор романов и повестей в жанре фэнтези («Волшебник Земноморья» и др.).

**Мандельштам Осип Эмильевич** (1891—1938) — русский поэт, один из создателей акмеизма, переводчик. Автор поэтического сборника «Камень», цикла стихов «Воронежские тетради» и др.

**Мани Томас** (1875—1955) — немецкий писатель, лауреат Нобелевской премии. Автор романов «Будденброки», «Иосиф и его братья» и др.

**Маршак Самуил Яковлевич** (1887—1964) — русский советский поэт, переводчик, драматург (сборник «Избранная лирика», сказки «Кошкин дом», «Двенадцать месяцев» и др.).

**Мицкевич Адам** (1798—1855) — польский поэт, деятель национально-освободительного движения. Автор поэм «Гражина», «Дядя», «Конрад Валленрод» и др.

**Мольер** (Поклен Жан Батист, 1622—1673) — французский драматург, создатель классической комедии («Дон Жуан», «Тартюф», «Мизантроп», «Мнимый больной» и др.).

**Мопассан Ги де** (1850—1893) — французский писатель, автор романов «Жизнь», «Милый друг» и др.

**Навои** (Низамаддин Мир Алишер, 1441—1501) — поэт, философ суфийского направления. Автор «Пятирицы» («Смятение праведных», «Лейли и Меджнун», «Фархад и Ширин», «Семь планет», «Искандарова стена»), «Истории иранских царей».

**Некрасов Николай Алексеевич** (1821—1878) — русский поэт, писатель и публицист («Кому на Руси жить хорошо», «Коробейники», «Саша» и др.).

**Низами Гянджеви** (абу Мухаммед Ильяс ибн Юсуф, 1141—1209) — азербайджанский поэт и мыслитель, автор стихов и поэм, в том числе «Пятирица», «Хосров и Ширин» и др.

**Овидий** (Назон Публий Овидий, 43 г. до н. э. — ок. 18 г. н. э.) — римский поэт, автор поэм «Метаморфозы», «Искусство любви».

**Оруэлл Джордж** (Блэр Эрик Артур, 1903—1950) — английский писатель и публицист («Ферма зверей», «1984» и др.).

**Островский Александр Николаевич** (1823—1886) — русский драматург, классик психологической драмы. Автор пьес «Доходное место», «Женитьба Бальзаминова» и др.

**Пастернак Борис Леонидович** (1890—1960) — русский поэт, переводчик, прозаик, лауреат Нобелевской премии («Доктор Живаго» и др.).

**Паустовский Константин Георгиевич** (1892—1968) — русский советский писатель, мастер лирической прозы («Золотая роза», «Северная повесть», «Тарас Шевченко» и др.).

**Перро Шарль** (1628—1703) — французский писатель-сказочник («Кот в сапогах», «Золушка» и др.).

**Петрарка Франческо** (1304—1374) — итальянский поэт периода Ренессанса («Книга песен», «Триумфы» и др.).

**Петров Евгений** (Катаев Евгений Петрович, 1903—1942) — советский писатель, автор (совместно с И. Ильфом) романов «Двенадцать стульев» и «Золотой теленок».

**По Эдгар Аллан** (1809—1849) — американский писатель, поэт, литературный критик («Рукопись, найденная в бутылке», «Черный кот» и др.). Родоначальник детективной литературы («Убийство на улице Морг»).

**Прус Болеслав** (Гловацкий Александр, 1847—1912) — польский писатель. Автор повести «Форпост», романа «Кукла» и др.

**Пушкин Александр Сергеевич** (1799—1837) — великий русский поэт и писатель. Его литературное наследие огромно и разнообразно: от стихов до романа в стихах («Евгений Онегин») и прозы (циклы «Повести Белкина», «Маленькие трагедии»).

**Рабле Франсуа** (1494—1553) — французский писатель, гуманист и сатирик (роман «Гаргантюа и Пантагрюэль»).

**Ремарк Эрих Мария** (1898—1970) — немецкий писатель, автор романов «На Западном фронте без перемен», «Три товарища», «Триумфальная арка».

**Рид Майн** (1818—1883) — английский писатель, автор приключенческих романов («Всадник без головы», «Белый вождь», «Квартеронка»).

**Роллан Ромен** (1866—1944) — французский писатель и драматург, автор повести «Кола Брюньон», романа «Жан Кристоф» и др.

**Руссо Жан Жак** (1712—1778) — французский писатель и мыслитель (романы «Юлия, или Новая Элоиза», «Исповедь» и др.).

**Саган Франсуаза** (1935—2004) — французская писательница, драматург. Автор романа «Здравствуй, грусть», повестей «Нарисованная леди», «Уставшая от войны».

**Салтыков-Щедрин Михаил Евграфович** (1826—1889) — русский писатель-сатирик («История одного города», «Господа Головлевы» и др.).

**Свифт Джонатан** (1667—1745) — английский писатель-сатирик, поэт. Автор романа «Путешествия Гулливера».

**Сенкевич Генрик** (1846—1916) — польский писатель (исторические романы «Огнем и мечом», «Крестоносцы» и др.).

**Сент-Экзюпери Антуан де** (1900—1944) — французский писатель («Земля людей», «Маленький принц» и др.).

**Сервантес Сааведра Мигель де** (1547—1616) — испанский писатель. Наибольшую известность получил его роман «Хитроумный идальго Дон Кихот Ламанчский».

**Сковорода Григорий Саввич** (1722—1794) — украинский философ, поэт и педагог, автор басен в прозе («Басни Харьковские» и др.).

**Скотт Вальтер** (1771—1832) — английский писатель, основоположник жанра исторического романа («Айвенго», «Роб Рой» и др.).

**Стивенсон Роберт Льюис** (1850—1894) — английский писатель, автор приключенческих («Остров сокровищ»), исторических («Черная стрела») и психологических («Странная история доктора Джекила и мистера Хайда») романов.

**Твен Марк** (Клеменс Сэмюэл Лэнгхорн, 1835—1910) — американский писатель, сатирик, журналист («Приключения Тома Сойера», «Принц и нищий», «Янки из Коннектикута при дворе короля Артура»).

**Теккерей Уильям Мейкпис** (1811—1863) — английский писатель-романист («Ярмарка тщеславия» и др.).

**Толкиен Джон Рональд Руэл** (1892—1973) — английский писатель. Всемирную известность Толкиену принесли роман «Хоббит, или Туда и обратно» и трилогия «Властелин колец».

**Толстой Алексей Константинович** (1817—1875) — русский поэт, писатель, сатирик, один из авторов, творивших под псевдонимом Козьма Прутков.

**Толстой Алексей Николаевич** (1883—1945) — русский писатель (романы «Петр I», «Гиперболоид инженера Гарина», трилогия «Хождение по мукам» и др.).

**Толстой Лев Николаевич** (1828—1910) — русский писатель-гуманист (романы «Война и мир», «Анна Каренина» и др.).

**Тургенев Иван Сергеевич** (1818—1883) — русский писатель («Записки охотника», «Отцы и дети» и др.).

**Уэллс Герберт Джордж** (1866—1946) — английский писатель, классик научно-фантастической литературы («Человек-невидимка», «Война миров» и др.).

**Фейхтвангер Лион** (1884—1958) — немецкий писатель, романист и публицист (романы «Лже-Нерон», «Успех» и др.).

**Флобер Гюстав** (1821—1880) — французский писатель (романы «Госпожа Бовари», «Саламбо» и др.).

**Франко Иван Яковлевич** (1856—1916) — классик украинской литературы (поэма «Вечный революционер», роман «Захар Беркут» и др.).

**Франс Анатоль** (Тибо Анатоль Франсуа, 1844—1924) — французский писатель, лауреат Нобелевской премии (романы «Остров пингвинов», «Боги жаждут» и др.).

**Хайям Омар** (1048—1123) — персидский поэт и ученый-математик. Наиболее известными его произведениями являются четверостишия — рубаи.

**Хемингуэй Эрнест Миллер** (1899—1961) — американский писатель, лауреат Нобелевской премии. Известен своими романами «Фиеста», «Прощай, оружие!», «По ком звонит колокол» и др.

**Цветаева Марина Ивановна** (1892—1941) — русская поэтесса, прозаик, переводчица (сборники стихов «Вёрсты», «После России», поэма «Сибирь» и др.).

**Цицерон Марк Туллий** (106—43 гг. до н. э.) — древнеримский политик, оратор и писатель (трактаты «О природе богов», «Академики» и др.).

**Чехов Антон Павлович** (1860—1904) — русский писатель и драматург (пьесы «Чайка», «Дядя Ваня», «Вишневый сад» и др.).

**Шевченко Тарас Григорьевич** (1814—1861) — великий украинский поэт и писатель (сборник «Кобзарь», поэмы «Катерина», «Слепая», «Гайдамаки» и др.).

**Шекспир Уильям** (1564—1616) — английский драматург и поэт (пьесы «Король Лир», «Гамлет», «Отелло», «Укрошение строптивой», сонеты).

**Шиллер Иоганн Фридрих** (1759—1805) — немецкий поэт и драматург (драмы «Коварство и любовь», «Орлеанская дева», «Вильгельм Телль» и др.).

**Шолом-Алейхем** (Рабинович Шолом Наумович, 1859—1916) — еврейский писатель и драматург (повести «Тевье-молочник», «Крупный выигрыш», «Блуждающие звезды» и др.).

**Солохов Михаил Александрович** (1905—1984) — советский писатель, лауреат Нобелевской премии (романы «Тихий Дон», «Поднятая целина» и др.).

**Эренбург Илья Григорьевич** (1891—1967) — русский советский писатель, поэт, переводчик, публицист и общественный деятель (сборник рассказов «Тринадцать трубок», роман «День второй»).

## ЛИТЕРАТУРНЫЕ ПРЕМИИ

**«Большая книга»** — национальная литературная премия России, вручается с 2005 г. Учредителем является Центр поддержки отечественной словесности. Это вторая по размеру призового фонда (5,5 млн руб.) литературная награда в мире после Нобелевской. На соискание премии принимаются произведения всех прозаических жанров.

**Букеровская премия** (The Man Booker Prize) — одна из самых престижных наград в мире английской литературы. Присуждается с 1969 г. автору, проживающему в одной из стран Британского Содружества наций, за роман, написанный на английском языке. Победитель получает чек на сумму 50 тыс. фунтов стерлингов.

**Гонкуровская премия** (Le prix Goncourt) — ежегодная французская литературная премия за достижения в жанре романа. Была официально учреждена в 1896 г., но присуждать ее начали только с 1902 г. Премии присуждает Академия Гонкуров (ее членами являются десять самых известных литераторов Франции). Размер премии символичен — всего 10 евро, но писателю гарантированы крупные доходы, так как после ее присуждения продажи книг лауреатов стремительно растут.

**Государственная премия Российской Федерации в области литературы и искусства** — присуждается ежегодно с 1992 г. президентом России. Кандидатуры на соискание премии (100 тыс. долларов) выдвигаются редакциями газет и журналов, издательствами и общественными организациями. Среди лауреатов — В. Войнович, Д. Гранин, В. Белов.

**Государственная пушкинская премия России** — учреждена в июне 1994 г. указом президента РФ в честь 200-летия со дня рождения А. Пушкина — «за создание наиболее талантливых произведений в области поэзии». Присуждается на конкурсной основе ежегодно с 1995 г. президентом РФ по представлению экспертной комиссии. Выдвижение кандидатов осуществляется федеральными органами исполнительной власти, учреждениями и организациями, общественными объединениями, редакциями газет и журналов.

**Литературная премия принца Астурийского** — ежегодная международная литературная премия, вручается с 1980 г. Церемония вручения проходит в г. Овьедо. Ли-

тературная премия присуждается за выдающийся вклад в мировую культуру в области литературы или лингвистики.

**Международная Букеровская премия** (Man Booker International Prize) — учреждена в 2005 г. и вручается раз в два года за «творческую активность, развитие и общий вклад в мировую художественную литературу». Кандидатом на получение этой премии может стать автор из любой страны мира при условии, что его произведение доступно на английском языке. Победитель получает чек на сумму 60 тыс. фунтов стерлингов.

**Национальная книжная премия (США)** — основана в 1950 г. группой издателей. Ее вручают в четырех номинациях: «Художественная литература», «Документальная литература», «Поэзия», «Детская литература». Приз — около 10 тыс. долларов лауреатам, 1000 долларов номинантам, статуэтка и медаль за вклад в американскую литературу. Спонсор — американский Национальный книжный фонд.

**Национальная премия Украины имени Тараса Шевченко** — высшая государственная награда Украины в области культуры и искусства. Премия была основана в 1961 г. и присуждается указом президента Украины ежегодно. Авторам вручается денежная премия, диплом и почетный знак лауреата. Размер денежной премии устанавливается ежегодно.

**Премия имени Ганса Христиана Андерсена** — литературная премия, которой награждаются лучшие детские писатели и художники-иллюстраторы. Основана в 1956 г. Международным советом по детской и юношеской литературе ЮНЕСКО. Вручается один раз в два года 2 апреля — в день рождения Андерсена. Кандидаты на соискание премии выдвигаются национальными секциями Международного совета по детской книге IBBY. Лауреаты награждаются золотыми медалями с профилем Андерсена.

**Премия имени Сервантеса** — учреждена в 1979 г. министерством культуры Испании. Премияльный фонд — 90 тыс. евро. Премию вручает король Испании 23 апреля каждого года — в день смерти Сервантеса.

**Пулитцеровская премия** — одна из самых престижных наград США в области литературы, журналистики, музыки и театра. Премия была учреждена в 1903 г. американским газетным магнатом венгерского происхождения Джозефом Пулитцером. Размер премии — 10 тыс. долларов.

**«Русский Букер»** — литературная премия за лучший роман на русском языке, впервые опубликованный в минувшем году. Учреждена в 1992 г. по инициативе Британского Совета в России. С 1999 г. руководство премией было передано российским литераторам в лице Букеровского комитета.

# Содержание

## АЛГЕБРА

Виды чисел .....	3	Простейшие неравенства .....	18
Знаки операций .....	5	Основные определения .....	18
Законы элементарной алгебры .....	6	Рациональные неравенства .....	19
Порядок выполнения операций .....	6	Иррациональные неравенства .....	19
Некоторые свойства операций .....	7	Неравенства с модулем .....	19
Переместительный закон		Тригонометрические неравенства .....	20
(коммутативность) .....	7		
Сочетательный закон			
(ассоциативность) .....	7		
Распределительный закон			
(дистрибутивность) .....	7		
Транзитивность .....	7		
Рефлексивность .....	7		
Аддитивность .....	7		
Степень .....	7		
Арифметический корень .....	8		
Основные свойства			
арифметического корня .....	8		
Правила действий над корнями			
Исключение иррациональности			
из числителя (знаменателя)			
дробного выражения .....	9		
Преобразование сложного			
квадратного корня .....	11		
Логарифм .....	12		
Основные свойства логарифмов .....	12		
Десятичный логарифм .....	12		
Натуральный логарифм .....	12		
Системы координат .....	12		
Декартова (прямоугольная) система			
координат .....	13		
Полярная система координат .....	13		
Уравнения .....	14		
Основные определения .....	14		
Линейные уравнения .....	15		
Квадратные уравнения .....	15		
Показательные уравнения .....	16		
Логарифмические уравнения .....	16		
Тригонометрические уравнения .....	16		
Простейшие уравнения,			
содержащие модуль .....	17		
Замена переменных			
при решении уравнений .....	17		
		Начала математического анализа .....	20
		Функция .....	20
		Возрастание и убывание функции .....	20
		Достаточные признаки	
		монотонности функции .....	21
		Некоторые свойства	
		монотонных функций .....	21
		Непрерывность функции .....	21
		Точки разрыва функции	
		и их классификация .....	21
		Четность и нечетность функции .....	22
		Экстремумы функции .....	22
		Выпуклая (вогнутая) функция .....	23
		Ограниченная и неограниченная	
		функции .....	24
		Асимптота .....	24
		Периодичность функции .....	25
		Взаимно обратные функции .....	25
		Элементарные функции и их графики .....	26
		Линейная функция .....	26
		Прямая пропорциональность .....	27
		Обратная пропорциональность .....	28
		Квадратичная функция .....	28
		Степенная функция .....	29
		Экспонента .....	31
		Показательная функция .....	31
		Логарифмическая функция .....	31
		Тригонометрические функции .....	32
		Обратные тригонометрические	
		функции (аркфункции) .....	34
		Гиперболические функции .....	35
		Последовательность .....	36
		Арифметическая прогрессия .....	36
		Геометрическая прогрессия .....	36
		Дифференциальное исчисление .....	37
		Теория пределов .....	37
		Производная .....	41
		Правила дифференцирования .....	41
		Некоторые производные .....	41
		Интегральное исчисление .....	42
		Первообразная .....	42
		Неопределенный интеграл .....	42

Подведение функции под знак дифференциала .....	43	Взаимное расположение прямых и точек на плоскости .....	73
Основные методы интегрирования .....	43	Теоремы о прямых .....	75
Основные интегралы .....	44	Луч .....	76
Определенный интеграл .....	53	Угол .....	77
<b>Тригонометрия.</b>		Виды углов .....	77
<b>Основные термины и тождества</b> .....	55	Теоремы об углах .....	77
<b>Радийное и градусное измерение углов.</b> .....	55	<b>Треугольник</b> .....	78
Основные определения через соотношения сторон прямоугольного треугольника .....	56	Типы треугольников .....	80
Основные определения через единичную окружность .....	56	Особые линии треугольника .....	82
Основные тригонометрические тождества .....	58	<b>Параллелограмм</b> .....	85
Выражение тригонометрических функций через одну из них того же аргумента .....	59	<b>Ромб</b> .....	86
Преобразование суммы тригонометрических функций .....	59	<b>Прямоугольник</b> .....	86
Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму .....	59	<b>Квадрат</b> .....	87
Тригонометрические функции для кратных углов (двойного, тройного и т. д. аргумента) .....	60	<b>Трапеция</b> .....	87
Тригонометрические функции половинного аргумента .....	60	<b>Многоугольники</b> .....	88
Выражение тригонометрической функции через тангенс половинного аргумента .....	61	<b>Окружность и круг</b> .....	90
Понижение степеней синуса и косинуса .....	61	<b>Стереометрия</b> .....	92
Формулы сложения аргументов .....	61	<b>Аксиоматика стереометрии.</b> .....	92
Связь тригонометрических функций с гиперболическими .....	61	<b>Способы задания прямой в пространстве.</b> .....	92
<b>Элементы комбинаторики.</b>		<b>Плоскость</b> .....	93
<b>Формула Ньютона</b> .....	63	Некоторые свойства плоскости .....	93
Сравнение множеств и отношения между множествами .....	63	Способы задания плоскости .....	93
Перестановки. Размещения.		Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей при различном способе их задания .....	95
Сочетания .....	64	<b>Углы в пространстве</b> .....	99
Формула бинома Ньютона .....	64	Двугранный угол .....	99
<b>Векторы</b> .....	66	Трехгранный угол .....	99
Законы векторной алгебры .....	66	Телесный угол .....	100
		<b>Многогранники</b> .....	100
		Призма .....	100
		Параллелепипед .....	101
		Пирамида .....	102
		<b>Тела вращения</b> .....	105
		Цилиндр .....	105
		Конус .....	105
		Шар .....	107
		<b>Геометрические преобразования</b> .....	107
		<b>Движение</b> .....	107
		<b>Центральная симметрия</b> .....	108
		<b>Осевая симметрия</b> .....	108
		<b>Поворот</b> .....	108
		<b>Параллельный перенос</b> .....	109
		<b>Подобие</b> .....	109
		<b>Гомотетия</b> .....	110
<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>			
<b>Основные понятия и современная аксиоматика</b> .....	71		
<b>Планиметрия</b> .....	72		
<b>Точка и прямая</b> .....	72		
Способы задания прямой на плоскости .....	73		

## ФИЗИКА

<b>Система СИ</b> .....	111
<b>Механика</b> .....	116
Основные понятия и определения .....	116
Основные законы механики .....	124
<b>Гидростатика</b> .....	126
Основные определения и законы .....	126
<b>Гидродинамика</b> .....	127
Основные определения и законы .....	127
<b>Термодинамика</b> .....	132
Основные определения и законы .....	132
<b>Электростатика</b> .....	143
Основные определения и законы .....	143
<b>Электродинамика</b> .....	148
Основные определения и законы .....	148
Фундаментальные физические постоянные .....	162

## АСТРОНОМИЯ

<b>Вселенная</b> .....	165
Методы определения расстояний до астрономических объектов.	
Закон Хаббла .....	165
Масса и плотность космических объектов .....	165
Эволюция Вселенной .....	166
<b>Звезды</b> .....	167
Ближайшие звезды .....	170
Размеры некоторых наиболее ярких близких звезд .....	171
<b>Иерархия звездных группировок</b> .....	172
Галактики .....	172
Местная Группа галактик .....	178
<b>Солнечная система</b> .....	182
Солнце .....	183
Планеты .....	185
Спутники планет .....	185
Система Плутон—Харон .....	190
Карликовые планеты .....	190
Малые планеты .....	194
Кометы .....	195
Главные метеорные потоки .....	196
<b>Некоторые законы небесной механики</b> .....	196
<b>Астрометрия</b> .....	197
Небесная сфера .....	197
Системы небесных координат .....	199
<b>Созвездия</b> .....	201

## ХИМИЯ

<b>Строение атома.</b>	
<b>Основные определения</b> .....	204
Правила заполнения атомных орбиталей .....	207
<b>Энергия ионизации.</b>	
<b>Сродство к электрону.</b>	
<b>Электроотрицательность</b> .....	209
<b>Вещество. Химическая связь.</b>	
<b>Основные определения</b> .....	213
Виды химической связи .....	216
Гибридизация орбиталей .....	220
Сигма- и пи-связи .....	221
<b>Межмолекулярное взаимодействие</b> .....	223
<b>Законы сохранения в химии</b> .....	224
<b>Виды химических формул</b> .....	224
<b>Типы химических реакций</b> .....	224
<b>Принцип Ле Шателье</b> .....	225
<b>Скорость реакций</b> .....	226
<b>Классификация веществ по элементарному составу</b> .....	226
Типы простых веществ по химическим свойствам .....	227
<b>Таблица Менделеева</b> .....	229
<b>Основные классы неорганических соединений</b> .....	230
Оксиды .....	230
Основаия .....	232
Кислоты .....	235
Соли .....	237
<b>Термодинамические константы веществ</b> .....	239
<b>Чистые вещества и смеси</b> .....	241
Растворы .....	242
<b>Растворение. Гидратация.</b>	
<b>Кристаллогидраты.</b>	
<b>Электролитическая диссоциация</b> .....	247
<b>Водородный показатель.</b>	
<b>Гидролиз. Гидролиз солей</b> .....	251
<b>Некоторые физические свойства веществ</b> .....	252
Температуры фазовых переходов для некоторых неорганических веществ .....	252
<b>Типы кристаллической решетки</b> .....	255
<b>Основные положения теории химического строения А. М. Бутлерова</b> .....	256
Химическая связь между атомами углерода .....	256
<b>Классификация органических соединений</b> .....	257
Типы углеродных скелетов .....	257
<b>Важнейшие функциональные группы</b> .....	258
Взаимное влияние атомов в молекуле .....	258
<b>Номенклатура органических веществ</b> .....	260
Гомологический ряд .....	262
Изомерия .....	262

**БИОЛОГИЯ**

<b>Цитология</b> .....	264
Элементный состав организмов .....	264
Углеводы .....	264
Липиды .....	266
Белки .....	267
Структура белка .....	269
Функции белков .....	269
Нуклеиновые кислоты .....	270
АТФ (аденозинтрифосфорная кислота) .....	273
<b>Клетка. Организмы</b> .....	273
Основные положения современной клеточной теории .....	273
Клеточный цикл. Митоз. Мейоз. Амитоз. ....	278
Обмен веществ в организме .....	281
<b>Ботаника</b> .....	282
<b>Царство Растения</b> .....	282
Подцарство Водоросли .....	282
Подцарство Высшие растения .....	283
<b>Царство Грибы</b> .....	286
Лишайники .....	287
<b>Зоология</b> .....	287
<b>Царство Животные</b> .....	287
Подцарство Простейшие (Одноклеточные) .....	287
Подцарство Многоклеточные животные .....	288
<b>Анатомия. Физиология. Генетика</b> .....	299
Основные понятия и определения .....	299
Кариотип .....	301
Внутренняя среда организма. Гомеостаз .....	302
Способы регуляции функций организма .....	302
Железы внутренней и смешанной секреции .....	302
Опорно-двигательная система .....	305
Виды костей .....	306
Типы соединения костей .....	306
Сустав .....	307
Строение скелета .....	307
Мышцы .....	309
Кровь .....	310
Форменные элементы крови .....	311
Иммунитет .....	312
Кровообращение .....	314
Лимфа .....	315

<b>Дыхательная система</b> .....	316
Органы дыхательной системы .....	317
<b>Питание и пищеварение</b> .....	317
Система органов пищеварения .....	318
Железы, принимающие участие в пищеварении .....	319
Витамины .....	319
Состав продуктов. Таблицы калорийности .....	320
<b>Мочеполовая система</b> .....	328
Функции органов мочевыделительной системы .....	328
Функции органов мужской репродуктивной системы .....	329
Функции органов женской репродуктивной системы .....	329
Внутриутробное развитие плода .....	330
<b>Кожа</b> .....	331
<b>Нервная система</b> .....	331
Отделы нервной системы .....	331
Спинной мозг .....	333
Рефлексы .....	333
Головной мозг .....	334
Сенсорные системы .....	335
Высшая нервная деятельность человека .....	337

**ГЕОЛОГИЯ. ГЕОГРАФИЯ**

<b>Геология</b> .....	339
<b>Земля. Некоторые параметры</b> .....	339
Географические оболочки Земли .....	340
Атмосфера .....	340
Литосфера .....	343
Горные породы и минералы .....	344
Гидросфера .....	346
Геохронология .....	347
Основные геологические процессы .....	350
<b>Палеогеография</b> .....	351
<b>Физическая география</b> .....	352
<b>Части света</b> .....	352
<b>Водные объекты</b> .....	353
<b>Острова</b> .....	362
<b>Горы</b> .....	363
<b>Пустыни</b> .....	365
<b>Страны мира</b> .....	365
Австралия и Океания .....	365
Азия .....	367
Африка .....	373
Европа .....	379
Северная Америка .....	384
Южная Америка .....	387

**ИСТОРИЯ. РЕЛИГИЯ. КУЛЬТУРА**

<b>История</b> .....	389
Первобытное (доисторическое) общество .....	389
<b>Древний мир</b> .....	390
Краткая хронология Древнего мира .....	390
<b>Средние века</b> .....	397
Краткая хронология Средних веков .....	397
<b>Новое время</b> .....	411
Краткая хронология Нового времени .....	411
<b>Правители Киевской Руси, допетровской Руси, Российской империи, СССР, России</b> .....	426
<b>Гетманы Украины</b> .....	430
Гетманы Войска Запорожского до раздела Украины .....	430
Гетманы Войска Запорожского Правобережной Украины .....	430
Гетманы под османской и крымской протекцией .....	430
Гетманы Войска Запорожского Левобережной Украины .....	431
Гетманы Войска Запорожского после объединения .....	431
Гетман Войска Запорожского в эмиграции .....	431
<b>Руководители Украинской Народной Республики, Директории, УССР, Украины</b> .....	431
<b>Войны человечества</b> .....	432
<b>Хронология</b> .....	440
Календарь Древней Месопотамии .....	440
Календарь Древнего Египта .....	441
Греческий календарь .....	441
Календарь Древнего Китая .....	441
Индийский календарь .....	442
Календарь мая .....	442
Славянский календарь .....	442
Древнеримский и юлианский календари .....	442
Мусульманский календарь .....	443
Французский республиканский календарь .....	443
Григорианский календарь .....	443
Церковный православный календарь .....	444

<b>Религия</b> .....	444
<b>Мировые религии</b> .....	445
Основные религиозные течения, церкви, секты .....	446
<b>Религиозные обряды и праздники</b> .....	450
Православие .....	450
Ислам .....	451
Иудаизм .....	452
<b>Пантеоны богов</b> .....	453
Боги Египта .....	453
Боги Древнего Рима .....	455
Боги Древней Греции .....	456
Боги Китая .....	460
Боги Индии .....	461
Боги славян .....	462
<b>Культура</b> .....	464
<b>Архитектура</b> .....	464
Архитектурные стили .....	464
Семь чудес света .....	466
Выдающиеся архитекторы .....	467
<b>Живопись и скульптура</b> .....	470
Направления живописи и скульптуры .....	470
Выдающиеся живописцы и скульпторы .....	472
<b>Театральное искусство</b> .....	477
Жанры и направления театра .....	477
Театральные фестивали и премии .....	479
<b>Кинематограф</b> .....	480
Виды и жанры кино .....	480
Международные кинофестивали и кинопремии .....	482
Выдающиеся кинорежиссеры и актеры .....	485
<b>Музыка</b> .....	492
Музыкальные жанры .....	492
Знаменитые музыканты и композиторы .....	493
Музыкальные премии .....	495
Музыкальные конкурсы .....	496
<b>Литература</b> .....	498
Литературные жанры .....	498
Знаменитые писатели и поэты .....	498
Литературные премии .....	505



# ЭНЦИКЛОПЕДИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

Этот справочник — настоящая мини-библиотека  
в помощь школьнику, студенту  
и любознательному читателю.

Самые важные, интересные факты  
и самые свежие данные из разных областей знания,  
изложенные в доступной форме!

Алгебра  
Геометрия  
Физика  
Астрономия  
Химия  
Биология  
Геология  
География  
История  
Религия  
Культура

[www.ksdbook.ru](http://www.ksdbook.ru)

ISBN 978-5-9910-1585-1



9 785991 015851

[www.bookclub.ua](http://www.bookclub.ua)

ISBN 978-966-14-1305-3



9 789661 413053